



MATEMÁTICA





2

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

Puerto de Palos

Gerente editorial
Daniel Arroyo

Jefe del Área de Matemática
Gabriel H. Lagoa

Editora
Romina Caccia

Autores
Roxana Abálsamo
Adriana Berio
Cintia Kotowski
Lourdes Liberto
Silvana Mastucci
Nora Quirós
Foto Activados: Laura Pezzatti

Corrector de estilo
Gabriel Valeiras

Coordinadora de Diseño
Natalia Udrisard

Diseñadora de maqueta
Patricia Cabezas

Diagramación
Pablo Alarcón y Alberto G. Scotti para Cerúleo

Ilustradores
Wally Gómez
Viñetas de humor: Claudio Kappel

Fotografías
Archivo de imágenes de Grupo Macmillan
Thinkstock
Wikimedia commons

Gerente de Preprensa y Producción Editorial
Carlos Rodríguez

Matemática 2: fotoactivados / Roxana Abálsamo ... [et.al.]. - 1a ed. 2a reimp. - Boulogne : Puerto de Palos, 2013.
256 p.: il.; 28 x 20 cm - (Activados)

ISBN 978-987-547-528-1

1. Matemática. 2. Enseñanza Secundaria. 3. Libros de Texto. I. Abálsamo, Roxana
CDD 510.712

Editorial Puerto de Palos S.A. forma parte del Grupo Macmillan.
Av. Blanco Encalada 104, San Isidro, provincia de Buenos Aires, Argentina.
Internet: www.puertodepalos.com.ar
Queda hecho el depósito que dispone la Ley 11.723.
Impreso en Argentina.
Printed in Argentina.
ISBN 978-987-547-528-1

La presente obra se ha elaborado teniendo en cuenta los aportes surgidos de los encuentros organizados por el “Instituto Nacional contra la Discriminación, la Xenofobia y el Racismo” (INADI) con los editores de texto.

Primera edición, segunda reimpresión.
Esta obra se terminó de imprimir en enero de 2014, en los talleres de Stamp Master S.R.L.,
Av. Calchaquí 4890, Quilmes, provincia de Buenos Aires, Argentina.

ACTIVADOS



PUERTO DE PALOS



MATEMÁTICA

Es una nueva propuesta que facilita el aprendizaje de la matemática a través de 783 actividades que favorecen la comprensión de los distintos temas.
En formato binarizado, la sección *Foto Activados* conecta la matemática con la vida cotidiana a través de la fotografía.

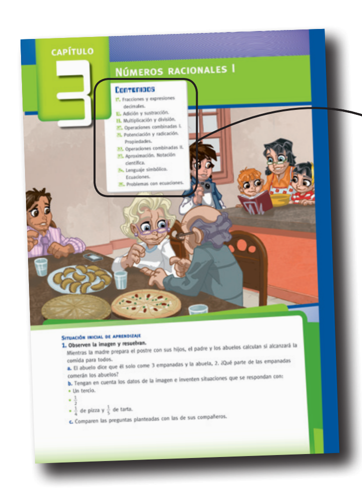
Foco y **Mira** son los personajes de esta serie. Les gusta mucho sacar fotos, principalmente de todo aquello que los hace recordar algún tema de matemática. Así, le encuentran sentido a todas las cosas que aprenden día a día en la escuela.



LOS CAPÍTULOS INCLUYEN LAS SIGUIENTES SECCIONES Y PLAQUETAS:

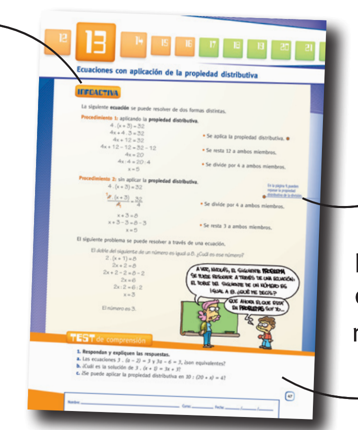
Apertura: cada capítulo comienza con una actividad ilustrada relacionada con la foto que aparece en la sección *Foto Activados*.

En la *situación inicial de aprendizaje* se introduce el tema del capítulo a través de una estrategia de resolución de problemas.



En el **cuadro de contenidos** aparecen los temas numerados para su fácil identificación.

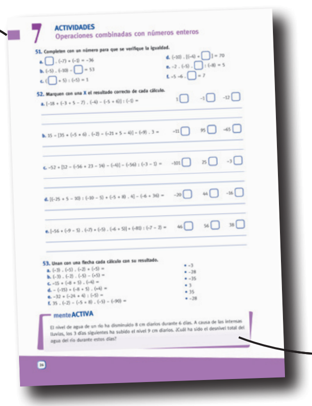
InfoActiva: brinda definiciones, clasificaciones, procedimientos básicos y ejemplos de cada contenido que facilitan la comprensión.



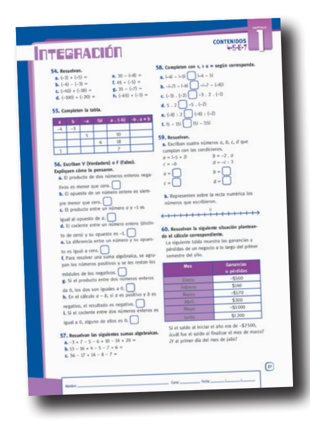
Conector: invita a repasar conceptos explicados en páginas anteriores.

Test de comprensión: incluye preguntas básicas que permiten evaluar la comprensión de la teoría y revisar errores comunes.

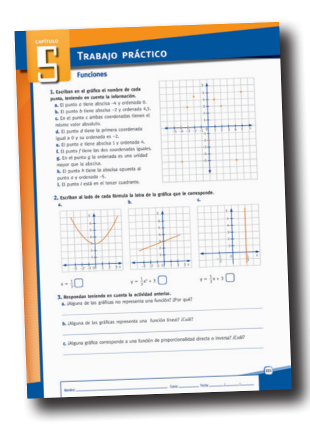
Actividades: para cada tema se proponen distintas actividades que están organizadas de manera secuencial (las actividades de cada capítulo llevan una numeración independiente a la de los otros).


ACTIVIDADES
Operaciones combinadas con números enteros

menteACTIVA: propone situaciones problemáticas con un mayor nivel de complejidad.







Integración: incluye más actividades para resolver en la carpeta.

Autoevaluación: propone más actividades para que cada alumno pueda evaluar los conocimientos adquiridos durante el capítulo.

Trabajos prácticos: incluyen más actividades para practicar los temas del capítulo.





Foto ActivAdos: en esta sección, Laura Pezzatti, especialista en el área de la matemática, ofrece una serie de actividades que conectan la matemática con la vida cotidiana a través de la fotografía.

Foco y **Mira** presentan las fotos que obtuvieron para que podamos advertir cuánta matemática hay a nuestro alrededor.

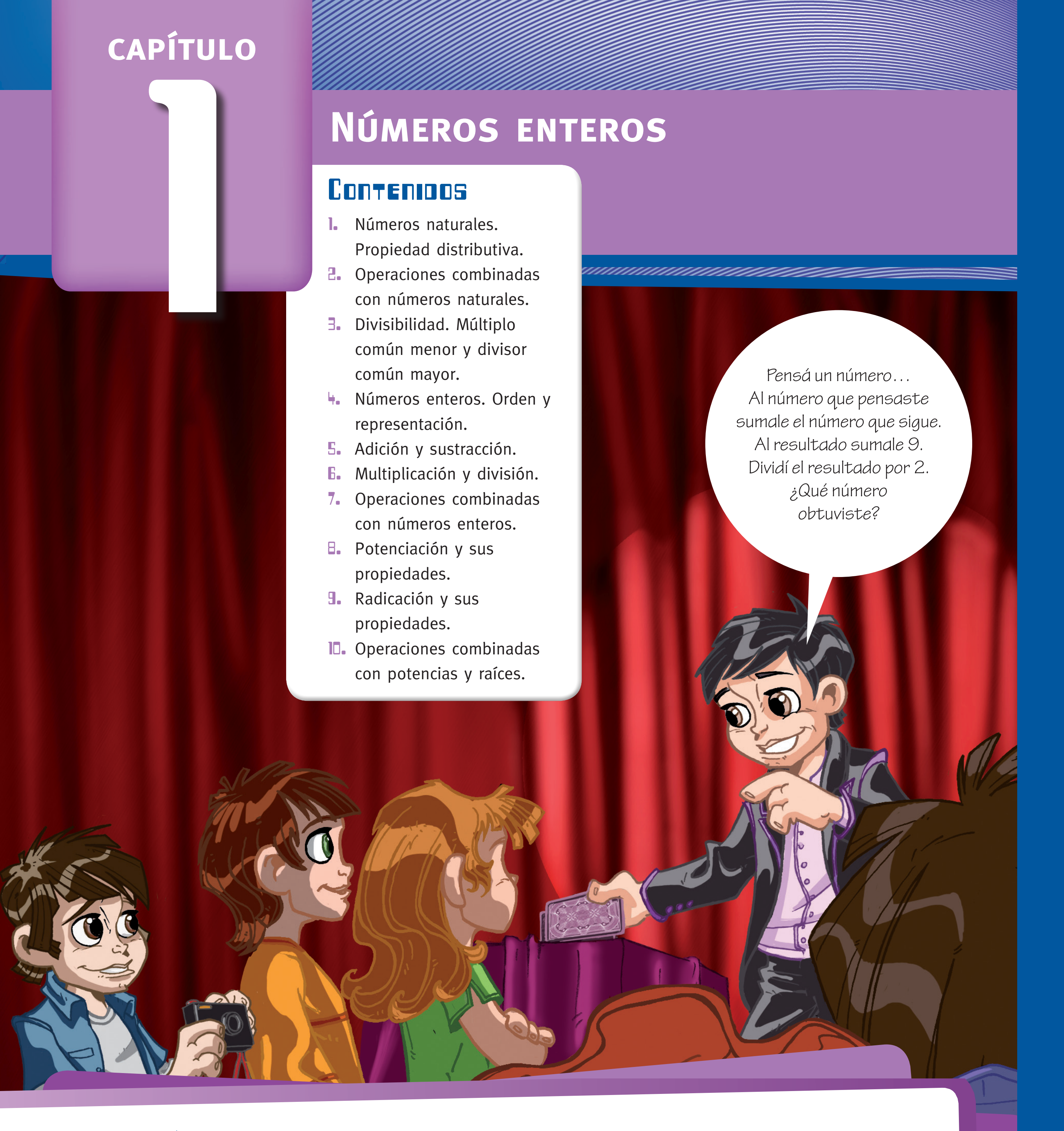
Índice general


FOTO
ActivAdoS

CAPÍTULO 1

NÚMEROS ENTEROS

Contenidos



SITUACIÓN INICIAL DE APRENDIZAJE

1. Observen la imagen y resuelvan.

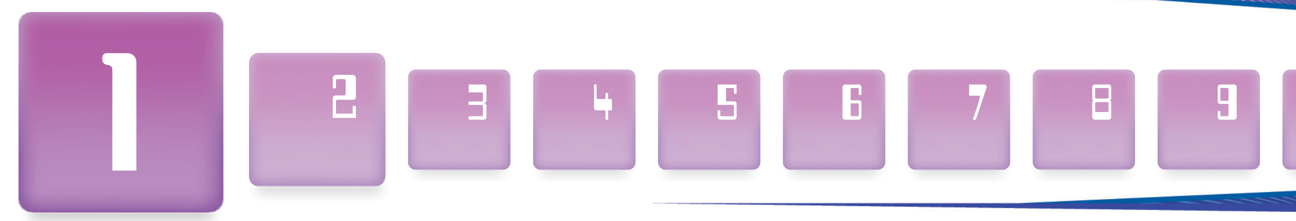
a. El mago descubrió el número que había pensado Gastón. ¿Cómo lo hizo?

b. Realicen los cálculos pedidos por el mago usando distintos números. Luego, comparen los números elegidos con los resultados obtenidos en cada caso. ¿Qué cálculo debe hacer el mago para descubrir el número elegido?

c. Inventen una situación similar donde puedan descubrir el número elegido realizando un cálculo sencillo.

d. Comparen las respuestas con las de sus compañeros.

a. La idea es que piensen entre todos, pero que no necesariamente lleguen a la conclusión.
b. Siempre da 5 más que el número elegido. Debe restarle 5 al resultado.
c. Por ejemplo: Pensá un número; sumale el anterior y restale 3; dividí el resultado por 2. Se obtiene el número elegido disminuido en 2. Para descubrirlo, hay que sumar 2 al resultado.



Números naturales. Propiedad distributiva

INFOACTIVA

La **multiplicación** es **distributiva** con respecto a la adición y a la sustracción.

$(8 + 3) . 2 = 8 . 2 + 3 . 2 = 16 + 6 = 22$

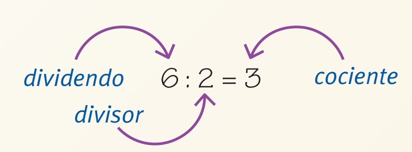
$5 . (4 + 1) = 5 . 4 + 5 . 1 = 20 + 5 = 25$

$(7 - 2) . 4 = 7 . 4 - 2 . 4 = 28 - 8 = 20$

$3 . (5 - 4) = 3 . 5 - 3 . 4 = 15 - 12 = 3$

La **división** es **distributiva** con respecto a la adición y a la sustracción solo si la adición y sustracción son el dividendo.

$(10 + 15) : 5 = 10 : 5 + 15 : 5 = 2 + 3 = 5$



$(20 - 4) : 2 = 20 : 2 - 4 : 2 = 10 - 2 = 8$

La **potenciación** es **distributiva** con respecto a la multiplicación y a la división.

$(2 . 3)^2 = 2^2 . 3^2 = 4 . 9 = 36$

$(6 : 2)^2 = 6^2 : 2^2 = 36 : 4 = 9$

La **radicación** es **distributiva** con respecto a la multiplicación y a la división.

$\sqrt{9 . 4} = \sqrt{9} . \sqrt{4} = 3 . 2 = 6$

$\sqrt{16 : 4} = \sqrt{16} : \sqrt{4} = 4 : 2 = 2$



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que $28 : (6 + 8) = 28 : 6 + 28 : 8$?

b. ¿Con respecto a qué operaciones son distributivas la potenciación y la radicación?

c. ¿Está bien resuelto el siguiente cálculo? $\sqrt{109} = \sqrt{100 + 9} = \sqrt{100} + \sqrt{9} = 13$

a. No, porque la división es distributiva solo si la suma se encuentra en el dividendo. **b.** Multiplicación y división. **c.** No, porque la radicación no es distributiva con respecto a la suma.

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES
Números naturales. Propiedad distributiva

1. Resuelvan aplicando la propiedad distributiva cuando sea posible.

a. $(7 - 5) \cdot 2 =$ $7 \cdot 2 - 5 \cdot 2 = 4$

b. $5 \cdot (4 + 8) =$ $5 \cdot 4 + 5 \cdot 8 = 60$

c. $(21 + 9) : 3 =$ $21 : 3 + 9 : 3 = 10$

d. $36 : (12 - 3) =$ $36 : 9 = 4$

e. $(9 : 3)^2 =$ $9^2 : 3^2 = 9$

f. $(2 + 1)^4 =$ $3^4 = 81$

g. $\sqrt{64 \cdot 36} =$ $\sqrt{64} \cdot \sqrt{36} = 48$

h. $\sqrt[3]{64 : 8} =$ $\sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{8} = 2$

En d y f no se puede aplicar la propiedad distributiva.

2. Unan con flechas cada cálculo con su resultado.

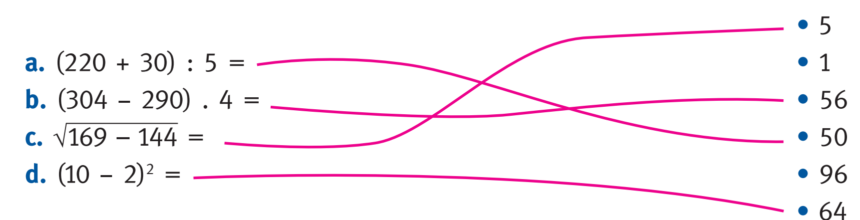
a. $(220 + 30) : 5 =$

b. $(304 - 290) \cdot 4 =$

c. $\sqrt{169 - 144} =$

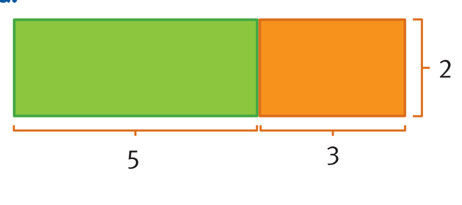
d. $(10 - 2)^2 =$

• 5
• 1
• 56
• 50
• 96
• 64



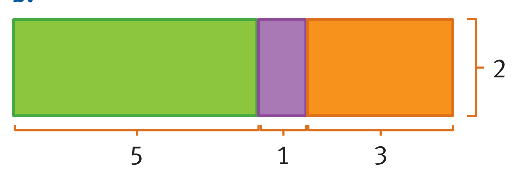
3. Expresen el área de cada figura de dos formas distintas.

a.



$(5 + 3) \cdot 2 = 5 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 16$

b.



$(5 + 1 + 3) \cdot 2 = 5 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 18$

4. Expresen las siguientes sumas y restas como un producto o un cociente, usando la propiedad distributiva.

a. $16 + 24 = \boxed{4} \cdot (\boxed{4} + \boxed{6})$

b. $5 - 3 = (\boxed{10} - \boxed{6}) : \boxed{2}$

c. $14 - 8 = \boxed{2} \cdot (\boxed{7} - \boxed{4})$

d. $4 + 3 = (\boxed{20} + \boxed{15}) : \boxed{5}$

5. Completen con = o ≠ según corresponda. Expliquen cada respuesta.

a. $(3 + 5) \cdot 2 \; \boxed{=} \; 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2$

b. $(20 + 3)^2 \; \boxed{\neq} \; 20^2 + 3^2$

c. $\sqrt{25 - 16} \; \boxed{\neq} \; \sqrt{25} - \sqrt{16}$

d. $4^3 : 2^3 \; \boxed{=} \; (4 : 2)^3$

e. $(15 + 5) : 5 \; \boxed{=} \; 15 : 5 + 5 : 5$

f. $(5 \cdot 3)^2 \; \boxed{=} \; 5^2 \cdot 3^2$

g. $16 : (2 - 8) \; \boxed{\neq} \; 16 : 2 - 16 : 8$

h. $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \; \boxed{=} \; \sqrt{25 \cdot 4}$

i. $10^3 - 3^3 \; \boxed{\neq} \; (10 - 3)^3$

j. $\sqrt{100 : 4} \; \boxed{=} \; \sqrt{100} : \sqrt{4}$

mente ACTIVA

Ariel dice que no puede resolver sin la calculadora $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2}$. ¿Es cierto lo que dice? ¿Por qué?

No, porque se aplica la propiedad distributiva y se obtiene $\sqrt{18 \cdot 2} = \sqrt{36}$ cuya solución es 6.

Operaciones combinadas con números naturales

INFOACTIVA

Para resolver un **cálculo combinando las cuatro operaciones** (suma, resta, multiplicación y división) se separa en términos. Los signos **+** y **–** separan en términos. Luego, se pueden seguir estos pasos:

$5 \cdot (8-3) - 4 + 18 : 3 =$ — **1.** Se resuelven las operaciones entre paréntesis.

$5 \cdot 5 - 4 + 18 : 3 =$ — **2.** Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.

$25 - 4 + 6 = 27$ — **3.** Se resuelven las sumas y restas.

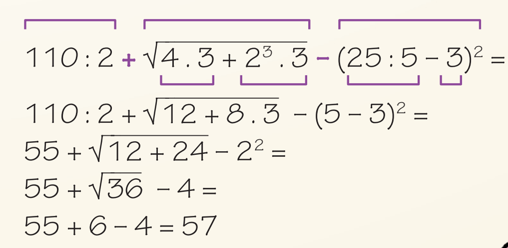
Para resolver un **cálculo combinando las cuatro operaciones** con la **potenciación** y **radicación**, pueden seguir estos pasos:

$3^2 \cdot 2 + 24 : 6 - \sqrt{9} \cdot 5 + 2 =$ — **1.** Se separa en términos y se resuelven las potencias y raíces.

$9 \cdot 2 + 24 : 6 - 3 \cdot 5 + 2 =$ — **2.** Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.

$18 + 4 - 15 + 2 = 9$ — **3.** Se resuelven las sumas y restas.

Las operaciones que están en el radicando o son base de una potenciación se deben resolver antes de calcular la raíz o la potencia (siempre se separa en términos).



$110 : 2 + \sqrt{4 \cdot 3 + 2^3 \cdot 3} - (25 : 5 - 3)^2 =$

$110 : 2 + \sqrt{12 + 8 \cdot 3} - (5 - 3)^2 =$

$55 + \sqrt{12 + 24} - 2^2 =$

$55 + \sqrt{36} - 4 =$

$55 + 6 - 4 = 57$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Antes de resolver una operación combinada, ¿siempre conviene separar en términos?

b. En una operación combinada, ¿cuáles son los signos que separan en términos?

c. ¿Cuántos términos hay en *30 . (6 + 2) : 4*?

d. En el cálculo $4 - 5 : 5 + \sqrt{4} - 3^0$, ¿se separó bien en términos? ¿Cuál es el resultado correcto?

a. Sí, porque indica en qué orden hay que resolver el cálculo. **b.** Los signos + y –. **c.** Uno. **d.** Sí. 4.

Nombre: ______________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES

Operaciones combinadas con números naturales

6. Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $32 + 15 - 12 \cdot 3 + 25 : 5 =$ 16

b. $49 + 35 - 26 : 13 + 45 : 5 \cdot 1 =$ 91

c. $2 + 130 \cdot 8 - 20 \cdot 5 + 240 : 6 =$ 982

d. $19 + 75 \cdot 32 - 360 : 12 - 18 \cdot 2 + 9 =$ 2 362

e. $148 + 32 \cdot 45 - 315 : 15 - 25 \cdot 4 + 7 =$ 1 474

f. $15 - 37 \cdot 0 \cdot 9 + 1160 : 40 + 90 \cdot 7 =$ 674

7. Unan con una flecha cada cálculo con su resultado.

a. $18 \cdot 5 + 45 : 5 - 2$ → 97
b. $18 \cdot (5 + 45 : 5) - 2$ → 250
c. $18 \cdot (5 + 45) : 5 - 2$ → 178
d. $18 \cdot 5 + 45 : (5 - 2)$ → 105
e. $18 \cdot (5 + 45 : 5 - 2)$ → 216

- 216
- 178
- 97
- 250
- 105

8. Separen en términos y resuelvan.

a. $19 - 6 \cdot 3 + 8 : (3 + 1)^1 + 36 : (10 - 4) =$
9

b. $54 : 3^2 + (6 + 2) \cdot (8 - 1) - 49 : \sqrt{50 - 1} =$
55

c. $130 + (3^2 + 20 - 2^2) \cdot (5^2 - 4^2) - \sqrt{10^2 - 8^2} =$
349

d. $(25 - 3) \cdot 2 + 3 \cdot (\sqrt{169} - 3) - (\sqrt[4]{81} + 2) : 5 =$
73

e. $(12^2 + 3^2) : (5 - 2) + (\sqrt[3]{216} - 3) \cdot (4 + 1) =$
66

f. $\sqrt[3]{27} \cdot (5 + 2)^0 + [\sqrt{6^2 + 8^2} + 42 : (5 + 2)] =$
19

9. Coloquen paréntesis, si es necesario, para que el resultado sea verdadero.

a. $25 - (4 - 1) = 22$
b. $(13 + 5) - (10 + 3) = 5$
c. $18 : (9 : 3) = 6$
d. $9 \cdot (3 + 2) = 45$
e. $26 - (10 - 8) = 24$
f. $(3 + 2) \cdot (5 + 5) = 50$
g. $3 \cdot (4 + 1) + 6 = 21$
h. $15 : (3 + 2) + 2 \cdot 5 = 13$

Divisibilidad. Múltiplo común menor y divisor común mayor

INFOACTIVA

Un número es **divisible** por otro cuando la división entre ellos es exacta, es decir, tiene resto cero.

6 es divisible por 2 *9 es divisible por 3*

Los **criterios de divisibilidad** sirven para saber si un número es divisible por otro sin hacer la cuenta.

Un número es divisible por...	Cuando...	Ejemplos
2	es par.	32; 224
3	la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.	27; 330
4	sus dos últimas cifras son ceros o múltiplos de 4.	200; 116
5	termina en 0 o 5.	70; 265
6	es divisible por 2 y 3 a la vez.	84; 552
9	la suma de sus cifras es un múltiplo de 9.	81; 783
10	termina en 0.	20; 420

El **múltiplo común menor** (**mcm**) entre dos o más números es el menor de los múltiplos que tienen en común esos números, sin tener en cuenta el cero.

El **divisor común mayor** (**dcm**) entre dos o más números es el mayor de los divisores que tienen en común esos números.

Para hallar el mcm y el dcm entre dos o más números se puede factorear cada número, es decir, descomponerlos en factores primos.

El **mcm** entre dos o más números se calcula multiplicando los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

El **dcm** entre dos o más números se calcula multiplicando los factores comunes con su menor exponente.

8	2
4	2
2	2
1	

$8 = 2^3$

12	2
6	2
3	3
1	

$12 = 2^2 . 3$

mcm $(8;12) = 2^3 . 3 = 24$

dcm $(8;12) = 2^2 = 4$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Si un número es divisible por 3, ¿también lo es por 6?

b. Todo número que termina en 0 o 5 ¿es divisible por 10?

c. ¿Es cierto que el dcm entre 50 y 100 es 5?

a. No, es divisible por 6 si lo es por 2 y por 3 simultáneamente. **b.** No, un número es divisible por 10 si termina en 0. **c.** No, porque el dcm es el mayor de los divisores comunes, en este caso, 50.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

10. Escriban V (Verdadero) o F (Falso). Expliquen cómo lo pensaron.

a. Para que un número sea divisible por 9, debe ser impar. F

b. Los números primos son aquellos que tienen más de dos divisores. F

c. Factorear un número significa expresarlo como producto de números compuestos. F

d. El número 1 es divisor de todos los números. V

e. El 0 no es múltiplo de todos los números. F

11. Unan con flechas.

a. Si la última cifra de un número es 5, entonces... → es múltiplo de 5.
b. Si un número es par, entonces... → uno de sus divisores es 2.
c. Si un número es múltiplo de 9, entonces... → uno de sus divisores es 3.
d. Si la última cifra de un número es 0, entonces... → es múltiplo de 5; uno de sus divisores es 2.

- es múltiplo de 4.
- es múltiplo de 5.
- uno de sus divisores es 2.
- uno de sus divisores es 3.

12. Calculen el mcm y dcm. Luego, completen.

a. 88 | 92

88 = $2^3 . 11$
92 = $2^2 . 23$
mcm (88;92) = 2 024
dcm (88;92) = 4

b. 100 | 45

100 = $2^2 . 5^2$
45 = $3^2 . 5$
mcm (100;45) = 900
dcm (100;45) = 5

c. 112 | 78

112 = $2^4 . 7$
78 = $2 . 3 . 13$
mcm (112;78) = 4 368
dcm (112;78) = 2

d. 56 | 30 | 42

56 = $2^3 . 7$
30 = $2 . 5 . 3$
42 = $2 . 3 . 7$
mcm (56;30;42) = 840
dcm (56;30;42) = 2

INTEGRACIÓN

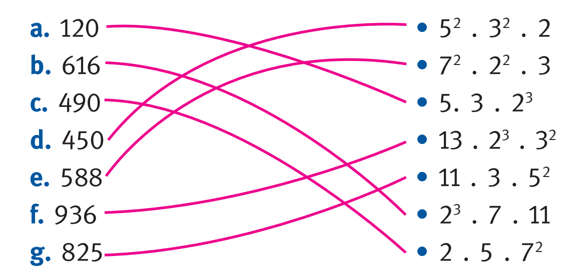
13. **Marquen con una X los cálculos en donde se puede aplicar la propiedad distributiva.**

a. $5 \cdot (3 + 4)$ [X]
b. $\sqrt{9 + 16}$ [ ]
c. $\sqrt{729 : 27}$ [X]
d. $(24 : 4)^2$ [X]
e. $(5 \cdot 3)^3$ [X]
f. $(3 + 5)^2$ [ ]
g. $\sqrt{100 - 36}$ [ ]
h. $(20 - 5 - 4) \cdot 3$ [X]
i. $(10 - 4)^4$ [ ]
j. $\sqrt[4]{16 \cdot 81}$ [X]
k. $(20 + 30 - 10) : 5$ [X]
l. $12 : (3 + 4 - 12)$ [ ]

14. **Resuelvan aplicando, si es posible, la propiedad distributiva.**

a. $10 : (3 + 2) + (15 + 3) : 3 =$ 8
b. $(5 + 2) \cdot 3 - 3^2 + (5 + 4)^3 =$ 741
c. $3 \cdot (1 + 4) + 5 \cdot (2 + 1)^2 =$ 60
d. $(3 + 2)^2 + (5 \cdot 2)^2 - 20 =$ 105
e. $\sqrt[3]{25 + 2} + 40 - 4 \cdot 5 + (12 + 5 - 2) \cdot 6 =$ 113
f. $\sqrt{100} + 5^2 - 4 \cdot (3 + 5 - 2) =$ 11
g. $(6 + 3 - 2)^2 - 5^0 + 6 \cdot \sqrt{25 - 16} =$ 66
h. $\sqrt[3]{125} - 2 + (32 + 12 - 4) : 4 =$ 13
i. $(12 + 15 - 3)^1 + 6 \cdot (3 + 8 - 2) - 45 : 5 =$ 69

15. **Unan con una flecha cada número con su factoreo.**



16. **Hallen el mcm y el dcm entre los siguientes números.**

a. 36 y 16 mcm = 144, dcm = 4
b. 24 y 96 mcm = 96, dcm = 24
c. 45, 90 y 180 mcm = 180, dcm = 45
d. 20, 30 y 36 mcm = 180, dcm = 2
e. 24, 48 y 72 mcm = 144, dcm = 24
f. 12, 25 y 40 mcm = 600, dcm = 1
g. 27, 45 y 18 mcm = 270, dcm = 9
h. 72, 48 y 56 mcm = 1 008, dcm = 8
i. 60, 108 y 36 mcm = 540, dcm = 12

17. **Tengan en cuenta cada condición y escriban lo pedido.**

a. El número 24 como suma de dos números primos. 11 + 13
b. Cuatro números primos mayores que 50.
c. Dos números compuestos mayores que 13.
d. El número 12 como diferencia de dos números primos.
e. El número 39 como suma de dos números compuestos.

b. 53, 67, 71 y 73. **c.** 14, 20 **d.** 17 – 5 **e.** 14 + 25

18. **Lean atentamente y resuelvan.**

a. Dos carteles luminosos se encienden simultáneamente. Uno de ellos se enciende cada 24 segundos y el otro cada 36 segundos. ¿En qué momento se vuelven a encender al mismo tiempo?

b. Se necesita alambrar un terreno con forma de cuadrilátero cuyos lados miden: 320 m, 80 m, 160 m y 200 m. Los postes deben estar a la misma distancia uno de otro y cada vértice debe tener uno. ¿Cuál es la mayor distancia a la que pueden colocarse los postes?

c. Carla va al supermercado cada 15 días, María va cada 20 días y Norma va cada 12 días. Se encontraron en el supermercado el día 4 de abril. ¿Cuándo se volverán a encontrar?

d. En un negocio mayorista se está preparando una oferta con paquetes de café y azúcar. Tienen 55 paquetes de café y 75 paquetes de azúcar. Todas las bolsas deben tener la misma cantidad de paquetes de café y de azúcar. ¿Cuál es la cantidad máxima de bolsas que pueden preparar? ¿Cuántos paquetes de café y de azúcar contiene cada bolsa?

e. Juan y Martín van al mismo club. Juan hace tenis cada 2 días y Martín hace fútbol cada 3 días. Si se encontraron el lunes, ¿qué día se volverán a encontrar?

f. Para festejar el cumple de Rocío, su mamá quiere armar la mayor cantidad posible de cajitas de *souvenirs*. Si compró 36 chupetines, 108 caramelos y 72 chocolates, ¿cuántas cajitas puede armar?

a. A los 72 segundos. **b.** 40 metros. **c.** Dentro de 60 días, el 3 de junio. **d.** 5; 11 y 15. **e.** El domingo. **f.** 36 cajitas.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

19. **Completen con = o ≠.**

a. $(25 + 2)^3$ [≠] $25^3 + 2^3$

b. 735 [=] $7^2 \cdot 5 \cdot 3$

c. $\sqrt[3]{64 \cdot 27}$ [=] $\sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{27}$

d. $\sqrt{169 - 144}$ [≠] $\sqrt{169} - \sqrt{144}$

e. dcm (15;28) [=] 1

20. **Resuelvan.**

a. $65 - 4 + \sqrt[3]{3^2 - \sqrt{16 - 7} + 2} =$ 63

b. $22 + (12 - \sqrt{2 \cdot 5^2 - 1} + 3^3) \cdot 2 =$ 86

c. $[(120 + 25 \cdot 2 - 50) \cdot 2 - 6^2] - \sqrt[3]{5^2 + 3 - 1} =$ 201

d. $36 + [3 + \sqrt{(4^3 : 4 - 13) + 1}\,] : 5 =$ 37

e. $(11^0 + 2 \cdot 3)^2 + \sqrt{10^2 + 3 \cdot 23} - 1^{13} =$ 61

21. **Escriban V (Verdadero) o F (falso) según corresponda.**

a. Los números 33 y 25 son coprimos. [V]

b. La potenciación es distributiva respecto a la suma y la resta. [F]

c. La radicación es distributiva respecto a la multiplicación y la división. [V]

d. Un número es primo cuando tiene solo dos divisores distintos. [V]

e. El 1 es un número primo. [F]

22. **Completen con una X según corresponda.**

	Es divisible por...	2	3	4	5	6	8	9
Números	328	X		X			X	
	60	X	X	X	X	X		
	99		X					X
	150	X	X		X	X		
	792	X	X	X		X	X	X
	6 132	X	X	X		X		

23. **Completen con el número que verifica la igualdad.**

a. $(25 + \boxed{14}) \cdot 3 = 117$

b. $\boxed{121} - 38 \cdot 2 + 5 = 50$

c. $4 \cdot \sqrt[3]{64} + 12 \cdot 5 - \boxed{16} = 60$

24. **Unan con flechas cada expresión con su equivalente.**

a. $(35 - 10) : 5 =$ → $7 - 2$

b. $(4 \cdot 3)^2 + 3^0 =$ → $144 + 1$

c. $(10 - 35) \cdot 5 =$ → $50 - 175$

d. $\sqrt{4^2 + 3^2} + 1 =$ → $\sqrt{4^2} \cdot \sqrt{3^2} : 2$

e. $\sqrt{4^2 \cdot 3^2} + 3^0 =$ → $\sqrt{16 \cdot 9} + 3^0$

f. $3^2 + 4^2 + 1 =$ → $4^2 + 3^2 + 3^0$

Expresiones de la derecha: • $4^2 + 3^2 + 3^0$ • $50 - 175$ • $\sqrt{4^2} \cdot \sqrt{3^2} : 2$ • $7 - 2$ • $\sqrt{16 \cdot 9} + 3^0$ • $144 + 1$

25. **Escriban, en cada caso, un par de números que cumplan con las condiciones dadas.**

a. El mcm es 420 y el dcm es 2. Los números no son primos.

b. El mcm es 19. El segundo número no es múltiplo del primero.

c. El mcm es 315 y el dcm es 5. Son números compuestos.

d. El mcm es 49 y el dcm es un número primo. El primer número es mayor que el segundo.

a. 30 y 28. **b.** 19 y 1. **c.** 35 y 45. **d.** 49 y 7.

26. **Rodeen con color la respuesta correcta de cada cálculo.**

a. $5^0 \cdot 25 + 32 - 10 + (15 - 8) \cdot 3 + 21^2 =$

• 0 • **509** (rodeada) • 2 545

b. $[(48 + 18 \cdot 2 - 15) \cdot 2 - 7^2] - \sqrt[3]{6^2 + 2 - 11} =$

• 2 • 231 • **86** (rodeada)

c. $24 + 52 - [(\sqrt{3 \cdot 4^2 + 1} + 5) + 9] \cdot 3 =$

• **13** (rodeada) • 37 • 27

d. $(25 + 12 - 5) \cdot 4 - 35 + 8^2 \cdot \sqrt{4^2 - 2^2 \cdot 3} =$

• 462 • 314 • **221** (rodeada)

27. **Resuelvan.**

a. María organiza las actividades de su casa de la siguiente manera: cada 5 días limpia el patio, cada 4 días limpia los vidrios y cada 8 días limpia la vereda. ¿Cada cuántos días realiza las tres actividades simultáneamente?

b. Claudia colecciona estampillas. Tiene 75 de Italia, 135 de Francia y 45 de España. Quiere armar sobres iguales que contengan la mayor cantidad posible de cada país. ¿Cuántas debe colocar en cada sobre? ¿Cuántos sobres necesitará?

a. 40 días. **b.** 5 de Italia, 9 de Francia, 3 de España. 15 sobres.

Números enteros. Orden y representación

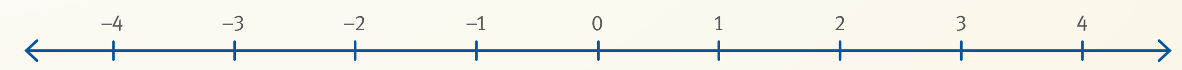
INFOACTIVA

El conjunto de los **números enteros** (se lo simboliza con la letra Z) está formado por los enteros negativos, el cero y los enteros positivos.

… −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4…

El cero no es ni negativo ni positivo.

Para representar números en una **recta numérica**, se debe marcar el cero y establecer una unidad que debe ser respetada para ubicar el resto de los números. Por convención, los enteros positivos se ubican a la derecha del cero y los negativos, a la izquierda.



En la recta numérica un número es mayor que cualquier otro que se encuentre a su izquierda y menor que cualquier otro que se encuentre a su derecha.

−4 es menor que −2. Se escribe $-4 < -2$

5 es mayor que −99. Se escribe $5 > -99$

Se denomina **módulo** o **valor absoluto** de un número entero a la distancia que existe entre el número y el cero.

El módulo de −2 es 2. Se escribe $|-2| = 2$

El módulo de 8 es 8. Se escribe $|8| = 8$

Dos números son **opuestos** cuando tienen distintos signos e igual módulo.

5 y −5 son opuestos.

17 y −17 son opuestos.

En general, el opuesto de a se escribe $-a$.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuál de estos números es mayor: −5 o −15?

b. ¿Es cierto que el 0 es mayor que cualquier número negativo?

c. ¿Qué unidad conviene tomar para representar en la recta: 200, −400 y 300?

d. ¿Cuál es el número opuesto del opuesto de −3?

a. −5 **b.** Sí. **c.** Por ejemplo, 100. **d.** −3.

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

28. **Escriban el número entero que corresponde.**

a. El buzo se encuentra a 250 metros de profundidad. −250

b. Un avión se encuentra a 320 metros de altura. +320

c. El tercer subsuelo de un edificio. −3

d. El año 400 antes de Cristo. −400

e. Ana tiene $1 200. +1 200

f. Claudia debe $150. −150

g. El momento del despegue de una nave espacial. 0

h. La temperatura es de 10 °C bajo cero. −10

i. Seis minutos antes del despegue. −6

j. La temperatura es de 6 °C sobre cero. +6

29. **Completen con < o >, según corresponda.**

a. −12 < 5

b. −4 > −9

c. 0 > −20

d. −31 > −32

e. 10 > −15

f. −3 < 2

g. −5 > −11

h. −1 > −5

i. −45 < −35

30. **Ordenen los siguientes números enteros de menor a mayor.**

−35; 18; −40; 5; 7; −22; −17; 15; 19; −28

−40; −35; −28; −22; −17; 5; 7; 15; 18; 19

31. **Completen el cuadro.**

Número	Opuesto	Anterior	Siguiente	Módulo
−12	12	−13	−11	12
15	−15	14	16	15
−17	17	−18	−16	17
3	−3	2	4	3

32. **Completen con el número correspondiente. Luego, represéntenlos en la recta numérica.**

a. El número *a* es el opuesto de −5. a = +5

b. El número *b* tiene diferente signo de *a* y su módulo es una unidad mayor. b = −6

c. El número *c* es el doble del opuesto de *a*. c = −10

d. El número *d* es igual al módulo de −2. d = +2

Solución gráfica.

0

Adición y sustracción

INFOACTIVA

Para **sumar** (o **restar**) **números enteros** pueden seguir estos pasos:

- Se eliminan los paréntesis.
  -Si el signo que lo precede es **+**, el signo del número encerrado entre los paréntesis no cambia.
  $6 + (+4) = 6 + 4$
  $-7 + (-2) = -7 - 2$

  -Si el signo que lo precede es **–**, el signo del número encerrado entre los paréntesis cambia.
  $6 - (+4) = 6 - 4$
  $-7 - (-2) = -7 + 2$

- Se suma (o resta) teniendo en cuenta las siguientes reglas.

Si los números tienen el **mismo signo**, se suman sus módulos y al resultado le corresponde ese mismo signo.	$6 + 4 = 10$ $-7 - 2 = -9$
Si los números tienen **distinto signo**, se restan sus módulos y al resultado le corresponde el signo del número con mayor módulo.	$6 - 4 = 2$ $-7 + 2 = -5$

Suma algebraica

Una **suma algebraica** es una sucesión de sumas y restas.

Para resolver una suma algebraica, a la suma de los términos positivos se le resta la suma de los módulos de los términos negativos.

$$3 + 5 - 8 - 2 + 10 - 7 = (3 + 5 + 10) - (8 + 2 + 7)$$
$$= 18 - 17$$
$$= 1$$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que la diferencia entre un número positivo y uno negativo da un número positivo?

b. Si la suma entre dos números enteros es 0, ¿cómo son esos números?

c. ¿Está bien resuelta la siguiente suma algebraica? $4 - 8 + 10 - 2 = (4 + 10) - (-8 - 2) = 24$

a. Sí, es cierto. Por ejemplo, $2 - (-3) = 2 + 3$. **b.** Son opuestos.
c. No. Debe quedar $(4 + 10) - (8 + 2) = 4$.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ____/____/____



ACTIVIDADES
Adición y sustracción

33. **Supriman el paréntesis y resuelvan.**

a. −5 + (+8) = +3
b. −2 − (+4) = −6
c. 3 − (+10) = −7
d. 2 + (+3) = +5
e. 5 + (−8) = −3
f. −10 − (−2) = −8
g. −38 − (+10) = −48
h. 24 − (+45) = −21
i. −19 + (+3) = −16
j. 15 + (−4) = 11
k. 25 − (−7) = +32
l. −16 − (−5) = −11
m. −18 + (+13) = −5
n. −10 − (+4) = −14
ñ. 15 − (+28) = −13
o. −6 + (−3) = −9
p. −13 − (−13) = 0
q. −(−15) + (+3) = +18

34. **Lean atentamente y completen la tabla.**
La amplitud térmica es la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima.

Ciudad	Temp. mín.	Temp. máx.	Amplitud térmica
París	2 °C	9 °C	7 °C
Roma	−4 °C	5 °C	9 °C
Madrid	−3 °C	7 °C	10 °C
Amsterdam	5 °C	10 °C	5 °C

35. **Resuelvan las siguientes sumas algebraicas.**

a. −3 + 9 − 5 = 1
b. −5 + 6 − 8 + 2 = −5
c. −9 + 5 − 4 − 6 + 1 = −13
d. −12 + 4 − 16 + 48 − 3 = 21
e. −52 + 62 − 32 − 12 = −34
f. 35 − 12 + 34 − 8 + 71 = 120
g. −20 + 5 − 13 − 4 + 8 = −24
h. −44 + 71 − 66 + 17 = −22
i. 114 + 61 − 41 − 113 = 21
j. −112 + 100 − 26 − 102 = −140

36. **Completen la tabla con los resultados de cada operación.**

m	p	q	m + p + q	m − p + q	−m + p − q	−m − p − q
3	2	−1	4	0	0	−4
−4	5	−3	−2	−12	12	2
−1	6	−2	3	−9	9	−3
0	3	−5	−2	−8	8	2

mente ACTIVA

Los alumnos de segundo año realizaron un experimento con el profesor de Biología. En la primera etapa del experimento lograron congelar una sustancia que originalmente estaba a 30 °C y la llevaron a 7 °C bajo cero. En la segunda etapa lograron enfriar la sustancia 15 grados más.

a. ¿Cuántos grados tuvieron que enfriar la sustancia en la primera etapa?
b. ¿Qué temperatura alcanzó en la segunda etapa?

a. En la primera etapa la temperatura descendió 37 °C. **b.** En la segunda etapa se logró una temperatura de −22 °C.

6 Multiplicación y división

INFOACTIVA

Para **multiplicar** (o **dividir**) **números enteros** se deben tener en cuenta las siguientes reglas de los signos.

Regla de los signos	
Para la multiplicación	**Para la división**
+ . + = +	+ : + = +
− . − = +	− : − = +
+ . − = −	+ : − = −
− . + = −	− : + = −

El **producto** de dos números enteros de **igual** signo es un número **positivo**.	$4 \cdot 3 = 12$ $-5 \cdot (-2) = +10$
El **producto** de dos números enteros de **distinto signo** es un número **negativo**.	$4 \cdot (-3) = -12$ $(-5) \cdot 2 = -10$
El **cociente** de dos números de **igual signo** es un número **positivo**.	$14 : 7 = 2$ $-8 : (-2) = 4$
El **cociente** de dos números de **distinto signo** es un número **negativo**.	$14 : (-7) = -2$ $-8 : 2 = -4$



Si se multiplican o dividen más de dos números, se deben aplicar las reglas anteriores resolviendo las operaciones de izquierda a derecha.

$(+5) \cdot (-2) \cdot (-7) =$
$(-10) \cdot (-7) = 70$

$(-24) : (+4) : (-3) =$
$(-6) : (-3) = 2$

$(-7) \cdot (-4) : (-2) =$
$(+28) : (-2) = -14$

$(+18) : (-3) \cdot (+5) =$
$(-6) \cdot (+5) = -30$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Si se multiplican dos números enteros de distinto signo, ¿cuál es el signo del producto?

b. Si el producto entre dos números enteros es positivo, ¿qué signo tienen los factores?

c. ¿Qué signo tiene el resultado de una multiplicación de diez factores negativos? ¿Y una de once factores negativos?

a. Negativo. **b.** Los dos números tienen el mismo signo. **c.** Positivo. Negativo.

Nombre: ______________________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

37. **Resuelvan las siguientes multiplicaciones y divisiones.**

a. –3 . (–5) = +15
b. –8 . 2 = –16
c. 5 : (–1) = –5
d. –18 : (–6) = +3
e. –15 . 0 = 0
f. –32 . 2 = –64
g. –45 : (–5) = +9
h. –2 . (–10) = +20
i. 40 : (–8) = –5

38. **Unan con una flecha cada cálculo con su resultado, cuando sea posible.**

a. –16 : (–8) . 8 =
b. –2 . (–4) : (–1) =
c. –2 . 4 : (–1) =
d. –5 . (–6) : (–3) =
e. –5 . 6 : (–3) =
f. –6 . 2 : 12 =
g. 25 : (–1) : (–25) =

- 1
- 8
- –1
- 10
- –8
- –10
- 16

39. **Resuelvan las siguientes operaciones.**

a. 3 . (–8) . (–2) = +48
b. –10 . 2 : (–5) = +4
c. –42 : (–6) . (–1) = –7
d. –4 . (–2) . (–5) = –40
e. –1 . (–70) : 35 = +2
f. –48 : 8 . (–1) = +6
g. –140 : 5 : (–7) = +4
h. –220 : (–2) . 3 = +330
i. 81 : (–9) : (–3) = 3
j. 38 : 19 . (–453) = –906

40. **Escriban V (Verdadero) o F (Falso).**

a. El producto entre dos números enteros negativos es negativo. F
b. El cociente entre un número entero (diferente a cero) y su módulo siempre es 1. F
c. El producto entre dos enteros positivos es positivo. V
d. El producto entre tres enteros negativos es positivo. F
e. El cociente entre un entero negativo y su opuesto es siempre –1. V

41. **Completen la tabla.**

a	b	c	a . b	b . c	a . b : c	a : b . c
–12	–6	2	72	–12	36	4
–35	5	–1	–175	–5	175	7
100	–25	4	–2 500	–100	–625	–16
48	12	–2	576	–24	–288	–8
–18	18	–3	–324	–54	108	3
–28	–14	–7	392	98	–56	–14

Operaciones combinadas con números enteros

INFOACTIVA

El siguiente cálculo se puede resolver de dos formas distintas.

Procedimiento 1

$5 - (-10 + 20 - 9) + (-6 - 2) =$

$5 + 10 - 20 + 9 - 6 - 2 =$ **1.** Se suprimen los paréntesis.

$(5 + 10 + 9) - (20 + 6 + 2) = -4$ **2.** Se resuelve la suma algebraica.

En la página 19 pueden repasar las reglas de supresión de paréntesis.

Procedimiento 2

$5 - (-10 + 20 - 9) + (-6 - 2) =$

$5 - (+1) + (-8) =$ **1.** Se resuelven las operaciones que encierran los paréntesis.

$5 - 1 - 8 = -4$ **2.** Se suprimen los paréntesis.

Para resolver un **cálculo combinando las cuatro operaciones** pueden seguir estos pasos:

$-15 : 3 . 2 + 5 - 2 . (-8) =$ **1.** Se separa en términos.

$-5 . 2 + 5 + 16 =$ **2.** Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.

$-10 + 5 + 16 = 11$ **3.** Se resuelven las sumas y restas.



UN CÁLCULO SE PUEDE RESOLVER DE DOS FORMAS DISTINTAS.

¿EN SERIO?

SÍ; HABIENDO ESTUDIADO Y NO HABIENDO ESTUDIADO...



Para resolver un **cálculo combinado en donde hay paréntesis y corchetes** pueden seguir estos pasos:

$[(-8 - 5 . 2) . (-1 - 1)] : (-6) + 2 =$ **1.** Se separa en términos.

$[(-18) . (-2)] : (-6) + 2 =$ **2.** Se resuelven las operaciones que encierran los paréntesis.

$36 : (-6) + 2 =$ **3.** Se resuelven las operaciones que encierran los corchetes.

$-6 + 2 = -4$ **4.** Se resuelven todas las operaciones.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuáles son los pasos para resolver una operación combinada?

b. En el cálculo $-2 + 5 . (-4)$, ¿es correcto resolver $-2 + 5$ y luego multiplicar por -4?

c. En el cálculo $-25 + 5 . (2 - 3) - 1$, ¿es correcta la separación de los términos?

a. Separar en términos, resolver multiplicaciones y divisiones y por último, las sumas algebraicas.
b. No, lo correcto es separar en términos, hallar el producto y finalmente resolver la suma algebraica.
c. No, hay que separar teniendo en cuenta los signos + y – que no están entre paréntesis.

Nombre: ________ Curso: ________ Fecha: ___/___/___

ACTIVIDADES
Operaciones combinadas con números enteros

42. Resuelvan de dos formas distintas.

a. 5 − 10 − (−9 + 1 − 6) + (−10 + 9) =

Procedimiento 1:

5 − 10 − (−14) + (−1) = 8

Procedimiento 2:

5 − 10 + 9 − 1 + 6 − 10 + 9 = 8

b. −25 + 11 + (24 − 20 − 16) − (14 − 29) =

Procedimiento 1:

−25 + 11 + (− 12) − (−15) = −11

Procedimiento 2:

−25 + 11 + 24 − 20 − 16 − 14 + 29 = −11

43. Resuelvan.

a. Martina tiene $800 ahorrados y quiere gastarlos de la siguiente manera: $400 para un celular, $300 para una campera y $250 para un MP3. ¿Le alcanza el dinero para comprar lo que quiere?

No.

b. A las 8:00 h, la temperatura era de 5 °C bajo cero. Si aumentó 6 °C, ¿cuál es la nueva temperatura?

1 °C.

c. A las 14:00 h, la temperatura era de 7 °C bajo cero. Si bajó 2 °C, ¿cuál es la nueva temperatura?

9 °C bajo cero.

44. Unan con una flecha cada cálculo con su resultado.

a. −2 + 5 . (−3) =
b. 4 . (−10) − 6 =
c. (−3) . (−2) + 4 =
d. (−5) . 3 − 18 =
e. 40 : (−5) − (−3) =
f. −15 − 27 : (−3) =

• −6
• 10
• −5
• −33
• −46
• −17

45. Resuelvan los siguientes cálculos.

a. 6 : (−8 + 5) = −2

b. (3 + 5) : (−2) = −4

c. (7 − 10) . (−1 − 2) = 9

d. −2 . (−5 + 4) = 2

e. (100 − 30) : (−4 −3) = −10

f. (−11 − 9) : (−3 + 1) = 10

g. (−2 + 3) . (−5 − 4) : (4 − 1) = −3

h. (−10 − 4) : (−6 − 1) . (3 − 6) = −6

ACTIVIDADES

Operaciones combinadas con números enteros

46. Completen el siguiente cuadro.

a	b	c	d	a . b + c . d	a . (b + c) – d	a – b : c . d
3	8	4	7	52	29	–11
–3	10	2	–5	–40	–31	22
–6	–20	4	4	136	92	14
–12	27	–9	–3	–297	–213	–21
–1	–100	4	–5	80	101	–126

47. Agreguen corchetes para que los resultados sean correctos.

a. 5 – [3 : (–1)] = 8

b. [36 : (–6)] : (–2) = 3

c. [(–35) + 7] : 4 = –7

d. –25 : 5 . [2 + (–3)] = 5

e. 3 . 4 . [(–2) – 10] = –144

f. 8 + [3 + (–4)] . 2 = 6

48. Resuelvan los siguientes cálculos.

a. (–5 + 2) . (–2 + 5) + (–8 + 9) . (–1) + 0 . (–3) = –10

b. –130 + (–4) . (8 + 4 : 2) : (–2) – 25 : (15 – 20) + 3 = –102

49. Marquen con una X el cálculo que representa el problema y resuelvan.

Carolina fue de compras con $600 y gastó la cuarta parte en la carnicería, $130 en la verdulería y la mitad del dinero de la compra de la verdulería, en la panadería. ¿Cuánto dinero le quedó?

a. 600 : 4 + 130 + 130 : 2 ☐

b. 600 – 600 : 4 + 130 – 130 : 2 ☐

c. 600 – (600 : 4 + 130 + 130 : 2) X

50. Resuelvan suprimiendo paréntesis y corchetes.

a. –2 . [–3 – (–4 + 3) : (–1)] – [–(–2 + 8) : (–3)] = +6

b . [(–4 + 9 – 1) . (–1 –2)] – [–(–5) + (–7)] . 4 = –4

c. (–3 + 5 – 8) . (–6 + 1) + [(–2 + 9 – 1) . (–8 + 2)] = –6

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES

Operaciones combinadas con números enteros

51. **Completen con un número para que se verifique la igualdad.**

a. [+5] . (–7) + (–1) = –36

b. (–5) . (–10) – [–3] = 53

c. ([–10] + 5) : (–5) = 1

d. (–10) . [(–4) + [–3]] = 70

e. –2 . (–5) . [–4] : (–8) = 5

f. –5 –6 . [–2] = 7

52. **Marquen con una X el resultado correcto de cada cálculo.**

a. [–18 + (–3 + 5 – 7) . (–4) – (–5 + 6)] : (–1) = 1 [ ] –1 [X] –12 [ ]

b. 15 – [35 + (–5 + 6) . (–2) – (–21 + 5 – 4)] – (–9) . 3 = –11 [X] 95 [ ] –65 [ ]

c. –52 + [12 – (–56 + 23 – 14) – (–4)] – (–56) : (–3 – 1) = –101 [ ] 25 [ ] –3 [X]

d. [(–25 + 5 – 10) : (–10 – 5) + (–5 + 8) . 4] – (–6 + 36) = –20 [ ] 44 [ ] –16 [X]

e. [–56 + (–9 – 5) . (–7) + (–5) . (–6 + 5)] + (–81) : (–7 – 2) = 46 [ ] 56 [X] 38 [ ]

53. **Unan con una flecha cada cálculo con su resultado.**

a. (–3) . (–5) . (–2) + (–5) =
b. (–3) . (–2) . (–5) – (+5) =
c. –15 + (–8 + 5) . (–4) =
d. – (–15) + (–8 + 5) . (+4) =
e. –32 + (–24 + 4) : (–5) =
f. 35 . (–2) – (–5 + 8) . (–5) – (–90) =

• –3
• –28
• –35
• 3
• 35
• –28

mente ACTIVA

El nivel de agua de un río ha disminuido 8 cm diarios durante 6 días. A causa de las intensas lluvias, los 3 días siguientes ha subido el nivel 9 cm diarios. El nivel de agua ¿aumentó o disminuyó en esos días? ¿Cuánto? –8 cm . 6 + 9 cm . 3 = –48 cm + 27 cm = –21 cm.
En estos días el nivel de agua del río ha disminuido 21 cm.

54. **Resuelvan.**

a. (–3) + (–5) =
b. (–4) – (–3) =
c. (–40) + (–18) =
d. (–100) + (–20) =
e. 30 – (–8) =
f. 45 + (–5) =
g. 35 – (–7) =
h. (–65) + (–3) =

a. –8. b. –1. c. –58. d. –120. e. 38. f. 40. g. 42. h. –68.

55. **Completen la tabla.**

a	b	–a	|b|	a . (–b)	–b . a + b
–4	–3	4	3	–12	–15
–5	2	5	2	10	12
3	–6	–3	6	18	12
1	–7	–1	7	7	0

56. **Escriban V (Verdadero) o F (Falso). Expliquen cómo lo pensaron.**

a. El producto de dos números enteros negativos es menor que cero. F
b. El opuesto de un número entero es siempre menor que cero. F
c. El producto entre un número *a* y –1 es igual al opuesto de *a*. V
d. El cociente entre un número entero (distinto de cero) y su opuesto es 1. F
e. La diferencia entre un número y su opuesto es igual a cero. F
f. En una suma algebraica, a la suma de los números positivos se le resta la suma de los módulos de los negativos. V
g. Si el producto entre dos números enteros da 0, los dos son iguales a 0. F
h. En el cálculo *a* – *b*, si *a* es positivo y *b* es negativo, el resultado es negativo. F
i. Si el cociente entre dos números enteros es igual a 0, alguno de ellos es 0. F

57. **Resuelvan las siguientes sumas algebraicas.**

a. –3 + 7 – 5 – 6 + 10 – 14 + 20 = 9
b. 13 – 16 + 4 – 5 – 7 + 6 = –5
c. 36 – 17 + 14 – 8 – 7 = 18

58. **Completen con ‹, › o = según corresponda.**

a. |–4| – |–5| ‹ |–4 – 5|
b. –|–7| – |–8| ‹ –|–7 – (–8)|
c. (–3) . (–2) = –3 . 2 . (–1)
d. 5 . 2 = –5 . (–2)
e. (–8) : 2 ‹ (–8) : (–2)
f. |5 – 15| › |5| – |15|

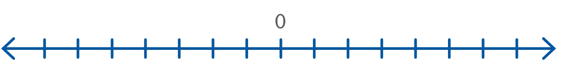
59. **Resuelvan.**

a. Escriban cuatro números *a*, *b*, *c*, *d* que cumplan con las condiciones.

a = |–5 + 2| *b* = –2 . *a*
c = –*b* *d* = –*c* : 3

a = 3 *b* = –6
c = 6 *d* = –2

b. Representen sobre la recta numérica los números que escribieron.



Solución a cargo del alumno.

60. **Resuelvan la siguiente situación planteando el cálculo correspondiente.**

La siguiente tabla muestra las ganancias y pérdidas de un negocio a lo largo del primer semestre del año.

Mes	Ganancias o pérdidas
Enero	–$500
Febrero	$140
Marzo	–$570
Abril	$300
Mayo	–$1 000
Junio	$1 200

Si el saldo al iniciar el año era de –$2 500, ¿cuál fue el saldo al finalizar el mes de marzo? ¿Y al primer día del mes de julio?

En el mes de marzo el saldo fue de –$3 430.
El primer día del mes de julio el saldo fue de –$2 930.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

61. Resuelvan.

La siguiente tabla muestra las temperaturas promedio de la ciudad de Bariloche durante una semana.

Día	Temperatura
Lunes	–5 °C
Martes	–7 °C
Miércoles	4 °C
Jueves	10 °C
Viernes	15 °C
Sábado	7 °C
Domingo	–3 °C

a. Ordenen las temperaturas desde la más baja a la más alta.

b. Representen en la recta numérica las temperaturas.

a. –7 °C; –5 °C; –3 °C; 4 °C; 7 °C; 10 °C; 15 °C.
b. Solución a cargo del alumno.

62. Marquen con una X la respuesta correcta.

a. $(-7 + 2 - 1) \cdot (-6 - 1) - [(-8) + (-3)] =$

31 ☐ 53 ☒ 47 ☐

b. $-81 : (-9) - [-4 - (15 + 3)] =$

31 ☒ –13 ☐ 13 ☐

c. $-128 : (-6 + 8) + [-(-3 + 6 - 2) \cdot (-5 + 2)] =$

67 ☐ –61 ☒ –67 ☐

d. $(-45 + 35 - 155) : (-5) + (-9 + 1) =$

41 ☐ –25 ☐ 25 ☒

e. $(-72 + 16 - 24) : (-8) + (-2 + 7) =$

15 ☒ –5 ☐ 5 ☐

f. $(-100 + 58) \cdot (-3 - 1) - (-18 - 17) : 5 =$

161 ☐ 175 ☒ –175 ☐

63. Supriman paréntesis y corchetes. Luego, resuelvan.

a. $5 - (4 + 8) = -7$

b. $-3 + (2 - 1 + 5) - 15 = -12$

c. $-6 + 8 - 10 + 3 - (4 - 1) = -8$

d. $-4 - 5 - 10 + (-10 - 30) = -59$

e. $8 - [3 - (4 + 15) - 6] - 7 = 23$

f. $-[-3 - (10 - 8) + 18] - 11 = -24$

64. Agreguen a cada cálculo paréntesis o corchetes para que se verifique la igualdad.

a. $(-3) - [3 \cdot (-4) - 8] : (-2) = -13$

b. $(-3) - [3 \cdot (-4) - 8 : (-2)] = 5$

c. $(-3) - 3 \cdot [(-4) - 8 : (-2)] = -3$

d. $[(-3) - 3] \cdot (-4) - 8 : (-2) = 28$

65. Completen con <, > o =.

a. $-35 : (-5) - [-2 \cdot (-7 + 2)]$ > -19

b. $-3 \cdot [-(5 - 9) : (-2)] - (-5 + 3) : (-1)$ = 4

c. $-18 - [-7 - (-3 + 1)] + 10 : (-1 -4)$ < -7

d. $7 \cdot (-6) + 5 - [-1 - (-6 + 5) \cdot 5]$ > -49

e. $-28 : (-2 - 5) + [-(-9) + 5 \cdot (-9)]$ < -2

66. Unan con una flecha cada cálculo con su resultado.

a. $(-9 + 5 - 1) \cdot (-4 -1) - 7 =$ • –17

b. $(-12 + 14) \cdot (+2) - 48 : (-4) =$ • 180

c. $[(-15 + 23) : (-9 + 7)] - (+13) =$ • 18

d. $-3 : [-15 - (-3 + 5) \cdot (-6)] =$ • 1

e. $-8 \cdot 5 - (-12 + 56) \cdot (-2 - 3) =$ • 16

67. Resuelvan las siguientes situaciones problemáticas.

a. El encargado de un edificio realiza el reparto de la correspondencia. Parte en ascensor desde el quinto piso y baja 3 pisos, luego sube 6, baja 8 y sube 2. ¿En qué piso se encuentra?

b. El día 15 de julio, el termómetro marcó en Calafate una temperatura mínima de –15 °C y en Tilcara, de 12 °C. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre ambas ciudades?

c. Un comerciante está haciendo la caja al final del día. Compró mercadería por $2 150, ganó $2 900 por lo que vendió y pagó $850 de impuestos. Si al empezar el día había $900 en la caja, ¿cuánto dinero tiene?

a. Segundo piso. **b.** 27 °C. **c.** Tiene $800.

68. Separen en términos y resuelvan las siguientes operaciones combinadas.

a. $-15 : (3 + 2) + 2 \cdot (-4 - 3) + 20 = 3$

b. $(4 + 16) : 4 - 3 \cdot (1 - 4) = 14$

c. $3 \cdot (2 + 5) + 4 \cdot (-5) - 1 = 0$

d. $18 : (3 + 6) + 4 \cdot (-3 - 1) + 10 = -4$

Potenciación y sus propiedades

INFOACTIVA

La **potenciación** es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

exponente → $a^n = a \,.\, a \,.\, a \,.\, a \,.\, a \,.\, a \ldots a$ (n veces)
base

$a^0 = 1$ (con $a \neq 0$)
$a^1 = a$

$2^3 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 = 8$

$3^4 = 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 = 81$

El signo de la potencia depende del signo de la base y del exponente.

- Si la **base** es **positiva**, la **potencia** siempre es **positiva**.

$$3^5 = 243$$

- Si la **base** es **negativa** y el **exponente** es **par**, la **potencia** es **positiva**.

$$(-3)^2 = (-3) \,.\, (-3) = 9$$

- Si la **base** es **negativa** y el **exponente** es **impar**, la **potencia** es **negativa**.

$$(-3)^3 = (-3) \,.\, (-3) \,.\, (-3) = -27$$

La **potenciación** cumple con las siguientes **propiedades**:

Propiedades	Ejemplos	En símbolos
El **producto de potencias de igual base** es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la suma de los exponentes dados.	$2^3 \,.\, 2^2 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2$ $= 2^{3+2} = 2^5$ $= 32$	$a^m \,.\, a^n = a^{m+n}$
El **cociente de potencias de igual** base es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la resta de los exponentes dados.	$2^3 : 2^2 = (2 \,.\, 2 \,.\, 2) : (2 \,.\, 2)$ $= 2^{3-2} = 2^1$ $= 2$	$a^p \,.\, a^q = a^{p-q}$
La **potencia de una potencia** es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es igual al producto de los exponentes dados.	$(2^3)^2 = (2 \,.\, 2 \,.\, 2)^2$ $= 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2$ $= 2^6 = 64$	$(a^r)^s = a^{r \,.\, s}$
La potenciación es **distributiva** con respecto a la multiplicación y la división.	$(2 \,.\, 5)^2 = 2^2 \,.\, 5^2 = 100$ $(4 : 2)^2 = 4^2 : 2^2 = 4$	$(a \,.\, b)^n = a^n \,.\, b^n$ $(a : b)^n = a^n : b^n$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Qué signo tiene el resultado de una potencia con la base negativa y el exponente par?

b. ¿Es cierto que $(-9)^2 \,.\, (-9)^3$ es igual a $(-9)^6$?

c. ¿Son verdaderas las siguientes igualdades?

$(-7)^0 = -1$ $\qquad$ $6^3 \,.\, 5^2 = 30^{3+2}$

a. El resultado será positivo siempre. **b.** No, el resultado correcto es $(-9)^5$. En el producto de igual base, las potencias se suman. **c.** No, todo número elevado a la cero, sea positivo o negativo, da como resultado 1 y en $6^3 \,.\, 5^2$ hay que resolver las potencias de esta manera: $216 \,.\, 25 = 5\,400$.

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

69. Calculen las siguientes potencias.

a. $(-3)^4 =$ 81 **d.** $(-5)^0 =$ 1 **g.** $-7^0 =$ -1 **j.** $(-1)^3 =$ -1

b. $(-2)^3 =$ -8 **e.** $(-6)^1 =$ -6 **h.** $(-9)^2 =$ 81 **k.** $0^4 =$ 0

c. $-6^2 =$ -36 **f.** $(-4)^3 =$ -64 **i.** $(-10)^2 =$ 100 **l.** $8^2 =$ 64

70. Completen con $<$ o $>$, según corresponda.

a. $(-3)^3$ $<$ 0 **c.** $(-3)^1$ $<$ 0 **e.** $(-4)^{11}$ $<$ 0

b. $(-5)^4$ $>$ 0 **d.** $(-35)^{17}$ $<$ 0 **f.** $(+16)^{12}$ $>$ 0

71. Completen la siguiente tabla.

a	b	a^2	b^2	a^3	b^3	a^0	b^1	$a^2 + b^2$
–1	3	1	9	–1	27	1	3	10
–5	–2	25	4	–125	–8	1	–2	29
4	–6	16	36	64	–216	1	–6	52
–2	–3	4	9	–8	–27	1	–3	13
–4	–2	16	4	–64	–8	1	–2	20

72. Completen con = o ≠, teniendo en cuenta las propiedades.

a. $(3 \cdot 2)^2$ = $3^2 \cdot 2^2$

b. $(-2)^4 \cdot (-2)^2$ ≠ $(-2)^8$

c. $(-5)^6 : (-5)^3$ ≠ $(-5)^2$

d. $(3^4 \cdot 2) : 3^2$ = $3^2 \cdot 2$

e. $(-3 + 2)^3$ ≠ $(-3)^3 + 2^3$

f. $[(-3)^2]^0$ = 1

g. $[(-5)^3]^1$ ≠ $(-5)^4$

h. $4^2 \cdot 3^2$ = 12^2

73. Resuelvan aplicando propiedades.

a. $(-3)^2 \cdot (-3)^3 : (-3)^4 =$ -3

b. $[(-5)^3]^2 : (-5)^2 =$ $(-5)^4 = 625$

c. $[(-1) \cdot (-2) \cdot (-3)]^8 : [(-6)^3]^2 =$ $(-6)^2 = 36$

d. $(2 \cdot 3)^6 : (2 \cdot 3)^4 =$ $(2 \cdot 3)^2 = 36$

e. $[(-2) \cdot (-3) \cdot (-4)]^2 =$ 576

f. $[(-6)^8 : (-6)^6]^2 =$ $(-6)^4 = 1\,296$

g. $[(-1)^3 : (-1)^3]^3 =$ $(-1)^0 = 1$

h. $(3^5 \cdot 4^3)^4 : (3^5 \cdot 4^4)^3 =$ $3^5 \cdot 4^0 = 243$

74. Unan con flechas cada cálculo con su resultado.

a. $(-2)^3 \cdot (-2)^4$ • $(-2)^2$

b. $[(-2)^3]^4$ • $(-2)^7$

c. $(-2)^5 : (-2)^3$ • $(-2)^{12}$

d. $(-2) \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^4$ • $(-2)^0$

e. $(-2)^5 \cdot (-2)^2 : (-2)^7$ • $(-2)^6$

Radicación y sus propiedades

INFOACTIVA

La **radicación** es una operación entre dos números *a* y *n* llamados radicando e índice, respectivamente.

$\sqrt{16} = 4$ porque $4^2 = 16$ $\sqrt[3]{-8} = -2$ porque $(-2)^3 = -8$

- Si el **radicando** es **positivo**, la raíz es **positiva**.

$\sqrt{25} = 5$ $\sqrt{49} = 7$

- Si el **radicando** es **negativo** y el **índice** es **impar**, la raíz es **negativa**.

$\sqrt[3]{-27} = -3$ $\sqrt[5]{-32} = -2$

- Si el **radicando** es **negativo** y el **índice** es **par**, la raíz **no tiene solución** en el conjunto de los números enteros, ya que ningún número entero elevado a un exponente par da por resultado un número negativo.

$\sqrt{-4}$ y $\sqrt[4]{-16}$ no tienen solución en el conjunto de los números enteros.

Propiedad	Ejemplos	En símbolos
Simplificación de índices	$\sqrt{3^4} = \sqrt[2:2]{3^{4:2}} = 3^2 = 9$	$\sqrt[n]{a^b} = \sqrt[n:b]{a^{b:b}}$ con $b \neq 0$
Amplificación de índices	$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3.2]{8^{1.2}} = \sqrt[6]{64} = 2$	$\sqrt[n]{a^b} = \sqrt[n.c]{a^{b.c}}$
Raíz de raíz	$\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt[2.2]{16} = \sqrt[4]{16} = 2$	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$

La **radicación** es **distributiva** con respecto a la multiplicación y la división. ✽

$\sqrt[n]{a \,.\, b} = \sqrt[n]{a} \,.\, \sqrt[n]{b}$ $\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$

✽ En la página 9 pueden repasar esta propiedad.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que $\sqrt{-9}$ no tiene solución? ¿Por qué?

b. ¿Es verdad que $(\sqrt[4]{9})^2$ es igual a $\sqrt{9}$?

c. La radicación ¿es distributiva con respecto a la suma y la resta?

a. Sí, la raíz cuadrada de un número negativo no tiene solución en el conjunto de los números enteros.
b. Sí, se puede simplificar. **c.** No.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

ACTIVIDADES
Radicación y sus propiedades

75. **Calculen las siguientes raíces, cuando sea posible.**

a. $\sqrt{16} =$ 4
b. $\sqrt[3]{-8} =$ −2
c. $\sqrt[4]{16} =$ 2
d. $\sqrt[5]{1} =$ 1
e. $\sqrt[3]{-216} =$ −6
f. $\sqrt[5]{-32} =$ −2
g. $\sqrt{-36} =$ No tiene solución.
h. $\sqrt[3]{-27} =$ −3
i. $\sqrt[4]{81} =$ 3
j. $\sqrt[4]{625} =$ 5
k. $\sqrt{100} =$ 10
l. $\sqrt[9]{0} =$ 0

76. **Resuelvan aplicando propiedades.**

a. $\sqrt{\sqrt{256}} = \sqrt[4]{256} = 4$
b. $\sqrt{144 \, . \, 25} = \sqrt{144} \, . \, \sqrt{25} = 60$
c. $\sqrt{81 : 9} = \sqrt{81} : \sqrt{9} = 3$
d. $\sqrt[3]{(-64) : (-1)} = \sqrt[3]{-64} : \sqrt[3]{-1} = 4$
e. $\sqrt[3]{\sqrt{729}} = \sqrt[6]{729} = 3$
f. $\sqrt[3]{-1000 : 125} = \sqrt[3]{-1000} : \sqrt[3]{125} = -2$

77. **Escriban V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda. Expliquen cómo lo pensaron.**

a. $\sqrt[3]{-1} + \sqrt[3]{-1} + \sqrt[3]{-1} = \sqrt[9]{-1}$ F
b. $\sqrt[4]{3} \, . \, \sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{81}$ V
c. $\sqrt{49 + 25} = \sqrt{49} + \sqrt{25}$ F
d. $\sqrt{4 \, . \, (9-5)} = \sqrt{4 \, . \, 9} - \sqrt{4 \, . \, 5}$ F
e. $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[5]{64}$ F
f. $\sqrt[3]{-3} \, . \, \sqrt[3]{-3} \, . \, \sqrt[3]{-3} = \sqrt[3]{(-3) \, . \, (-3) \, . \, (-3)}$ V

78. **Tengan en cuenta el ejemplo y completen.**

$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$

$2 < \sqrt{5} < 3$

a. $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$
$3 < \sqrt{11} < 4$

b. $\sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{49}$
$6 < \sqrt{39} < 7$

c. $\sqrt{100} < \sqrt{110} < \sqrt{121}$
$10 < \sqrt{110} < 11$

d. $\sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36}$
$5 < \sqrt{28} < 6$

e. $\sqrt{64} < \sqrt{70} < \sqrt{81}$
$8 < \sqrt{70} < 9$

f. $\sqrt{196} < \sqrt{222} < \sqrt{225}$
$14 < \sqrt{222} < 15$

79. **Simplifiquen los índices de las raíces con los exponentes.**

a. $\sqrt[3]{(-2)^6} = (-2)^2$
b. $\sqrt[4]{9^2} = \sqrt{9}$
c. $\sqrt[9]{(-8)^3} = \sqrt[3]{-8}$
d. $\sqrt[6]{(-8)^4} = \sqrt[3]{(-8)^2}$
e. $\sqrt{25^2} = 25$
f. $\sqrt[10]{4^5} = \sqrt{4}$

80. **Completen los espacios vacíos para que se verifiquen las igualdades.**

a. $\sqrt{b^2} = \sqrt[3]{b^6}$
b. $\sqrt[3]{c^2} = \sqrt[6]{c^4}$
c. $\sqrt[5]{d^2} = \sqrt[20]{d^8}$
d. $\sqrt[4]{e^3} = \sqrt[16]{e^{12}}$

Operaciones combinadas con potencias y raíces

INFOACTIVA

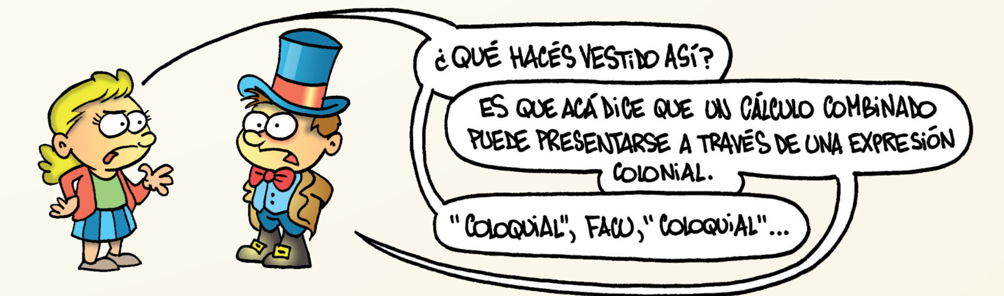
Para resolver un **cálculo combinando todas las operaciones** estudiadas, pueden seguir estos pasos.

$\sqrt{49}\,.\,3 + 24 : 2 - 5\,.\,2^2 =$
$7\,.\,3 + 12 - 5\,.\,4 =$
$21 + 12 - 20 = 13$

1. Se separa en términos.
2. Se resuelven las potencias y raíces.
3. Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.
4. Se resuelven las sumas y restas.

$(-10 + 2)^2 + \sqrt{16 + 4\,.\,5} - (-15 : 3 + 3)^3 =$
$(-8)^2 + \sqrt{16 + 20} - (-5 + 3)^3 =$
$64 + \sqrt{36} - (-2)^3 =$
$64 + 6 - (-8) =$
$64 + 6 + 8 = 78$

1. Se separa en términos.
2. Se resuelven las potencias y raíces.
3. Se resuelven las sumas y restas.



Un cálculo combinado puede presentarse a través de una **expresión coloquial**.

Lenguaje coloquial	Lenguaje algebraico
La raíz cuadrada de la suma entre 5 y el anterior al opuesto de –5.	$\sqrt{5 + (5 - 1)}$
El cubo de la diferencia entre el opuesto de 14 y el siguiente de –9.	$[-14 - (-9 + 1)]^3$
La suma entre la raíz cúbica del opuesto de 125 y el anterior a –11.	$\sqrt[3]{-125} + (-11 - 1)$
El cociente entre el cuadrado de –9 y la cuarta parte de 36.	$(-9)^2 : (36 : 4)$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es correcto el siguiente procedimiento? $(\sqrt{4} + 1)^2 = 5$

b. ¿Es correcta la separación en términos del siguiente cálculo combinado?

$\sqrt{32} + 2\,.\,16 + (-2)^2 + 1$

a. No **b.** Sí, cuando dentro de la potencia o raíz hay otras operaciones para resolver hay que separar en términos esos cálculos también.

Nombre: ______________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES
Operaciones combinadas con potencias y raíces

81. **Resuelvan.**

a. $(-2)^3 + \sqrt[3]{-1} - (-4)^3 - \sqrt{144} =$

43

b. $(-8)^0 + (-4)^2 \,.\, 3 : 6 - \sqrt[3]{-64} + \sqrt[3]{-8} =$

11

c. $(-10)^1 + \sqrt{36} - \sqrt[3]{-27} \,.\, \sqrt[5]{-32} =$

–10

d. $(-4)^2 \,.\, (-3)^2 : 8 + \sqrt[6]{64} - \sqrt[3]{-1000 : 2 - 6 \,.\, 2} =$

28

e. $(-5)^3 - (-12) : 3 \,.\, 4 + \sqrt{10^2 + 2 \,.\, 10^1 + 10^0} =$

–98

f. $\sqrt[4]{(-64) : (-4)} + (-6)^2 : 12 - (1 + 4 \,.\, 3)^2 =$

–164

g. $\sqrt[3]{-64} \,.\, (-3 - 2) - (-4)^0 \,.\, (5^2 - 1) =$

–4

h. $\sqrt[5]{-30 - 2} + (-6 + 1 + 3)^2 - 0 : 7 =$

2

i. $3 \,.\, (-2)^3 \,.\, (-4) - 8 : (-2)^2 + \sqrt[3]{-64} - \sqrt[3]{25 \,.\, 5} =$

85

j. $-5 \,.\, (-1)^0 \,.\, (-2)^2 - 10 : (-5)^1 + \sqrt[4]{-1 + 82} - 4 =$

–19

k. $\sqrt{48 \,.\, 3} + (-150 + 50) : (-8 + 3) + \sqrt{2} \,.\, \sqrt{8} =$

36

l. $\sqrt{8^2 + 6^2} + (-8)^0 - (-5 + 6 + 1)^3 + \sqrt[3]{-343} =$

–4

m. $\sqrt{9^2 + 12^2} + (-3)^2 - (-1 + 2 + 3)^3 - \sqrt[3]{-125} =$

–35

n. $-3 \,.\, (-2)^0 \,.\, (-2)^3 - 15 : (-3)^1 + \sqrt{-1 + 17} - 22 =$

11



ACTIVIDADES
Operaciones combinadas con potencias y raíces

82. **Completen los espacios para que se verifiquen las igualdades.**

a. $\sqrt[3]{\boxed{-8}} + 1 - (-2)^5 = 31$

b. $(-9 + 3 - 1)^2 - \sqrt[3]{-26 - 1} - \left(\boxed{-8}\right)^1 = 60$

c. $\sqrt[3]{-3 + \boxed{67}} + (-2) - (-4)^0 = 1$

d. $\sqrt[5]{-16 \cdot 2} + (-3)^2 \cdot \left(\boxed{-3}\right)^2 = 79$

e. $[(-6) \cdot (-1)]^2 - \left(\boxed{-1}\right)^5 = 37$

f. $\sqrt[3]{\boxed{-32}} \cdot \sqrt[3]{2} - (-5)^2 = -29$

83. **Resuelvan aplicando las propiedades de la radicación y de la potenciación.**

a. $\sqrt[3]{\sqrt{(-5)^4 \cdot (-5) \cdot (-5)^7}} + \sqrt[3]{(-5)^6} =$

$\sqrt[6]{(-5)^{12}} + (-5)^2 = 50$

b. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} + \sqrt[5]{-32} + [\sqrt[8]{16}]^2 =$

$\sqrt{16} + \sqrt[5]{-32} + \sqrt[4]{16} = 4$

c. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{(-4)^7 \cdot (-4)^9 \cdot (-4)^8}} + [\sqrt[5]{(-2)}]^{10} =$

20

d. $\sqrt[3]{(-2)^3 \cdot (-3)^6 : (-1)^9} =$

18

e. $\sqrt[3]{-2} \cdot \sqrt[3]{-32} + \sqrt[3]{\sqrt{(-4)^{12}}} =$

20

f. $[(-10)^4]^2 : [(-10)^3]^2 + \sqrt{144} =$

112

g. $\sqrt[3]{-2} \cdot \sqrt[3]{-4} + [(-5)^5]^0 \cdot [(-5)^1]^2 + 9 \cdot 8 : 4 =$

45

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____ / ____ / ____

Operaciones combinadas con potencias y raíces

84. Coloquen corchetes para que se cumplan las igualdades.

a. $[(-2)^3 \;.\; (-2)^2] + (-2)^3 - \sqrt{121} \;.\; \sqrt[3]{-8} = -18$

b. $(-2)^3 \;.\; [(-2)^2 + (-2)^3] - \sqrt{121} \;.\; \sqrt[3]{-8} = 54$

c. $(-2)^3 \;.\; [(-2)^2 + (-2)^3 - \sqrt{121}] \;.\; \sqrt[3]{-8} = -240$

d. $(-2)^3 \;.\; (-2)^2 + [(-2)^3 - \sqrt{121}] \;.\; \sqrt[3]{-8} = 6$

85. Unan con una flecha los cálculos que tienen el mismo resultado.

a. $22 - \sqrt[3]{4 - 12}$

b. $(-6) \;.\; (-4) + \sqrt[3]{-1}$

c. $(-2) \;.\; \sqrt[15]{(-216)^5} - (-2)^3 + 3$

d. $\sqrt{(-12)^2 : (-3)^2}$

e. $(-1)^7 \;.\; (-1)^6 - \sqrt[3]{(-1)}$

- $(\sqrt{-2})^6 + 6 \;.\; (-6)^0 + (-5)^2$
- $(-5)^1 \;.\; \sqrt{196} + (-10)^2 + (-2)^2$
- $(-1)^4 \;.\; (-1)^8 - (-1)^0$
- $[\sqrt[5]{(-4)^{10}} + (-4)^5 : (-4)^4] : 3$

86. Planteen el cálculo y resuelvan

a. La diferencia entre el doble de la raíz cuadrada de 144 y la raíz cúbica de –1 000.

$2 \;.\; \sqrt{144} - \sqrt[3]{-1000} = 34$

b. El cubo del cociente entre la raíz cuadrada de 100 y la raíz cúbica de $(-5)^3$.

$(\sqrt{100} : \sqrt[3]{(-5)^3})^3 = -8$

c. El producto entre el cubo del anterior de –5 y el cuadrado del opuesto de –6.

$(-5 - 1)^3 \;.\; 6^2 = -7\,776$

d. La suma entre la raíz cuarta del doble de 8 y el cubo del módulo de *–15 + 10*.

$\sqrt[4]{2 \;.\; 8} + |-15 + 10|^3 = 127$

e. La tercera parte del producto entre el cubo de –3 y el siguiente de –2.

$[(-3)^3 \;.\; (-2 + 1)] : 3 = 9$

INTEGRACIÓN

87. **Completen con = o ≠.**

a. $(-5)^4 \cdot (-5)^6 : (-5)^3$ [≠] $(-5)^8$

b. $\sqrt{100 + 36}$ [≠] $\sqrt{100} + \sqrt{36}$

c. $[(-4)^5]^2$ [=] 4^{10}

d. $\sqrt{64 \cdot 4}$ [=] $\sqrt{64} \cdot \sqrt{4}$

e. $(-6)^0$ [≠] -1

f. $(-22)^1$ [≠] 22

88. **Escriban V (Verdadero) o F (Falso). Expliquen cómo lo pensaron.**

a. Toda raíz de índice impar y radicando negativo tiene resultado negativo. [V]

b. Si la suma de los cuadrados de dos números enteros es mayor que cero, entonces los dos números son positivos. [F]

c. Si al elevar al cubo un número entero, el resultado es negativo, entonces el número es negativo. [V]

d. La raíz de índice par y radicando negativo tiene resultado negativo. [F]

e. Todo número negativo elevado a la 0 da –1. [F]

89. **Completen el exponente teniendo en cuenta las propiedades de la potenciación.**

a. $(-5)^5 \cdot (-5)^{[1]} = (-5)^6$

b. $(4^3 \cdot 4^5) : 4^6 \cdot (4^4 \cdot 4^2)^{[0]} = 4^2$

c. $3^{10} : (3^{[0]} \cdot 3^4)^2 = 3^2$

d. $(-8)^{[10]} \cdot (-8)^2 : [(-8)^2]^3 = (-8)^6$

e. $(-1)^3 \cdot (-1)^6 : [(-1)^{[4]} \cdot (-1)^5] = 1$

f. $[(-6)^2]^{[5]} : (-6)^4 \cdot (-6) = (-6)^7$

90. **Completen con <, > o =.**

a. $(-3)^2 \cdot (-3)^3$ [<] $3^2 \cdot 3^3$

b. $\sqrt{3 \cdot 27} \cdot 3^2$ [=] $\sqrt{81} \cdot 9$

91. **Completen con el número correspondiente teniendo en cuenta las propiedades de la radicación.**

a. $\sqrt{36} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{[4]}$

b. $\sqrt[3]{\sqrt{[64]}} = 2$

c. $(\sqrt[[4]]{144})^2 = 12$

d. $\sqrt{100 : [4]} = \sqrt{5^2}$

e. $\sqrt[3]{\sqrt[[3]]{4^9}} = 4$

f. $(\sqrt[7]{6})^{[14]} = 6^2$

92. **Resuelvan las siguientes operaciones combinadas.**

a. $\sqrt{23 \cdot 3 + 10^2} + [(-9)^3 : (-9)^2] - (5 - 6 \cdot 2) =$

b. $[\sqrt[3]{10^3} + (-9 + 5) \cdot (-4) - (-7)^3] \cdot (-1) =$

c. $-[(-12 + 52 + 23) \cdot (-3 + 2) + (-2)] \cdot \sqrt[5]{-243} =$

d. $62 - [-(-1)^3 \cdot (-1)^2] - \sqrt[3]{\sqrt{1}} =$

e. $-89 + 32 \cdot (-2 + 3) - \sqrt[3]{-7 - 2 \cdot 1 + (-1)^2} =$

f. $-52 + 12 \cdot (-3 + 9) - 5 \cdot \sqrt[5]{-140 + 35 - 138} =$

a. 11. b. –369. c. –195. d. 60. e. –55. f. 35.

93. **Escriban los números enteros más próximos a cada raíz.**

a. [6] $< \sqrt{45} <$ [7]

b. [–7] $< \sqrt[3]{-219} <$ [–6]

c. [9] $< \sqrt{84} <$ [10]

d. [–3] $< \sqrt[3]{-20} <$ [–2]

e. [10] $< \sqrt{115} <$ [11]

f. [–5] $< \sqrt[3]{-68} <$ [–4]

94. **Planteen la operación y resuelvan.**

a. El producto entre el cuadrado de –13 y la raíz séptima de 0.

b. El cubo del cociente entre la raíz cúbica de –125 y la raíz cuadrada de 1.

c. La raíz cuadrada de la suma entre el cuadrado del siguiente de –5 y el cuadrado del siguiente de –4.

d. El cubo del producto entre la raíz cúbica de –729 y la raíz cuadrada de 16.

e. El cuadrado de la suma entre la raíz cúbica de –1 000 y el cuadrado de –1.

f. La raíz cuadrada del producto entre el cuadrado de tres y el cuadrado de dos.

a. $(-13)^2 \cdot \sqrt[7]{0} = 0$. b. $(\sqrt[3]{-125} : \sqrt{1})^3 = -125$
c. $\sqrt{(-5+1)^2 + (-4+1)^2} = 5$. d. $(\sqrt[3]{-729} \cdot \sqrt{16})^3 = -46\,656$
e. $[\sqrt[3]{-1000} + (-1)^2]^2 = 81$. f. $\sqrt{3^2 \cdot 2^2} = 6$

Nombre: ____ Curso: ____ Fecha: ___/___/___

95. **Simplifiquen las raíces y resuelvan.**

a. $\sqrt[5]{(-2)^{10}} =$ 4
b. $\sqrt[4]{(-3)^{24}} =$ 729
c. $\sqrt{5^6} =$ 125
d. $\sqrt[3]{(-8)^6} =$ 64
e. $\sqrt[6]{(-1)^{12}} =$ 1
f. $\sqrt[8]{25^4} =$ 5

96. **Completen. Tengan en cuenta las propiedades de la potenciación y de la radicación.**

a. $(-2)^5 \,.\, (-3)^5 : (-4)^3 = \left(\boxed{-2} \,.\, \boxed{-3}\right)^5 : (-4)^3$
b. $(-4)^2 \,.\, [(-4)^2]^5 = \boxed{(-4)^2} \,.\, \boxed{(-4)^{10}}$
c. $\sqrt{2} \,.\, \sqrt{2} : \sqrt[3]{-8} = \boxed{\sqrt{4}} : \boxed{\sqrt[3]{-8}}$
d. $(-4)^2 \,.\, (-4)^3 \,.\, (-4)^4 : (-4)^{10} = \boxed{(-4)^9} : \boxed{(-4)^{10}}$
e. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{(-2)^{24}}} \,.\, (-2)^4 = \boxed{(-2)^2} \,.\, \boxed{(-2)^4}$
f. $\sqrt{8} \,.\, \sqrt{18} \,.\, 12^3 = \boxed{\sqrt{144}} \,.\, \boxed{12^3}$

97. **Completen la tabla.**

m	–2	–4	5	–7
n	+3	–1	–2	–3
m^3	–8	–64	125	–343
n^4	81	1	16	81
$m^3 + n^2$	1	–63	129	–334
$m^3 \,.\, m^4 : m^5$	4	16	25	49

98. **Resuelvan aplicando propiedades.**

a. $[(-10)^7 \,.\, (-10)^3 : (-10)^8] =$
b. $[(-7)^6 : (-7)^2] \,.\, (-7)^0 =$
c. $[(-11)^2]^3 : (-11)^4 =$
d. $(\sqrt[14]{25})^7 + (-5)^1 =$

a. 100. **b.** 2 401. **c.** 121. **d.** 0.

99. **Resuelvan.**

a. $\sqrt{-1 + 25 \,.\, 2} + [12 : (-2) \,.\, 4] \,.\, 4^2 =$
b. $\sqrt{2 \,.\, 50 + 2 \,.\, 15 - 7 \,.\, (-2)} - (-45 : 9 + 9^2) =$
c. $-11^2 + \sqrt[3]{-2^3 + 7 \,.\, 5} - (-8 + 3 \,.\, 4) =$
d. $\sqrt{\sqrt{81}} - 8 \,.\, (3 - 4^2) + 12^{11} : 12^9 =$
e. $\sqrt[5]{8} \,.\, \sqrt[5]{4} + 9^0 - (13 - 4)^2 + (-2) \,.\, (-2^3) =$

a. –377. **b.** –64. **c.** –122. **d.** 251. **e.** –62.

100. **Unan con una flecha cada cálculo con su resultado.**

a. $-\sqrt{(-2) \,.\, (-3) \,.\, (+4) + 1}$
b. $(-1)^5 \,.\, (-1)^6 : (-1)^2$
c. $(\sqrt[3]{-1})^6$
d. $(-5)^5 \,.\, (-5)^3 : (-5)$
e. $\sqrt{(-5)^{16}}$

• $(-1)^2$
• $(-5)^8$
• $(-5)^1$
• $(-1)^9$
• $(-5)^7$

101. **Resuelvan planteando un único cálculo.**

a. Anita tenía $787. Tuvo que pagar una cuenta de $75, una de $52 y una de $37. Carlos le pagó $103 que le debía, ¿cuánto dinero tiene Anita ahora? $726

b. Un buzo se encuentra a una profundidad de 30 metros y comienza a subir 3 metros por minuto, ¿a qué profundidad se encuentra al cabo de 5 minutos? ¿Cuántos metros le faltan para llegar a la superficie?
–15 metros; 15 metros.

102. **Resuelvan.**

a. $\sqrt{2 \,.\, 4^3 - 4 \,.\, 2^4} =$ 8
b. $\sqrt{3 \,.\, 10 - 2 \,.\, 7} =$ 4
c. $\sqrt{3^4 - 4 \,.\, 8} =$ 7
d. $\sqrt{5^3 - 5^2} =$ 10
e. $\sqrt{-15 + 6 \,.\, 2^2} =$ 3

103. **Encuentren el error en cada uno de los siguientes cálculos. Luego, resuélvanlos correctamente.**

a. $(2 - 5)^3 \,.\, (-4) - 10^2 =$
$(8 - 125) \,.\, (-4) - 100 = 368$
b. $4^2 \,.\, 2^3 - 6 \,.\, 6 =$
$4^5 - 36 = 988$
c. $(2^3)^3 - 15^2 =$
$2^6 - 225 = -161$
d. $(6 : 3)^2 + (15 + 4 + 3)^0 - 5 =$
$6^2 : 3^2 + 0 - 5 = -1$

a. 8. **b.** 92. **c.** 287. **d.** 0.

104. **Coloquen corchetes para que se cumplan las siguientes igualdades.**

a. $(-3)^2 \,.\, [(-3)^1 - (-3)^3] : \sqrt[3]{729} = 24$
b. $[(-3)^2 \,.\, (-3)^1] - (-3)^3 : \sqrt[3]{729} = -24$
c. $(-3)^2 \,.\, [(-3)^1 - (-3)^3 : \sqrt[3]{729}] = 0$

105. **Planteen el cálculo y resuelvan.**

a. El cuadrado de la suma entre la raíz cuadrada de nueve y menos dos. 1

b. La suma entre veinticinco y la raíz cuadrada de ciento cuarenta y cuatro. 37

c. La tercera parte del producto entre la raíz cuadrada de treinta y seis y menos quince. –30

d. El cuádruple de la raíz cúbica del opuesto de sesenta y cuatro, disminuido en sesenta y uno. –77

AUTOEVALUACIÓN

106. Resuelvan.

a. Completen con <, > o = según corresponda.

-4 < -1 -1 < 4 -5 < -1 $|-3|$ = 3 -10 > -11

b. Representen en la recta numérica los números del ítem anterior.

Solución a cargo del alumno.

107. Completen la tabla.

a	b	c	|a|	–b	–a + c	b . (–c)	$3 . \sqrt[3]{c}$	$a^2 . b : (-2)$
–2	3	–1	2	–3	1	3	–3	–6
5	–2	–8	5	2	–13	–16	–6	25
–1	4	0	1	–4	1	0	0	–2
6	–3	64	6	3	58	192	12	54

108. Planteen y resuelvan.

Una cuenta corriente tiene un saldo deudor de $7 500. Recibe dos depósitos de $2 000 cada uno y tres depósitos de $1 250 cada uno. Unos días después extraen dos veces $1 650 y una vez $2 300. ¿Cuál es el saldo actual de la cuenta corriente? ¿Cuánto hay que sacar o depositar para que el saldo sea 0?

El saldo actual de la cuenta es de –$5 350. Se deberán depositar $5 350 para que el saldo sea 0.

109. Resuelvan las siguientes operaciones combinadas.

a. $(-9 + 1) : (-4 + 2) + \sqrt[3]{(-1 + 8)^2 + (-11) . 2} - (-3 + 4 - 5)^0 - (-1)^3 =$

+7

b. $[(-3 + 8 - 1)^2 - \sqrt{(2 - 3) . (-3 - 1)}] - \sqrt[6]{(-8)^2} =$

+16

c. $[(2 - 5 + 8) . (10 - 4 - 12)]^1 - (-4)^2 : (-6 - 1 + 3) =$

–26

d. $[\sqrt{144} . 2 + (-5 + 8 - 6) . (-3)] : (-4 - 7)^1 =$

–3

CAPÍTULO

2

Ecuaciones

Contenidos



Situación inicial de aprendizaje

1. Observen la imagen y resuelvan.

Subrayen la expresión que permite responder cada pregunta. Luego, respondan.

a. En la balanza, si las dos bolsas medianas (naranjas) son iguales, ¿cuánto pesa cada una?

$x + x + 4 = 10$ $\qquad$ $10 - 4 = x$ $\qquad$ $2x + 4 = 10$ $\qquad$ $2x + 4 = 10\,000$

b. Supongamos que el vendedor no tiene bolsas de 4 kg, y coloca 3 bolsas de las medianas sobre la balanza, ¿cuánto debe pesar una bolsa para completar 10 kg de alimento?

$3 + 3 + 3 + y = 10\,000$ $\qquad$ $y + y + y + 3 = 10$ $\qquad$ $3y + 1 = 10$ $\qquad$ $3 \,.\, 3 + y = 10$

c. Comparen las respuestas con las de sus compañeros.

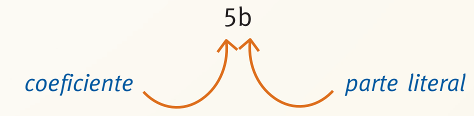
a. $x + x + 4 = 10$ y $2x + 4 = 10$ Cada bolsa pesa 3 kg. **b.** $3 \,.\, 3 + y = 10$ Debe pesar un 1 kg.

Expresiones algebraicas. Cuadrado y cubo del binomio

INFOACTIVA

La matemática utiliza un lenguaje denominado **simbólico** formado por números, símbolos y letras. En este lenguaje, las letras representan números.

Una **expresión algebraica** es una combinación de letras y números relacionados entre sí por una o más operaciones.



Cuando una expresión está formada por un término, se denomina **monomio**; cuando está formada por dos términos, se denomina **binomio**.

$2x$ es un monomio. $x + 1$ es un binomio.

Para sumar o restar monomios semejantes (con la misma parte literal), se suman o restan los coeficientes y se escribe a continuación la misma parte literal.	Para multiplicar o dividir dos monomios, se multiplican o dividen los coeficientes y la parte literal.
$6a + 7a = 13a$ $a + 2a + 3b = 3a + 3b$	$5a^3 . 2a = 10a^4$ $9a^5 : 3a^3 = 3a^2$

El **cuadrado de un binomio** se puede resolver de la siguiente forma:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$(x + 3)^2 = x^2 + 2 . x . 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$ $(x - 3)^2 = x^2 + 2 . x . (-3) + (-3)^2 = x^2 - 6x + 9$

El **cubo de un binomio** se puede resolver de la siguiente forma:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$(2 + y)^3 = 2^3 + 3 . 2^2 . y + 3 . 2 . y^2 + y^3 = 8 + 12y + 6y^2 + y^3$
$(2 - y)^3 = [2 + (-y)]^3 = 2^3 + 3 . 2^2 . (-y) + 3 . 2 . (-y)^2 + (-y)^3 = 8 - 12y + 6y^2 - y^3$

TEST de comprensión

1. Respondan.

a. ¿Cómo se escribe en símbolos *el doble de un número*? ¿Y *el triple de un número*?
b. ¿Cuál es el coeficiente y la parte literal de $5x^2$?
c. ¿Es verdadera la igualdad $3x = 3 . x$?
d. ¿Es cierto que $2a^2 + 3a = 5a^3$?
a. 2x; 3x. **b.** Coeficiente: 5. Parte literal: x^2. **c.** Sí. **d.** No.

Nombre: ____ Curso: ____ Fecha: ___/___/___

ACTIVIDADES
Expresiones algebraicas. Cuadrado y cubo de binomio

1. Escriban el cálculo y resuelvan.

a. La diferencia entre sesenta y cuatro y ciento veinte. $64 - 120 = -56$

b. El triple del opuesto de menos seis. $3 \cdot [-(-6)] = 18$

c. El cuadrado del opuesto de doce. $(-12)^2 = 144$

d. El cubo de la suma entre tres y cinco. $(3 + 5)^3 = 512$

e. La raíz cúbica de ciento veinticinco. $\sqrt[3]{125} = 5$

f. La raíz cuadrada de la diferencia entre cien y treinta y seis. $\sqrt{100 - 36} = 8$

g. El producto entre la suma de dos y diez y la diferencia entre once y quince.
$(2 + 10) \cdot (11 - 15) = -48$

h. El cociente entre el doble de diez y la raíz cuadrada de veinticinco. $2 \cdot 10 : \sqrt{25} = 4$

i. La tercera parte de la suma entre el doble de cinco y la raíz cuadrada de sesenta y cuatro.
$(2 \cdot 5 + \sqrt{64}) : 3 = 6$

j. La raíz cuarta de la diferencia entre el cuádruple de cinco y el doble de dos.
$\sqrt[4]{4 \cdot 5 - 2 \cdot 2} = 2$

k. La diferencia entre el cubo del opuesto de dos y el cuadrado de uno.
$(-2)^3 - 1^2 = -9$

2. Escriban en lenguaje coloquial los siguientes cálculos y resuelvan.

a. $3 \cdot 5 - 4^2$ La diferencia entre el triple de cinco y el cuadrado de cuatro. -1

b. $\sqrt[5]{32} + (-17)$ La suma entre la raíz quinta de treinta y dos y el opuesto de diecisiete. -15

c. $\sqrt{64 + 36}$ La raíz cuadrada de la suma entre sesenta y cuatro y treinta y seis. 10

d. $-(3 + 6)^2$ El opuesto del cuadrado de la suma entre tres y seis. -81

e. $\sqrt{64} + 6^2$ La suma entre la raíz cuadrada de sesenta y cuatro y el cuadrado de seis. 44

f. $5^2 - 3^2$ La diferencia entre el cuadrado de cinco y el cuadrado de tres. 16

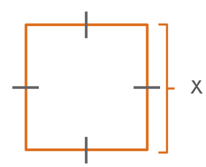
3. Unan con una flecha cada enunciado con la expresión simbólica que corresponde.

a. Un número aumentado en dos unidades.	• $2x$
b. La diferencia entre dos y un número.	• x^2
c. El doble de un número.	• $x : 2$
d. La raíz cuadrada de un número.	• $x - 2$
e. El cuadrado del doble de un número.	• $2 - x$
f. La mitad de un número.	• $\sqrt{x}$
g. El cuadrado de un número.	• $x + 2$
h. Un número disminuido en 2 unidades.	• $(2x)^2$

ACTIVIDADES
Expresiones algebraicas. Cuadrado y cubo de binomio

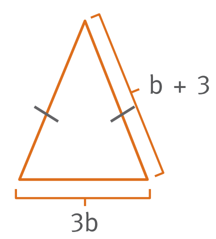
4. **Expresen algebraicamente el perímetro de cada figura.**

a.



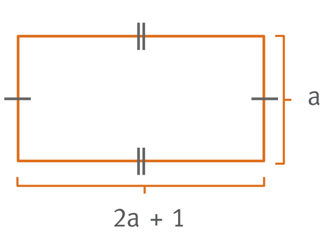
$x + x + x + x = 4x$

b.



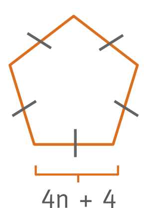
$3b + b + 3 + b + 3 = 5b + 6$

c.



$2a + 1 + a + 2a + 1 + a = 6a + 2$

d.



$4n + 4 + 4n + 4 + 4n + 4 + 4n + 4 + 4n + 4 = 20n + 20$

5. **Realicen las siguientes operaciones. Luego, calculen el valor numérico de cada una sabiendo que *a = 3* y *m = –1*.**

a. $3a - 4a + 5a =$

$4a$ $\quad 4 \cdot 3 = 12$

b. $a + 2a - 2a =$

$a = 3$

c. $3a + 3m =$

$3 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) = 6$

d. $4a + 2a^2 =$

$4 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 = 30$

e. $11m^2 + 20m - 22m^2 =$

$-11m^2 + 20m$ $\quad -11 \cdot (-1)^2 + 20 \cdot (-1) = -31$

f. $-13m^3 + 7m - 5m^3 =$

$-18m^3 + 7m$ $\quad -18 \cdot (-1)^3 + 7 \cdot (-1) = 11$

g. $a \cdot a + 6a^2 + a^6 : a^4 =$

$8a^2$ $\quad 8 \cdot 3^2 = 72$

h. $3a^2 - 5a + 8a^2 - 7a =$

$11a^2 - 12a$ $\quad 11 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 = 63$

i. $7m + m - 5a + a^2 =$

$8m - 5a + a^2$ $\quad 8 \cdot (-1) - 5 \cdot 3 + 3^2 = -14$

j. $m \cdot m + 5a \cdot a^2 =$

$m^2 + 5a^3$ $\quad (-1)^2 + 5 \cdot 3^3 = 136$

k. $a^3 : a + m^6 : m^3 =$

$a^2 + m^3$ $\quad 3^2 + (-1)^3 = 8$

l. $-2a \cdot a + a^7 : a^5 + m =$

$-a^2 + m$ $\quad -3^2 + (-1) = -10$

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES
Expresiones algebraicas. Cuadrado y cubo de binomio

6. **Desarrollen los siguientes cuadrados.**

a. $(a + 5)^2 =$

$a^2 + 10a + 25$

b. $(a - 5)^2 =$

$a^2 - 10a + 25$

c. $(-a + 5)^2 =$

$a^2 - 10a + 25$

d. $(-a - 5)^2 =$

$a^2 + 10a + 25$

7. **Desarrollen los siguientes cubos.**

a. $(b + 2)^3 =$

$b^3 + 6b^2 + 12b + 8$

b. $(b - 2)^3 =$

$b^3 - 6b^2 + 12b - 8$

c. $(-b + 2)^3 =$

$(-b)^3 + 6b^2 - 12b + 8$

d. $(-b - 2)^3 =$

$(-b)^3 - 6b^2 - 12b - 8$

8. **Escriban los términos que faltan.**

a. $(6 + m)^2 =$ [36] $+ 12m +$ [m^2]

b. $(2m + 1)^2 = 4m^2 +$ [$4m$] $+$ [1]

c. $(-3y + 2)^2 =$ [$9y^2$] $- 12y +$ [4]

d. $(1 - m)^2 =$ [1] $+$ [$-2m$] $+ m^2$

e. $(5a - 5)^2 =$ [$25a^2$] $- 50a +$ [25]

f. $(-y - 1)^2 =$ [$(-y)^2$] $+$ [$2y$] $+ 1$

g. $(6 + m)^3 = 216 +$ [$108m$] $+$ [$18m^2$] $+ m^3$

h. $(2m + 1)^3 = 8m^3 +$ [$12m^2$] $+ 6m +$ [1]

i. $(-3y + 2)^3 = -27y^3 + 54y^2 +$ [$-36y$] $+$ [8]

j. $(1 - m)^3 =$ [1] $- 3m +$ [$3 \,.\, (-m)^2$] $- m^3$

k. $(5a - 5)^3 =$ [$125a^3$] $+$ [$-375a^2$] $+ 375a - 125$

l. $(-y - 1)^3 = -y^3 +$ [$-3(-y)^2$] $+$ [$-3y$] $- 1$

9. **Unan con una flecha las expresiones equivalentes.**

a. $(3x + 1)^2$
b. $(2 - x)^3$
c. $(2 + x)^3$
d. $(x^2 + x^3)^2$

- $(2 - x) \,.\, (2 - x) \,.\, (2 - x)$
- $(2 + x) \,.\, (2 + x) \,.\, (2 + x)$
- $(x^2 + x^3) \,.\, (x^2 + x^3)$
- $(3x + 1) \,.\, (3x + 1)$

- $8 + 12x + 6x^2 + x^3$
- $9x^2 + 6x + 1$
- $x^4 + 2x^5 + x^6$
- $8 - 12x + 6x^2 - x^3$

10. **Resuelvan.**

a. $a^2 - (a + 3)^2 =$

$-6a - 9$

b. $12b^2 + (4 - b)^3 =$

$64 - 48b + 24b^2 - b^3$

12 Ecuaciones

INFOACTIVA

Se denomina **ecuación** a toda igualdad donde aparece un valor desconocido llamado incógnita.

$$\underbrace{x + 6}_{1.^{\circ}\text{ miembro}} = \underbrace{10}_{2.^{\circ}\text{ miembro}}$$

Resolver una ecuación significa encontrar el o los valores que hacen verdadera la igualdad.

Verificar una ecuación consiste en reemplazar el o los valores encontrados en ella para comprobar si la igualdad se cumple. El valor o los valores encontrados forman el **conjunto solución**.

Para $x + 6 = 10$, 4 es el conjunto solución porque es el único valor que hace verdadera la igualdad.

$x = 4$ Verificación: $4 + 6 = 10$

Para resolver una ecuación se deben tener en cuenta las siguientes **propiedades**, que permiten obtener **ecuaciones equivalentes**, es decir, con el mismo **conjunto solución**.

- Si en una ecuación se suma o resta un mismo número a ambos miembros, se obtiene una ecuación equivalente a la dada.

$x - 3 = 9$
$x - 3 + 3 = 9 + 3$
$x = 12$
Verificación: $12 - 3 = 9$ ✔

$x + 4 = 7$
$x + 4 - 4 = 7 - 4$
$x = 3$
Verificación: $3 + 4 = 7$ ✔

- Si en una ecuación se multiplica o divide por un mismo número (distinto de cero) a ambos miembros, se obtiene una ecuación equivalente a la dada.

$x \,.\, 7 = 28$
$(x \,.\, 7) : 7 = 28 : 7$
$x = 4$
Verificación: $4 \,.\, 7 = 28$ ✔

$x : 5 = 45$
$(x : 5) \,.\, 5 = 45 \,.\, 5$
$x = 225$
Verificación: $225 : 5 = 45$ ✔

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. La expresión $3a - 2$, ¿es una ecuación?

b. ¿Cuál es la solución de $3x + 2 = 8$?

c. Las ecuaciones $2x + 1 = 5$ y $2x = 4$, ¿son equivalentes?

a. No, porque tiene que estar igualada a otra expresión. **b.** La solución es $x = 2$. **c.** Sí.

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

11. Coloquen una X en la solución de la ecuación.

	0	3	–3
a. $3x + 9 = 25 - 25$			X
b. $6x + 1 = 5x + 4$		X	
c. $2x + 1 + 3 = 3x + x + 2 + 2$	X		
d. $x^2 - 10 = -1$		X	X
e. $2 . (8x - 28) = 8 - 16$		X	

12. Resuelvan y verifiquen las siguientes ecuaciones.

a. $2x + 13 = -15$

$x = -14$

b. $7x + 8 = 64$

$x = 8$

c. $20 = 3x - 5 . (-4)$

$x = 0$

d. $x + 3x + 5 = -3 . 5$

$x = -5$

e. $3 . 4 - 5 . 6 = 2x + 7x$

$x = -2$

f. $x + 3 - 7x = -40 + 7$

$x = 6$

g. $9 - 3x + 2x = 4x + 39$

$x = -6$

h. $3x - 6 = (-9x) : 3 + 12$

$x = 3$

i. $3x - 5x + 2 . 5 = -x - x - 10$

No tiene solución.

j. $-8x - 6 + x + 8 = -31 + 3x - 7$

$x = 4$

k. $-2x + 6x - 8 = -36 : 4 + 8x - 7$

$x = 2$

l. $-4x + 2x - 7 = -x + 14 + 2x - 54 : (-9)$

$x = -9$

m. $2x - (-3 + 9 - 1) + 2 = x - (-3)$

$x = 6$

n. $5x - (-3) + (-9) = 4x - (-7 + 1)$

$x = 12$

menteACTIVA

La solución de la ecuación $4x + 2k = -20$ es $x = 8$. ¿Cuál es el valor de k?

$k = -26$

Ecuaciones con aplicación de la propiedad distributiva

INFOACTIVA

La siguiente **ecuación** se puede resolver de dos formas distintas.

Procedimiento 1: aplicando la **propiedad distributiva**.

$4 \,.\, (x + 3) = 32$

$4x + 4 \,.\, 3 = 32$ • Se aplica la propiedad distributiva. ✽

$4x + 12 = 32$

$4x + 12 - 12 = 32 - 12$ • Se resta 12 a ambos miembros.

$4x = 20$

$4x : 4 = 20 : 4$ • Se divide por 4 a ambos miembros.

$x = 5$

✽ En la página 9 pueden repasar la propiedad distributiva de la multiplicación.

Procedimiento 2: sin aplicar la **propiedad distributiva**.

$4 \,.\, (x + 3) = 32$

$\frac{\cancel{4}^{1} \,.\, (x + 3)}{\cancel{4}_{1}} = \frac{32}{4}$ • Se divide por 4 a ambos miembros.

$x + 3 = 8$

$x + 3 - 3 = 8 - 3$ • Se resta 3 a ambos miembros.

$x = 5$

El siguiente problema se puede resolver a través de una ecuación.

El doble del siguiente de un número es igual a 8. ¿Cuál es ese número?

$2 \,.\, (x + 1) = 8$

$2x + 2 = 8$

$2x + 2 - 2 = 8 - 2$

$2x = 6$

$2x : 2 = 6 : 2$

$x = 3$

El número es 3.



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Las ecuaciones $3 \,.\, (a - 2) = 3$ y $3a - 6 = 3$, ¿son equivalentes?

b. ¿Cuál es la solución de $3 \,.\, (x + 1) = 3x + 3$?

c. ¿Se puede aplicar la propiedad distributiva en $10 : (20 + x) = 4$?

a. Sí. **b.** Todos los números enteros. **c.** No, solo se puede aplicar la propiedad distributiva si la suma o la resta se encuentra en el dividendo.

Nombre: ____________ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES

Ecuaciones con aplicación de la propiedad distributiva

13. Resuelvan las siguientes ecuaciones y verifíquenlas.

a. $9 \cdot (x + 5) = 45$

$x = 0$

b. $-60 + 4 = 7 \cdot (a - 4)$

$a = -4$

c. $(2b - 3) \cdot 4 = 12$

$b = 3$

d. $(15c + 10) : 5 = 8$

$c = 2$

e. $(12x - 20) : 4 = -2x$

$x = 1$

f. $2 \cdot (y + 5) = 8 + 3 \cdot (y - 5)$

$y = 17$

g. $4 \cdot (x - 5) + 16 = 16 + 5 \cdot (x - 2)$

$x = -10$

h. $7z + 4 \cdot (2z - 3) = (60z + 24) : (-2)$

$z = 0$

i. $-4 + 4 \cdot (8 - 3x) = -2 \cdot (2 + 3x) + 8$

$x = 4$

j. $7d - 4 \cdot (2d - 2) + 7 = -2 \cdot (3d - 3) + 6 \cdot 4$

$d = 3$

14. Escriban para cada enunciado la letra de la ecuación que le corresponde.

a. $2x - 6 = x + 4$ **b.** $2x + 6 = x + 4$ **c.** $2 \cdot (x + 6) = x + 4$ **d.** $2 \cdot (x - 6) = x + 4$

- El doble de un número disminuido en seis unidades es igual a dicho número aumentado en cuatro. d
- El doble de un número aumentado en seis unidades es igual a dicho número aumentado en cuatro. c
- La diferencia entre el doble de un número y seis es igual a dicho número aumentado en cuatro. a
- Un número aumentado en cuatro unidades es igual al doble del mismo aumentado en seis. b

15. Planteen la ecuación y resuelvan.

a. La diferencia entre un número y el doble de su consecutivo es igual a diecisiete. ¿Cuál es el número?

$x - 2 \cdot (x + 1) = 17$ $x = -19$

b. El triple de la edad que tenía Juana hace tres años es igual al doble de la edad que tendrá dentro de dos años. ¿Qué edad tiene Juana? $3 \cdot (j - 3) = 2 \cdot (j + 2)$ $j = 13$ Juana tiene 13 años.

16. Escriban el cálculo y resuelvan.

a. La suma entre el triple del opuesto de catorce y el doble de dieciocho.
b. La diferencia entre la mitad de sesenta y seis y el doble del opuesto de cinco.
c. El producto entre el siguiente de ocho y el anterior de seis.
d. El cociente entre la raíz cuadrada de sesenta y cuatro y el opuesto de dos.
e. La raíz cúbica de la diferencia entre el cuadrado de cinco y el triple de once.
f. El producto entre la raíz cuarta del anterior de ochenta y dos y el cuadrado de diez.
g. La raíz cuadrada del producto entre el doble de diez y el siguiente de diecinueve.
h. El quíntuplo de la diferencia entre la tercera parte del opuesto de nueve y la mitad de cuatro.

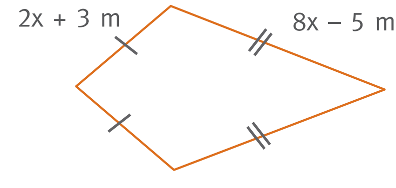
a. –6. **b.** 43. **c.** 45. **d.** –4. **e.** –2. **f.** 300. **g.** 20. **h.** –25.

17. Escriban en lenguaje coloquial.

a. $4 + 5 + 6$
b. $(2 \,.\, 4 + 3^2)$
c. $\sqrt{49} \,.\, \sqrt{36}$
d. $\sqrt{49 + 36}$
e. $9^2 - \sqrt{81}$
f. $\sqrt{9^2 - \sqrt{81}}$
g. $2 \,.\, (10 - 9)$
h. $(10 - 9)^2$
i. $\sqrt{10} - 9$
j. $(10 - 9) : 2$
k. $2 \,.\, (3^2 + 1)$
l. $\sqrt{5 + 2^2}$
m. $(15 - 7) : 2$
n. $\sqrt{9} - 5^2$
ñ. $\sqrt{15 + 2 \,.\, 5}$

Solución a cargo del alumno.

18. Expresen algebraicamente el perímetro del romboide. Luego, calculen su perímetro si *x = 2 m*.



Perímetro = 36 m

19. Escriban en lenguaje simbólico.

a. El triple del siguiente de *a*. $3 \,.\, (a + 1)$
b. El siguiente del triple de *a*. $3a + 1$
c. El anterior del triple de *a*. $3a - 1$
d. El triple del anterior de *a*. $3 \,.\, (a - 1)$
e. La tercera parte del anterior de *a*. $(a - 1) : 3$
f. El anterior de la tercera parte de *a*. $a : 3 - 1$
g. La raíz cuadrada del cuadrado del siguiente de *a*. $\sqrt{(a + 1)^2}$
h. La raíz cuadrada del siguiente del cuadrado de *a*. $\sqrt{a^2 + 1}$
i. El siguiente de la raíz cuadrada del cuadrado de *a*. $\sqrt{a^2} + 1$

20. Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $4m - 12m + m - 3m - 2m =$ $-12\,m$
b. $5 \,.\, (a - 2) + 7a - 9a + 6 =$ $3a - 4$
c. $4 \,.\, (x + 3) - 4 \,.\, (x + 2) + 3x =$ $3x + 4$
d. $d \,.\, (d - a) - d \,.\, (d + a) =$ $-2ad$
e. $(h + 5)^2 - 6 \,.\, (3 - h) =$ $h^2 + 16h + 7$
f. $8z^2 + 3z - 11z^2 - 13z =$ $-3z^2 - 10z$
g. $-2d^3 - 4 + 2 \,.\, (d - 2)^3 + 5 =$ $-12d^2 + 24d - 15$
h. $(n + 3)^3 + 3n - 3 \,.\, (n - 3) - 3^3 =$ $n^3 + 9n^2 + 27n + 9$
i. $3 \,.\, (t - s) \,.\, (t + s) =$ $3t^2 - 3s^2$
j. $(n - 4)^3 - 96n : 2 =$ $n^3 - 12n^2 - 64$

21. Completen la tabla calculando el valor numérico de cada expresión.

Expresión	a = –1	a = 4
$3a^3 - 2a$	–1	184
$a \,.\, (a^2 - 1)$	0	60
$a^4 : a + a^3$	–2	128
$2a^2 - 12a$	14	–16
$a^2 \,.\, (32 - a^3)$	33	–512
$(a^3 + a^2) : a$	0	20

22. Realicen las siguientes operaciones y luego calculen el valor numérico de cada una sabiendo que *a = –3* y *b = 5*.

a. $4a + 3a - 4a^2 =$ $7a - 4a^2$ -57
b. $(a + b)^2 - a^2 =$ $2ab + b^2$ -5
c. $-3b + 5b + b^3 =$ $2b + b^3$ 135
d. $a + 2b - 4a - 6b =$ $-3a - 4b$ -11

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

23. **Realicen el desarrollo de cada cuadrado de un binomio.**

a. $(2x + x^2)^2 =$ $4x^2 + 4x^3 + x^4$
b. $(5x - a)^2 =$ $25x^2 - 10xa + a^2$
c. $(2a^2 + 5)^2 =$ $4a^4 + 20a^2 + 25$
d. $(m^2 - m^3)^2 =$ $m^4 - 2m^5 + m^6$
e. $(-3x - 1)^2 =$ $9x^2 + 6x + 1$
f. $(-2 + x)^2 =$ $4 - 4x + x^2$
g. $(x^2 - 1)^2 =$ $x^4 - 2x^2 + 1$
h. $(-2x^3 + 3xy^2)^2 =$ $4x^6 - 12x^4y^2 + 9x^2y^4$

24. **Realicen el desarrollo de cada cubo de un binomio.**

a. $(t^2 + 2t)^3 =$ $t^6 + 6t^5 + 12t^4 + 8t^3$
b. $(2x + 1)^3 =$ $8x^3 + 12x^2 + 6x^2 + 1$
c. $(3z - 1)^3 =$ $27z^3 - 27z^2 + 9z - 1$
d. $(x^2 + x^4)^3 =$ $x^6 + 3x^8 + 3x^{10} + x^{12}$
e. $(5y - z)^3 =$ $125y^3 - 75y^2z + 15yz^2 - z^3$
f. $(-y^2 - 2x)^3 =$ $-y^6 - 6y^4x - 12y^2x^2 - 8x^3$
g. $(2x - 2)^3 =$ $8x^3 - 24x^2 + 24x - 8$
h. $(x^2 + 3)^3 =$ $x^6 + 9x^4 + 27x + 27$
i. $(-3x + 2)^3 =$ $-27x^3 + 54x^2 - 36x + 8$

25. **Resuelvan las siguientes situaciones problemáticas.**

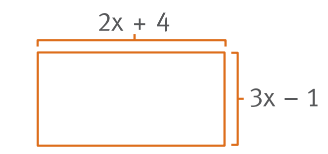
a. En una reunión familiar hay el doble de adultos que de niños y la misma cantidad de niños que de niñas. Si en total hay 32 personas, ¿cuántos niños, niñas y adultos hay?
b. La base y la altura de un rectángulo miden *2x + 4 cm* y *5x – 1 cm*, respectivamente. Si su perímetro es 34 cm, ¿cuál es el área del rectángulo?
a. 8 niños, 8 niñas y 16 adultos. **b.** 72 cm².

26. **Resuelvan las siguientes ecuaciones. Verifiquen la solución.**

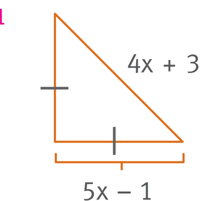
a. $13x + 3x - 5 = 27$ $x = 2$
b. $-21 - 3 = 7x - 15x$ $x = 3$
c. $4 \,.\, (-2)\,(-12) = -5x - 19x$ $x = -4$
d. $12x - 7 = -28x + 73$ $x = 2$
e. $2x + 5x - 12 = 24 - 5x$ $x = 3$
f. $-5x + 8 - 6x = -2x - 7 - 3$ $x = 2$
g. $x - (-9 + 2 - 1) = -(-4 + 3)$ $x = -7$
h. $2x - (-10 + 1) = x - (-9 + 1)$ $x = -1$
i. $2 - 10 + 4x = -3x + (-9 - 6)$ $x = -1$
j. $-4x - (-12 + 2 - 4) = 9 + x$ $x = 1$

27. **Expresen algebraicamente el valor del perímetro de las siguientes figuras.**

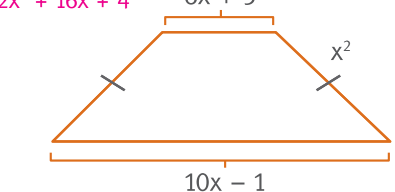
a. $10x + 6$



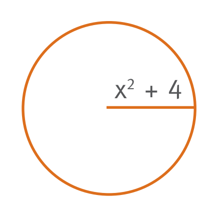
b. $14x + 1$



c. $2x^2 + 16x + 4$



d. $2\pi x^2 + 8\pi$



28. **Resuelvan y verifiquen las siguientes ecuaciones.**

a. $3x + 4 \,.\, (x + 6) = 10x + 12$ $x = 4$
b. $-6x - 3 = 15 - 2 \,.\, (x - 5)$ $x = -7$
c. $7 \,.\, (x - 4) + 2 \,.\, (x + 3) = 3 \,.\, (x + 5) - 1$ $x = 6$
d. $3 \,.\, (4 - x) - 5x = 2 \,.\, (x + 1)$ $x = 1$
e. $6x - 2 \,.\, (x + 4) = -100 : 4 + x + 2$ $x = -5$
f. $5 \,.\, (x - 1) - 3 \,.\, (2x - 4) = 5x - 5$ $x = 2$
g. $7x + 4 = -6 \,.\, (x - 1) - 15$ $x = -1$
h. $4 \,.\, (-x - 3) + 3 = -3 \,.\, (x - 2)$ $x = -15$
i. $-2 \,.\, (x - 4) = -3 \,.\, (x - 1)$ $x = -5$
j. $8x - 14 + 8 = 6x - 2$ $x = 2$
k. $15x + 3 \,.\, (x - 1) = 16x + 3$ $x = 3$

29. **Inventen un problema para cada una de las siguientes ecuaciones y luego resuélvanlas.**

a. $2x - 4 = 14$
b. $-18\,x + 2 = 2x$
c. $13 + 14x = -15$
d. $2 \,.\, (x - 1) = 4$
Solución a cargo del alumno.

Ecuaciones con potenciación y radicación

INFOACTIVA

Para resolver **ecuaciones** en las cuales la **incógnita** está afectada por un **exponente,** se deben tener en cuenta los siguientes casos:

- Si el exponente es **par:** $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ *si **n** es par* ✽

✽ En la página 17 pueden repasar la definición de módulo de un número.

$x^2 = 16$
$\sqrt{x^2} = \sqrt{16}$
$|x| = 4$
$x = 4$ *o* $x = -4$

- Se aplica raíz cuadrada en ambos miembros.
- Se aplica la definición $\sqrt[n]{x^n}$ cuando el índice es par.
- Se aplica la definición de módulo.

$x^4 = 81$
$\sqrt[4]{x^4} = \sqrt[4]{81}$
$|x| = 3$
$x = 3$ *o* $x = -3$

- Se aplica raíz cuarta en ambos miembros.
- Se aplica la definición $\sqrt[n]{x^n}$ cuando el índice es par.
- Se aplica la definición de módulo.

- Si el exponente es **impar:** $\sqrt[n]{x^n} = x$ *si **n** es impar*

$x^3 = 27$
$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{27}$
$x = 3$

- Se aplica raíz cubica en ambos miembros.
- Se aplica la definición $\sqrt[n]{x^n}$.

Las **ecuaciones** en las cuales la **incógnita** está afectada por una **raíz,** se pueden resolver siguiendo estos pasos:

$\sqrt{x} = 6$
$(\sqrt{x})^2 = 6^2$
$x = 36$

- Se eleva al cuadrado en ambos miembros.
- Se simplifican índices con exponentes.

$\sqrt[3]{x} = 2$
$(\sqrt[3]{x})^3 = 2^3$
$x = 8$

- Se eleva al cubo en ambos miembros.
- Se simplifican índices con exponentes.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es igual $\sqrt{x^2} = 4$ que $(\sqrt{x})^2 = 4$?

b. La raíz cúbica de un número negativo ¿es siempre negativa?

c. ¿Cuál es la solución de $\sqrt{x + 5} = 3$?

a. No. $\sqrt[2]{x^2} = 4 \rightarrow x = \pm 4$y $(\sqrt{x})^2 = 4 \rightarrow x = 4$. **b.** Sí. **c.** $x = 4$.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

14

ACTIVIDADES
Ecuaciones con potenciación y radicación

30. **Unan con una flecha cada ecuación con su solución.**

a. $x^2 = 1$
b. $\sqrt[3]{x} = -1$
c. $\sqrt{x} = 2$
d. $x^3 = 1$
e. $x^2 = 16$
f. $\sqrt{x} = 1$

• 1
• –1
• 4
• –4

31. **Resuelvan las siguientes ecuaciones.**

a. $x^2 + 4 = 20$
x = 4 o x = –4

b. $x^3 - 3 = -30$
x = –3

c. $\sqrt{x} - 15 = 0$
x = 225

d. $\sqrt{x - 15} = 0$
x = 15

e. $x^2 : 3 = 27$
x = 9 o x = –9

f. $2x^2 = 50$
x = 5 o x = –5

g. $\sqrt{4x} : (-2) = -7$
x = 49

h. $x^2 : 4 + 7 = 11$
x = 4 o x = –4

i. $(x - 4)^3 . 3 = 81$
x = 7

j. $\sqrt[3]{5x + 4} = 4$
x = 12

k. $\sqrt[3]{3x} - 7 = 2$
x = 243

l. $\sqrt[5]{5x - 2} = 3 . 7^0$
x = 49

m. $\sqrt{64} - x^2 = -17$
x = 5 o x = –5

n. $3 . \sqrt{x + 5} = 9$
x = 4

o. $\sqrt[4]{2x - 2} = 2$
x = 9

mente ACTIVA

¿Cuál es el área de un cuadrado cuyo perímetro es 20 cm?
25 cm^2

Problemas con ecuaciones

INFOACTIVA

Hay problemas que se pueden resolver planteando una ecuación.

- Problema 1:

Una compañía de cable ofrece 240 películas de tres géneros distintos: comedia, terror y ciencia ficción. Las de terror son el triple que las de comedia y las de ciencia ficción son el doble que las de comedia. ¿Cuántas películas de cada género se pueden ver?

x: cantidad de películas de comedia
3x: cantidad de películas de terror
2x: cantidad de películas de ciencia ficción

$$x + 3x + 2x = 240$$
$$6x = 240$$
$$x = 240 : 6$$
$$x = 40$$

Se pueden ver 40 películas de comedia, 120 películas de terror y 80 de ciencia ficción.

- Problema 2:

La altura de un rectángulo mide la tercera parte de la base. Si el área es de 27 cm^2, ¿cuánto miden la base y la altura del rectángulo?



El área del rectángulo es igual al producto de la base (b) por la altura (h).

$h = b : 3$

$$b \cdot h = 27\ cm^2$$
$$b \cdot (b : 3) = 27\ cm^2$$
$$b^2 : 3 = 27\ cm^2$$
$$b^2 = 27\ cm^2 \cdot 3$$
$$b^2 = 81\ cm^2$$
$$b = 9\ cm$$

En este caso, el valor de *b* que verifica el enunciado es positivo, ya que las medidas de la base y la altura no pueden ser negativas. La base mide 9 cm y la altura mide 3 cm.

¿QUÉ HACÉS CON TODOS ESOS ELEMENTOS DE JARDINERÍA?
ES QUE ACÁ DICE QUE HAY PROBLEMAS QUE SE PUEDEN RESOLVER PLANTANDO UNA ECUACIÓN.
"PLANTEANDO" DICE, NICO...

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. El perímetro de un rectángulo es 34 m. Si la base es *5x + 1 m* y la altura *3x*, ¿cuál es el valor de *x*?

b. El perímetro de un cuadrado es 60 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

c. El perímetro de un triángulo isósceles es 25 cm. Si el lado distinto mide 5 cm, ¿cuánto miden los otros lados?

a. x = 2. **b.** 15 cm. **c.** 10 cm.

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES
Problemas con ecuaciones

32. Planteen la ecuación y resuelvan.

a. El cuádruple de la suma de dos números consecutivos es igual al triple de siete disminuido en una unidad.

$4 . (x + x + 1) = 3 . 7 - 1$

$x = 2$

b. La suma entre un número y su cuádruple es igual a la tercera parte de ventiuno aumentado en ocho unidades.

$x + 4x = 21 : 3 + 8$

$x = 3$

c. La suma de un número y el doble de su anterior es igual a veintiocho.

$x + 2 . (x - 1) = 28$

$x = 10$

d. El doble de un número más el triple del mismo aumentado en veinticinco es igual a cero.

$2x + 3x + 25 = 0$

$x = -5$

33. Marquen con una X la expresión correcta.

a. En un supermercado un cartel dice: "Cada 3 paquetes de yerba se descuentan $3". Cada paquete cuesta $a y Sofía decide comprar 11. ¿Cuál es la expresión que representa el dinero que debe pagar Sofía por la compra?

☐ $(11a + 9) ☐ $(11a – 11) ☒ $(11a – 9) ☐ $(11a – 2)

b. Una figura está formada por 3 cuadrados congruentes de lado *b*. ¿Qué expresión representa el área de la figura?

☐ $3b$ ☒ $3b^2$ ☐ $3 . 4 . b^2$ ☐ $(3b)^2$

c. El triple de la edad que tenía Milena hace 5 años es igual al doble de la que tendrá dentro de 4 años.

☐ $2 . (M - 5) = 3 . (M + 4)$ ☐ $(M - 5) : 3 = (M + 4) : 2$ ☒ $3 . (M - 5) = 2 . (M + 4)$

34. Resuelvan.

a. El papá de Florencia, hoy, tiene la misma edad que el triple de la que ella tendrá dentro de 2 años. Si el papá hoy tiene 36 años, ¿cuántos años tiene Florencia?

$3 . (x + 2) = 36$

$x = 10$

b. El cuádruple de la edad que Nicolás tenía hace 3 años es igual al doble de la que tendrá dentro de 5 años. ¿Cuántos años tiene Nicolás?

$4 . (x - 3) = 2 . (x + 5)$

$x = 11$



ACTIVIDADES
Problemas con ecuaciones

35. Resuelvan.

a. Entre Verónica y Diego tienen \$574. Verónica tiene \$50 menos que el triple del dinero de Diego. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

$x + 3x - 50 = 574$ $x = 156$

Diego tiene \$156 y Verónica \$418

b. Agustina leyó un libro de 220 páginas en 2 semanas. La primera semana leyó el doble de la suma entre lo que leyó la segunda semana y 20. ¿Cuántas páginas leyó en cada semana?

$2 \,.\, (x + 20) + x = 220$ $x = 60$

Primera semana 160 páginas, segunda semana 60 páginas.

c. Un complejo turístico tiene 26 cabañas para cuatro y seis personas. La cantidad que hay para seis personas es igual al doble de cabañas para cuatro aumentada en dos. ¿Cuántas cabañas hay con capacidad para seis personas? ¿Y con capacidad para cuatro personas?

$c + 2c + 2 = 26$ $c = 8$

Hay 8 cabañas para cuatro personas y 18 para seis personas.

36. Relacionen cada situación con la ecuación correspondiente.

a. El lado del cuadrado es $3x - 5cm$ y su perímetro es el doble de 8 cm.

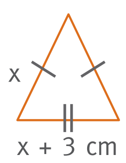
b. Los lados de un romboide miden $2x + 1$ *cm* y $3x - 5$ *cm*, respectivamente, y su perímetro es la tercera parte de 36 cm.

c. En un hexágono regular cada lado mide $4x + 3$ *cm* y su perímetro, tres veces 14 cm.

- $4x + 2 \text{ cm} + 6x - 10 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$
- $(3x - 5 \text{ cm})^2 = 2 \,.\, 8 \text{ cm}$
- $24x + 18 \text{ cm} = 42 \text{ cm}$
- $(3x - 5 \text{ cm}) \,.\, 4 = 16 \text{ cm}$

37. Sabiendo que el perímetro de cada figura es igual a 60 cm, averigüen el valor de la incógnita.

a.



$x + x + x + 3 = 60 \text{ cm}$

$x = 19 \text{ cm}$

c.

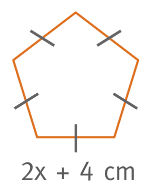
2x

4x

$2 \,.\, 2x + 2 \,.\, 4x = 60 \text{ cm}$

$x = 5 \text{ cm}$

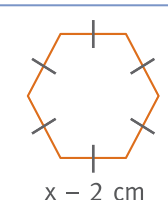
b.



$(2x + 4 \text{ cm}) \,.\, 5 = 60 \text{ cm}$

$x = 4 \text{ cm}$

d.



$6 \,.\, (x - 2 \text{ cm}) = 60 \text{ cm}$

$x = 12 \text{ cm}$

Nombre: ______________________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

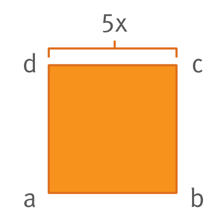
38. **Unan cada oración con la expresión simbólica que corresponde.**

a. El cuadrado del doble del anterior de *a*.
b. El doble del cuadrado del anterior de *a*.
c. La raíz cuadrada del doble del anterior de *a*.
d. El doble de la raíz cuadrada del anterior de *a*.
e. El anterior del doble de la raíz cuadrada de *a*.
f. El anterior del doble del cuadrado de *a*.
g. El doble del cuadrado del siguiente de *a*.
h. La mitad de la raíz cuadrada del anterior de *a*.

- $\sqrt{2 \cdot (a-1)}$
- $[2 \cdot (a-1)]^2$
- $2 \cdot \sqrt{a} - 1$
- $2 \cdot (a-1)^2$
- $2a^2 - 1$
- $\sqrt{a-1} : 2$
- $2 \cdot \sqrt{a-1}$
- $2 \cdot (a+1)^2$

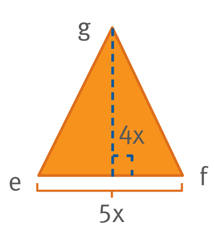
39. **Averigüen el valor de la incógnita y las longitudes de los segmentos pedidos.**

a. Área del cuadrado = 25 cm²



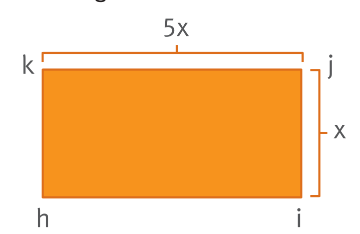
x = 1 cm $\overline{ab}$ = 5 cm

b. Área del triángulo = 160 cm²



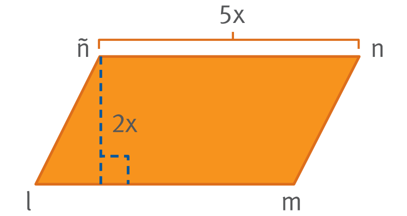
x = 4 cm $\overline{ef}$ = 20 cm

c. Área el rectángulo = 180 cm²



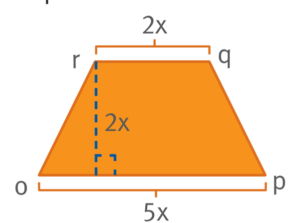
x = 6 cm $\overline{hi}$ = 30 cm

d. Área del paralelogramo = 1000 cm²



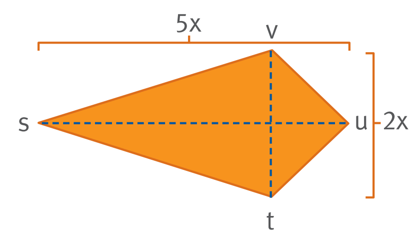
x = 10 cm $\overline{ml}$ = 50 cm

e. Área del trapecio isósceles = 343 cm²



x = 7 cm $\overline{qr}$ = 14 cm

f. Área del romboide = 500 cm²



x = 10 cm $\overline{vt}$ = 20 cm

Inecuaciones

INFOACTIVA

Las siguientes desigualdades se denominan **inecuaciones**.

$3 \cdot x > 18 \qquad x : 2 < 10$

En los siguientes ejemplos pueden observar cómo se resuelve una inecuación.

$x + 3 > -5$
$x + 3 - 3 > -5 - 3$
$x > -8$

Los valores de x que verifican esta desigualdad son todos los números mayores que −8. Conjunto solución: −7, −6, −5,…

$2x - 6 \leq x + 1$
$2x - 6 + 6 \leq x + 1 + 6$
$2x \leq x + 7$
$2x - x \leq x + 7 - x$
$x \leq 7$

Los valores de x que verifican esta desigualdad son todos los números menores o iguales que 7. Conjunto solución: 7, 6, 5…

En toda inecuación, si se multiplica o divide a ambos miembros por un número negativo, se debe cambiar el sentido de la desigualdad.

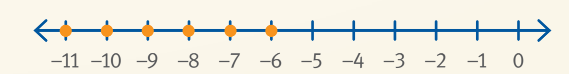
$-2x > 10$
$-2x : (-2) < 10 : (-2)$
$x < -5$

Conjunto solución: −6, −7, −8…

$x : (-3) \leq 6$
$x : (-3) \cdot (-3) \geq 6 \cdot (-3)$
$x \geq -18$

Conjunto solución: −18, −17, −16,…

El conjunto solución puede representarse en la recta numérica.





TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Las inecuaciones $x \leq 5$ y $x < 5$ ¿tienen el mismo conjunto solución?

b. ¿Es lo mismo escribir $x \geq -2$ y $x < 3$ que $-2 \leq x < 3$?

c. ¿Es cierto que si $-5x \geq 30$, entonces $x \geq -6$?

d. ¿Qué números enteros cumplen la siguiente condición? $x > 1$ y $x < 2$

a. No, en $x \leq 5$ se incluye el 5, en $x < 5$ no se considera el 5 dentro de la solución. **b.** Sí. **c.** No, $x \leq -6$. **d.** Ninguno.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

40. Traduzcan al lenguaje simbólico e indiquen el conjunto solución.

a. La mitad del anterior de un número es menor que ocho.

$(x - 1) : 2 < 8$; $x < 17$

b. La suma entre un número y su consecutivo es mayor o igual que el opuesto de diecinueve.

$x + x + 1 \geq -19$; $x \geq -10$

c. El cuádruple de un número disminuido en el doble de tres es mayor que seis.

$4x - 2 \cdot 3 > 6$; $x > 3$

d. La diferencia entre el triple de cinco y el triple de un número es menor que veintiuno.

$15 - 3x < 21$; $x > -2$

e. El cociente entre un número y la mitad del opuesto de diez es mayor o igual que cuatro.

$x : (-10 : 2) \geq 4$; $x \leq -20$

41. Resuelvan las siguientes inecuaciones y representen en la recta el conjunto solución.

a. $7x + 8 \leq 1$

$x \leq -1$

Solución gráfica (solo número enteros).

b. $-3x + 2 < -4$

$x > 2$

Solución gráfica (solo número enteros).

c. $3 \geq - 5x + 28$

$x \geq 5$

Solución gráfica (solo número enteros).

d. $2x + 5 \leq 7x - 10$

$x \geq 3$

Solución gráfica (solo número enteros).

e. $12 - 2x > -8x + 12$

$x > 0$

Solución gráfica (solo número enteros).

f. $-8 - 3x < 12x + 7$

$x > -1$

Solución gráfica (solo número enteros).

g. $4 \cdot (x + 3) \geq - 3 \cdot (x + 5) - 1$

$x \geq -4$

Solución gráfica (solo número enteros).

h. $1 + 5 \cdot (x + 1) < 7 \cdot (x + 2)$

$x > -4$

Solución gráfica (solo número enteros).

42. Escriban en lenguaje coloquial. Luego, resuelvan las ecuaciones.

a. $x : 9^2 = 5$ $x = 405$
b. $x - 1 = \sqrt{16}$ $x = 5$
c. $\sqrt{x} = 2^3 - 3^2$ No tiene solución.
d. $x \cdot 4^3 = -192$ $x = -3$
e. $x + 1 = \sqrt{81}$ $x = 8$
f. $\sqrt{x} = 29 - 5^2$ $x = 16$
g. $2x : 7^2 = 2$ $x = 49$
h. $(x - 1) : 3 = \sqrt[5]{-1}$ $x = -2$
i. $2\sqrt{x} = 22$ $x = 121$
j. $9^2 : \sqrt[4]{81} = x^3$ $x = 3$
k. $2x - 6 = \sqrt{900}$ $x = 18$
l. $\sqrt{x} : 2 = -(-6)$ $x = 144$
m. $x + 13^2 = 20 \cdot \sqrt{100}$ $x = 31$
n. $\sqrt{x - 3} = 3 \cdot 2^2$ $x = 147$

43. Escriban la ecuación y resuélvanla.

a. El triple de la suma entre un número y menos cinco es igual al anterior de dicho número. ¿Cuál es el número?
b. El triple del opuesto de un número es igual al cubo de tres. ¿Cuál es el número?
c. El producto entre un número y la raíz cuadrada de ciento veintiuno es igual a setenta y siete. ¿Cuál es el número?
d. El triple de la suma entre el cuadrado de un número y el opuesto de cinco es igual a treinta y tres. ¿Cuál es el número?
e. El cubo de un número disminuido en tres unidades es igual a veinticuatro. ¿Cuál es el número?
f. El doble de la raíz cuadrada de un número aumentado en cuatro es igual al doble de sesenta y seis. ¿Cuál es el número?
g. La suma entre el cuadrado de un número y el opuesto de doscientos seis es igual al doble de cincuenta y nueve. ¿Cuál es el número?
h. El cubo de la suma de dos números consecutivos es igual a trescientos cuarenta y tres. ¿Cuáles son los números?
i. La raíz cuadrada de la suma entre el doble de un número y seis es igual a dos. ¿Cuál es el número?

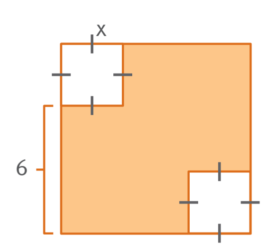
a. 7 **b.** –9 **c.** 7 **d.** –4 y 4 **e.** 3 **f.** 8 **g.** –18 y 18 **h.** 3 y 4 **i.** –1

44. Resuelvan.

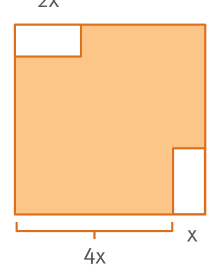
a. $-x^3 - 4 = 4$ $x = -2$
b. $-x^3 - 1 = 26$ $x = -3$
c. $-x^2 - 20 = -36$ $x = -4$ o $x = 4$
d. $x^3 - 9 = -73$ $x = -4$
e. $(2x)^2 = 16$ $x = -2$ o $x = 2$
f. $-3 \cdot \sqrt[3]{x} = 80 + 1$ $x = -19\,683$
g. $3x^2 = 148 - 1^5$ $x = -7$ o $x = 7$
h. $x^2 + 4 = 40$ $x = -6$ o $x = 6$
i. $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$ Todos los números enteros.
j. $\sqrt{-3x + 1} = 2$ $x = -1$
k. $\sqrt{5x - 11} = 3$ $x = 4$
l. $\sqrt[3]{-5x + 5} = -5$ $x = 26$
m. $\sqrt[3]{-x} - 5 = -5$ $x = 0$
n. $x^2 - 5x - 10 = -5x + 8 - x^2$ $x = -3$ o $x = 3$
ñ. $(4x)^2 + \sqrt{x} = 16x^2 + 5$ $x = 25$

45. Planteen una expresión que permita averiguar el perímetro de la parte sombreada de cada figura.

a.



b.



a. $(6 + x) \cdot 4$ **b.** $20x$.

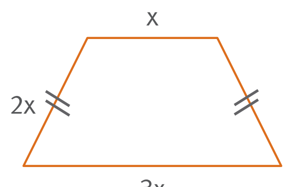
46. Despejen el valor de *x* en cada expresión.

a. $ax - b = c$ $x = (c + b) : a$
b. $x : a + b = c$ $x = (c - b) \cdot a$
c. $(x + a) : b = c$ $x = c \cdot b - a$
d. $a : (x + b) = c$ $x = a : c - b$
e. $(a + b) : x = c$ $x = (a + b) : c$
f. $x : (a + b) = c + d$ $x = (c + d) \cdot (a + b)$
g. $a - (xb + c) = d$ $x = (a - c - d) : b$

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

47. **Hallen el valor de cada lado.**

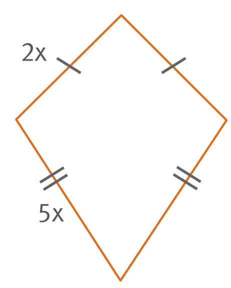
a. Perímetro = 64 cm



x = 8 cm

Los lados miden 8 cm, 16 cm, 16 cm y 24 cm

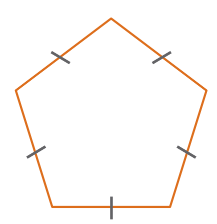
b. Perímetro = 98 cm



x = 7 cm

Los lados miden 14 cm y 35 cm.

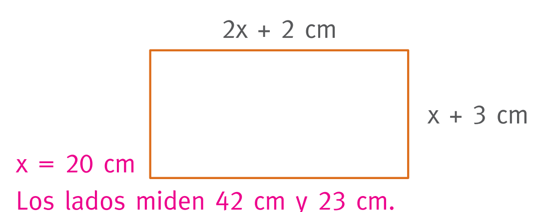
c. Perímetro = 100 cm



x = 19 cm

Cada lado mide 20 cm.

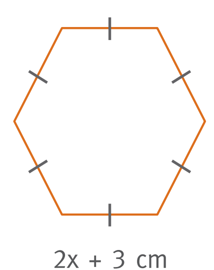
d. Perímetro = 130 cm



x = 20 cm

Los lados miden 42 cm y 23 cm.

e. Perímetro = 102 cm



x = 7 cm

Cada lado mide 17 cm.

48. **Escriban 4 valores que verifiquen el conjunto solución y represéntenlos en una recta numérica.**

a. $x > 0$ 1, 2, 3, 4

b. $x \geq 4$ 4, 5, 6, 7

c. $x < -4$ –10, –9, –8, –7

d. $x \geq 0$ ó $x < -3$ 0, 1, –4, –5

e. $x \geq -10$ y $x < -8$ –10 y 9

f. $-3 \leq x < 5$ –3, –2, –1, 0

g. $-6 < x < -5$ Ningún número entero.

h. $1 < x \leq 2$ 2

i. $9 \geq x > 7$ 9, 8

j. $x < 0$ ó $x \geq 1$ Todos los números enteros menos el cero.

49. **Escriban la inecuación y resuelvan.**

a. La suma entre el triple de un número y el opuesto de seis es mayor o igual que el cuadrado de nueve.

b. El cociente entre un número y cuatro es mayor que doce.

c. El producto entre el doble de un número y el opuesto de cinco, aumentado en la raíz cúbica de sesenta y cuatro es menor que veinticuatro.

d. El producto entre el opuesto de tres y un número es menor o igual que la raíz quinta de treinta y dos más la raíz quinta de uno.

e. La diferencia entre el doble de un número y el cuadrado de trece es menor que la raíz cuadrada de veinticinco.

f. El cociente entre un número y el opuesto de dieciséis es mayor o igual que el cuadrado de tres.

g. La diferencia entre la mitad de un número y el triple de cinco es menor o igual que la raíz cuadrada de doscientos cincuenta y seis.

h. La suma entre el cubo del doble de cinco y el producto entre un número y el opuesto de doce es mayor que cuatro.

a. $x \geq 29$ **b.** $x > 48$ **c.** $x > -2$ **d.** $x \geq -1$ **e.** $x < 87$
f. $x \leq -144$ **g.** $x \leq 62$ **h.** $x < 83$

50. **Resuelvan las inecuaciones y escriban el conjunto solución.**

a. $-4 \cdot (x - 3) - 2x \leq 5 \cdot (x + 1) - 4$ $x \geq 1$

b. $-10x - 5x + 5 \geq 5 \cdot (x + 1)$ $x \leq 0$

c. $(10x - 12) : 2 + 7 \geq -4$ $x \geq -1$

d. $(-3x + 7) \cdot 4 \leq -5x$ $x \geq 4$

e. $12x + (x + 5) \cdot 2 > 10$ $x > 0$



51. Traduzcan al lenguaje simbólico.

a. El doble del cuadrado del siguiente de un número *t*. $2 \cdot (t + 1)^2$

b. El cuadrado del siguiente del doble de un número *t*. $(2t + 1)^2$

c. El siguiente del doble del cuadrado de un número *t*. $2t^2 + 1$

52. Escriban en lenguaje coloquial.

a. $3 \cdot \sqrt{x - 1}$

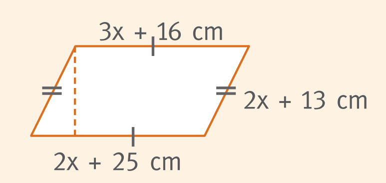
El triple de la raíz cuadrada del anterior de un número.

b. $\sqrt{3 \cdot (x - 1)}$

La raíz cuadrada del triple del anterior de un número.

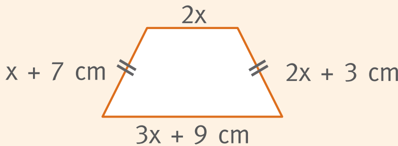
53. Planteen y resuelvan la ecuación que permite encontrar el perímetro de la figura.

a.



Perímetro = 148 cm

b.



Perímetro = 51 cm

54. Resuelvan las siguientes operaciones. Luego, encuentren el valor numérico si *a* = –2 y *m* = 5.

a. $3a + (a + 5)^2 =$

$a^2 + 13a + 25$ 3

b. $(m - 3)^3 + m^2 - 7m =$

$m^3 - 8m^2 + 20m - 27$ –2

55. Realicen el desarrollo del cuadrado y del cubo.

a. $(2x + 7)^2 =$

$4x^2 + 28x + 49$

b. $(5 - 2x)^3 =$

$125 - 150x + 60x^2 - 8x^3$

56. Resuelvan.

La base y la altura de un triángulo equilátero miden *6x + 4 cm* y *4x + 7,05 cm*, respectivamente. Si el perímetro es 66 cm, ¿cuál es el área del triángulo?

209,55 cm^2

57. Resuelvan las inecuaciones y escriban el conjunto solución.

a. $-1 + 3x < 2 \cdot (x + 11)$

$x < 23$

b. $-6 \cdot (2x - 7) \geq 2 - 8x$

$x \leq 10$

CAPÍTULO

3

NÚMEROS RACIONALES I (POSITIVOS)

CONTENIDOS

SITUACIÓN INICIAL DE APRENDIZAJE

1. Observen la imagen y resuelvan.

Mientras la madre prepara el postre con sus hijos, el padre y los abuelos calculan si alcanzará la comida para todos.

a. El abuelo dice que él solo come 3 empanadas y la abuela, 2. ¿Qué parte de las empanadas comerán los abuelos?

b. Tengan en cuenta los datos de la imagen e inventen situaciones que se respondan con:

- Un tercio.
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{4}$ de pizza y $\frac{1}{5}$ de tarta.

c. Comparen las preguntas planteadas con las de sus compañeros.

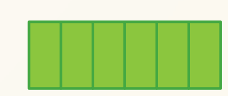
a. $\frac{5}{12}$ **b.** Por ejemplo: • El padre dice que él come 4 empanadas. ¿Qué parte de las empanadas comerá? • La abuela dice que su hija come cuatro porciones de pizza. ¿Qué parte de la pizza comerá? • El padre dice que cada uno de sus hijos come 2 porciones de pizza y 2 de tarta. ¿Qué parte de la pizza y de la tarta comerá cada uno?

Fracciones y expresiones decimales

INFOACTIVA

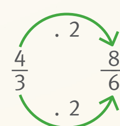
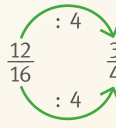
Un **número racional** es una expresión de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros con b distinto de cero.

Dos **fracciones** son equivalentes cuando representan el mismo número racional.



$\frac{4}{3}$

$\frac{8}{6}$

Para obtener fracciones equivalentes se pueden usar los siguientes procedimientos.

Amplificación	Simplificación
Se **multiplica** el numerador y el denominador por un mismo número natural distinto de cero. 	Se **divide** el numerador y el denominador por un mismo número natural que sea divisor de los dos. 

Una **fracción** es **irreducible** cuando el numerador y el denominador son coprimos.

Una **fracción** es **decimal** cuando el denominador es 10, 100, 1 000, etc.

Todo número racional se puede escribir como una expresión decimal. Para encontrar la expresión decimal se puede dividir el numerador por el denominador.

$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$ *Expresión decimal **finita**: tiene un número finito de cifras decimales.*

$\frac{35}{11} = 35 : 11 = 3{,}1818... = 3{,}\overset{\frown}{18}$ *Expresión decimal **periódica**: tiene cifras decimales que se repiten infinitamente.*

Toda expresión decimal se puede escribir como fracción.

$0{,}45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

- Se escribe en el numerador el número (sin la coma) y en el denominador, el uno seguido de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal.

$3{,}\overset{\frown}{21} = \frac{321 - 3}{99} = \frac{318}{99} = \frac{106}{33}$

- Se escribe en el numerador el número (sin la coma) restándole la parte no periódica y en el denominador, tantos nueves como cifras tenga el período.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que $\frac{150}{300}$ es equivalente a $\frac{1}{2}$?

b. ¿Se puede afirmar que $\frac{7}{4}$ es una fracción irreducible?

c. ¿Cuál es la fracción correspondiente a la expresión 1,5? ¿Y la de $1{,}\overset{\frown}{5}$?

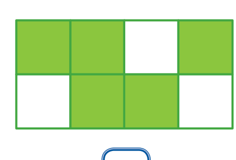
a. Sí. **b.** Sí. Porque 7 y 4 son coprimos. **c.** $\frac{3}{2}$; $\frac{14}{9}$.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

17 ACTIVIDADES

Fracciones y expresiones decimales

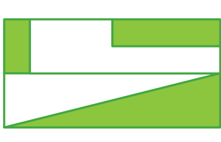
1. Escriban la expresión fraccionaria que corresponde a la parte pintada.

a. 

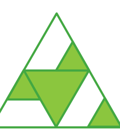
$\frac{5}{8}$

b. 

$\frac{7}{16}$

c. 

$\frac{7}{16}$

d. 

$\frac{7}{16}$

2. Marquen con una **X** las fracciones que se pueden expresar como fracción decimal.

a. $\frac{74}{200}$ [X] **c.** $\frac{7}{2}$ [X] **e.** $\frac{19}{25}$ [X] **g.** $\frac{11}{13}$ [ ]

b. $\frac{4}{3}$ [ ] **d.** $\frac{4}{9}$ [ ] **f.** $\frac{14}{49}$ [ ] **h.** $\frac{21}{35}$ [X]

3. Completen con un número para que las fracciones sean equivalentes.

a. $\frac{3}{9} = \frac{6}{18} = \frac{15}{45}$

b. $\frac{15}{2} = \frac{75}{10} = \frac{30}{4}$

c. $\frac{28}{16} = \frac{7}{4} = \frac{21}{12}$

d. $\frac{20}{8} = \frac{5}{2} = \frac{30}{12}$

e. $\frac{48}{3} = \frac{64}{4} = \frac{16}{1}$

f. $\frac{7}{9} = \frac{14}{18} = \frac{35}{45}$

4. Escriban la fracción irreducible.

a. $\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$ **c.** $1\frac{26}{39} = \frac{5}{3}$ **e.** $0,6 = \frac{3}{5}$ **g.** $1,22 = \frac{61}{50}$

b. $\frac{63}{180} = \frac{7}{20}$ **d.** $\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ **f.** $2,35 = \frac{47}{20}$ **h.** $0,255 = \frac{51}{200}$

5. Escriban la fracción que corresponde a cada expresión decimal.

a. $0,\overset{\frown}{2} = \frac{2}{9}$

b. $0,\overset{\frown}{25} = \frac{25}{99}$

c. $1,\overset{\frown}{62} = \frac{161}{99}$

d. $32,\overset{\frown}{1} = \frac{289}{9}$

6. Completen la tabla.

Fracción irreducible	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{25}{33}$	$\frac{16}{5}$	$\frac{29}{9}$
Fracción decimal	$\frac{5}{10}$	no tiene	$\frac{75}{100}$	no tiene	$\frac{32}{10}$	no tiene
Expresión decimal	0,5	$0,\overset{\frown}{5}$	0,75	$0,\overset{\frown}{75}$	3,2	$3,\overset{\frown}{2}$

Adición y sustracción

INFOACTIVA

Para **sumar** (o **restar**) fracciones con el **mismo denominador**, se suman (o restan) los numeradores y se escribe el mismo denominador.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5} \qquad \frac{6}{7} - \frac{2}{7} = \frac{6-2}{7} = \frac{4}{7}$$

Para **sumar** (o **restar**) fracciones con **distinto denominador**, se reemplazan las fracciones por fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador.

Para encontrar un denominador común, se busca el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{10} = \frac{15}{20} + \frac{2}{20} = \frac{17}{20}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{3}{5} = \frac{20}{15} - \frac{9}{15} = \frac{11}{15}$$

Para resolver **mentalmente** una suma (o resta) entre un número entero y una fracción, se puede pensar de la siguiente manera:

$$1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$2 - \frac{1}{3} = \frac{6}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

Si un cálculo tiene fracciones y expresiones decimales, se pueden pasar las expresiones decimales a fracción para resolverlo.

$$\frac{1}{6} + 0{,}7 = \frac{1}{6} + \frac{7}{10} = \frac{5}{30} + \frac{21}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$$

$$0{,}\overset{\frown}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4}{9} - \frac{1}{4} = \frac{16}{36} - \frac{9}{36} = \frac{7}{36}$$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierta la igualdad $\frac{5+4}{4} = 5$?

b. Para sumar o restar fracciones, ¿cómo se calcula el denominador común?

c. El cálculo $\frac{5}{6} + \frac{4}{7} = \frac{9}{13}$, ¿está bien resuelto?

d. ¿Cuántos medios hay en un entero? ¿Y en 2 enteros? ¿Y en 3?

a. No. **b.** Se calcula el mcm entre los denominadores de los sumandos. **c.** No, porque se sumaron los numeradores y los denominadores. **d.** 2, 4, 6.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

ACTIVIDADES
Adición y sustracción

7. **Resuelvan mentalmente.**

a. $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} = \frac{5}{4}$

b. $1\frac{2}{5} + 3\frac{2}{5} = \frac{24}{5}$

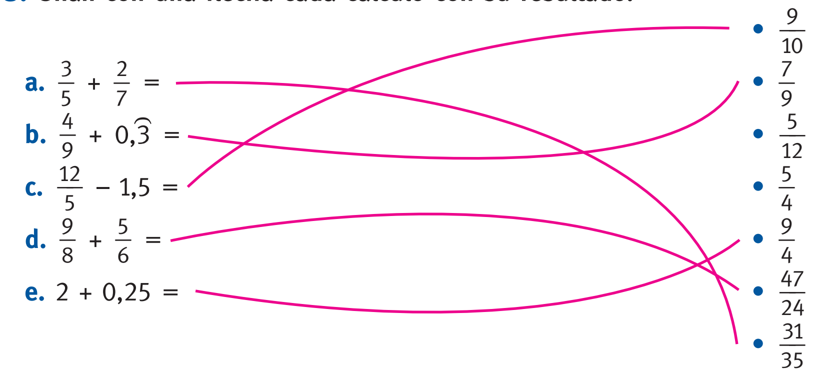
c. $\frac{9}{2} + \frac{3}{4} = \frac{21}{4}$

d. $\frac{7}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$

e. $3 - \frac{1}{5} = \frac{14}{5}$

f. $1 + \frac{7}{8} = \frac{15}{8}$

8. **Unan con una flecha cada cálculo con su resultado.**



a. $\frac{3}{5} + \frac{2}{7} =$

b. $\frac{4}{9} + 0,\widehat{3} =$

c. $\frac{12}{5} - 1,5 =$

d. $\frac{9}{8} + \frac{5}{6} =$

e. $2 + 0,25 =$

• $\frac{9}{10}$
• $\frac{7}{9}$
• $\frac{5}{12}$
• $\frac{5}{4}$
• $\frac{9}{4}$
• $\frac{47}{24}$
• $\frac{31}{35}$

9. **Resuelvan y expresen el resultado como fracción irreducible.**

a. $\frac{5}{7} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$ ____ $\frac{27}{28}$

b. $4\frac{1}{5} - \frac{2}{3} + \frac{4}{5} =$ ____ $\frac{13}{3}$

c. $\frac{7}{4} - \left(\frac{5}{8} + \frac{1}{6}\right) =$ ____ $\frac{23}{24}$

d. $\left(3,5 - 1\frac{5}{6}\right) - \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) =$ ____ $\frac{7}{6}$

e. $3\frac{1}{5} - \left(\frac{7}{15} + 2\frac{2}{3}\right) + 1,\widehat{3} =$ ____ $\frac{7}{5}$

f. $2,25 + \frac{1}{5} - \left(0,9 + 1\frac{1}{4}\right) =$ ____ $\frac{3}{10}$

10. **Completen la tabla.**

a	b	c	a – b + c	a – (b + c)	b + (a – c)
$\frac{18}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{117}{20}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{27}{20}$
$\frac{9}{7}$	$0,\widehat{6}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{12}{7}$
1,9	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{37}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{39}{20}$
$\frac{7}{2}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{23}{7}$	$\frac{18}{7}$	$\frac{26}{7}$

mente ACTIVA

Tres hermanos recibieron un terreno de su abuelo, que decidió repartirlo según la edad de cada uno. Al mayor le dejó $\frac{3}{7}$ del terreno y al del medio, $\frac{2}{5}$. ¿Qué parte del terreno recibió el menor de los hermanos?

$\frac{6}{35}$

Multiplicación y división

NO, JOSÉ, PARA CALCULAR EL INVERSO MULTIPLICATIVO NO HACE FALTA ESTAR AL REVÉS...

INFOACTIVA

Una fracción se puede interpretar como un operador aplicado a un número.

$$\frac{1}{2} \text{ de } 60 = 60 : 2 = 30$$

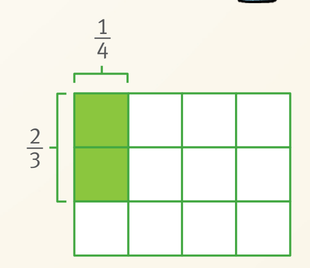
$$\frac{3}{2} \text{ de } 60 = 90 \text{ (tres veces } \frac{1}{2} \text{ de } 60)$$

Para **multiplicar** dos o más fracciones, se multiplican entre sí los numeradores y los denominadores. Antes de realizar la operación se puede simplificar cualquier numerador con cualquier denominador.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{12}_{6}}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\cancel{2}^{1} \cdot 1}{3 \cdot \cancel{4}_{2}} = \frac{1}{6}$$



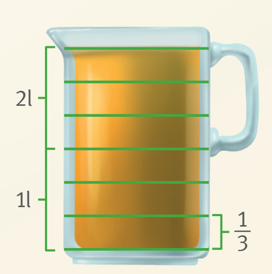
El **inverso multiplicativo** de $\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$, porque $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1$. Todo número racional (distinto de cero) admite un inverso multiplicativo.

Para **dividir** una fracción por otra (distinta de cero), se multiplica la primera fracción por el inverso multiplicativo de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{7}{2} : \frac{3}{2} = \frac{7}{\cancel{2}_{1}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{3} = \frac{7}{3}$$

$$2 : \frac{1}{3} = 2 \cdot 3 = 6$$



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuánto es $\frac{1}{2}$ de 500? ¿Y la mitad de la mitad de 600?

b. ¿Es verdadera la siguiente igualdad? $3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

c. Cuando se multiplican fracciones, ¿se debe simplificar antes o después de realizar el cálculo?

d. ¿Cuál es el inverso multiplicativo de 6?

a. 250; 150. **b.** Sí. **c.** Es indistinto. **d.** $\frac{1}{6}$.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

11. **Resuelvan las siguientes multiplicaciones.**

a. $\frac{8}{15} \cdot \frac{27}{15} =$ ______ $\frac{24}{25}$

b. $\frac{8}{3} \cdot \frac{9}{16} =$ ______ $\frac{3}{2}$

c. $0{,}02 \cdot \frac{24}{5} \cdot \frac{30}{9} =$ ______ $\frac{8}{25}$

d. $\frac{12}{33} \cdot \frac{25}{4} \cdot \frac{11}{15} =$ ______ $\frac{5}{3}$

e. $\frac{36}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{14}{32} =$ ______ $\frac{2}{}$

f. $\frac{21}{40} \cdot 8{,}\overset{\frown}{3} \cdot 4 =$ ______ $\frac{35}{2}$

12. **Resuelvan las siguientes divisiones.**

a. $\frac{5}{3} : \frac{1}{9} =$ ______ $\frac{15}{}$

b. $\frac{27}{4} : 3 =$ ______ $\frac{9}{4}$

c. $\frac{7}{16} : \frac{14}{4} =$ ______ $\frac{1}{8}$

d. $\frac{32}{15} : \frac{24}{25} =$ ______ $\frac{20}{9}$

e. $\frac{54}{7} : \frac{42}{49} : \frac{18}{5} =$ ______ $\frac{5}{2}$

f. $\frac{81}{24} : \frac{100}{3} : \frac{9}{25} =$ ______ $\frac{9}{32}$

13. **Resuelvan.**

a. $\frac{64}{21} \cdot \frac{25}{16} : 6{,}\overset{\frown}{6} =$ ______ $\frac{5}{7}$

b. $4{,}2 : \frac{81}{8} \cdot \frac{3}{28} =$ ______ $\frac{2}{45}$

c. $\frac{3}{16} \cdot \frac{8}{36} : \frac{5}{48} =$ ______ $\frac{2}{5}$

d. $\frac{18}{7} : \frac{3}{14} \cdot \frac{1}{18} =$ ______ $\frac{2}{3}$

14. **Escriban el cálculo y resuelvan.**

a. Las tres séptimas partes de cuarenta y nueve. ______ $\frac{21}{}$



b. El triple de nueve quinceavos. ______ $\frac{9}{5}$

c. La quinta parte de la mitad de quince. ______ $\frac{3}{2}$

15. **Marquen con una X los cálculos con los que se puede responder cada situación.**

a. La mitad de los alumnos de un curso son mujeres, y de ellas la cuarta parte participan en las olimpíadas de matemática. ¿Qué parte de los alumnos son mujeres que participan en las olimpíadas de matemática?

- $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$ [X]
- $\frac{1}{2} \cdot 4$ [ ]
- $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ [ ]
- $\frac{1}{2} : 4$ [X]

b. La tercera parte de los libros que tiene Damián son textos escolares, de los cuales las dos quintas partes son de inglés. ¿Qué parte de los libros son de inglés?

- $\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right)$ [ ]
- $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2}$ [ ]
- $3 : \frac{2}{5}$ [ ]
- $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$ [X]

Operaciones combinadas I

INFOACTIVA

Las **operaciones combinadas con números racionales** se resuelven de la misma manera que las operaciones combinadas con números enteros.

En la página 23 pueden repasar los pasos para resolver estas operaciones.

$\frac{1}{4} + \frac{4}{5} . 5 : \frac{16}{3} - \frac{3}{8} . \frac{1}{2} =$ **1.** Se separa en términos.

$\frac{1}{4} + 4 . \frac{3}{16} - \frac{3}{16} =$ **2.** Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.

$\frac{4}{16} + \frac{12}{16} - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$ **3.** Se resuelven las sumas y restas.

Si en el cálculo hay paréntesis, primero se resuelven las operaciones que ellos encierran. Luego, se tienen en cuenta los pasos anteriores.

$1 + \left(\frac{2}{5} + \frac{11}{10} . 4\right) : 2 - \frac{1}{10} =$ **1.** Se separa en términos.

$1 + \left(\frac{2}{5} + \frac{22}{5}\right) : 2 - \frac{1}{10} =$ **2.** Se resuelven los paréntesis. En este caso, tiene dos términos.

$1 + \frac{24}{5} : 2 - \frac{1}{10} =$

$1 + \frac{24}{5} . \frac{1}{2} - \frac{1}{10} =$ **3.** Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.

$1 + \frac{24}{10} - \frac{1}{10} = \frac{33}{10}$ **4.** Se resuelven las sumas y restas.

El siguiente problema se puede resolver a través de un cálculo combinado.

Una calle se asfaltó en distintas etapas: un tercio el primer día, un cuarto de lo que quedaba el segundo día, y se completó el trabajo el tercer día. ¿Qué parte de la calle se asfaltó el tercer día?

$$1 - \frac{1}{3} - \left(1 - \frac{1}{3}\right) : 4 = \frac{1}{2}$$

El tercer día se asfaltó la mitad de la calle.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es verdadera la siguiente igualdad? $\frac{9}{5} - \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{9}{5} - \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right)$

b. ¿En qué orden se resuelven las operaciones del siguiente cálculo? $\frac{2}{5} : \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3}$

c. ¿En qué orden se resuelven las operaciones del siguiente cálculo? $\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{1}{15}$

a. No. **b.** Primero se divide y luego, se multiplica. **c.** Primero se suma y luego, se multiplica.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

ACTIVIDADES
Operaciones combinadas I

16. **Unan con una flecha cada cálculo con su resultado.**

a. $\frac{2}{3} + \frac{1}{15} \cdot \frac{5}{6} - \frac{5}{9} =$

b. $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{15}\right) \cdot \frac{5}{6} - 0,\widehat{5} =$

c. $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{15}\right) \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{5}{9}\right) =$

d. $\frac{2}{3} + \frac{1}{15} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{5}{9}\right) =$

• $\frac{1}{18}$

• $\frac{37}{54}$

• $\frac{1}{6}$

• $\frac{11}{54}$

17. **Resuelvan las siguientes operaciones combinadas.**

a. $\frac{5}{14} + \frac{1}{8} \cdot \frac{16}{7} - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{7}}$

b. $\frac{1}{3} + \frac{6}{5} \cdot \left(2 - \frac{2}{3}\right) - \frac{7}{5} = \boxed{\frac{8}{15}}$

c. $\frac{9}{8} : \frac{27}{4} + \left(0,75 \cdot \frac{8}{5} - 0,3\right) = \boxed{\frac{16}{15}}$

d. $(3 - 0,4) - \left(\frac{7}{15} \cdot \frac{3}{28} + \frac{9}{4}\right) = \boxed{\frac{3}{10}}$

e. $\left(2,5 - \frac{7}{6} : \frac{14}{15}\right) \cdot 0,64 + \frac{8}{9} = \boxed{\frac{76}{45}}$

f. $\left(3 - \frac{4}{49} : \frac{2}{7}\right) : \left(6,\widehat{2} \cdot \frac{3}{8} + 4\right) = \boxed{\frac{3}{7}}$

18. **Coloquen paréntesis para que las respuestas sean correctas.**

a. $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} + \frac{1}{4}\right) : \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$

b. $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} + \frac{1}{4} : \frac{3}{2} = \frac{11}{12}$

c. $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{9}{8} + \frac{1}{4}\right) : \frac{3}{2} = \frac{11}{18}$

d. $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{9}{8} + \frac{1}{4} : \frac{3}{2}\right) = \frac{31}{36}$

mente ACTIVA

Un automóvil gasta tres quintos del tanque de nafta para recorrer la primera etapa de un camino. En la segunda etapa, gasta la mitad de lo consumido en la primera y en la tercera etapa, el doble que en la segunda.

a. Si el tanque de nafta tiene una capacidad de 56 litros, ¿cuál es el consumo total de nafta?

b. ¿En cuál de las etapas debe recargar combustible?

a. 84 l. **b.** En la tercera.

Potenciación y radicación. Propiedades

INFOACTIVA

Para elevar una fracción a un exponente entero positivo, se eleva al exponente el numerador y el denominador.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \qquad \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Para elevar una fracción a un exponente entero negativo, se calcula el inverso multiplicativo de la fracción y se eleva al exponente entero positivo el numerador y el denominador.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4} \qquad \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = 2^3 = 8 \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

La **raíz** de una fracción es igual a la raíz del numerador y a la del denominador.

$$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3} \qquad \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3} \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Las **propiedades de la potenciación y la radicación** son las mismas que para los números enteros.

En las páginas 29 y 31 pueden repasar las propiedades de la potenciación y la radicación.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \qquad \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9}}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 : \frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \qquad \sqrt{\frac{100}{36}} : \sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{100}{36} : \frac{4}{9}}$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \qquad \sqrt[3]{\frac{8}{27} \cdot \frac{1}{64}} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$$

$$\left(\frac{2}{5} : \frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^3 \qquad \sqrt[3]{\frac{27}{64} : \frac{1}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{64}} : \sqrt[3]{\frac{1}{8}}$$

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^6 \qquad \sqrt{\sqrt{\frac{81}{16}}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}}$$





TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. La potenciación, ¿es distributiva respecto a la suma? ¿Y a la resta?

b. ¿Cómo se calcula $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$?

c. ¿Qué propiedad se puede aplicar para resolver $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^3\right]^2$? ¿Cómo se aplica?

d. ¿A qué es igual $\left(\frac{4}{5}\right)^0$?

a. No es distributiva con respecto a la suma ni a la resta. **b.** Se calcula el inverso multiplicativo de la fracción. **c.** Potencia de otra potencia. Se multiplican los índices. **d.** 1.

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

21 ACTIVIDADES

Potenciación y radicación. Propiedades

19. **Resuelvan.**

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \boxed{\frac{1}{4}}$

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^4 = \boxed{\frac{81}{256}}$

c. $\left(\frac{4}{7}\right)^0 = \boxed{1}$

d. $\left(\frac{9}{2}\right)^2 = \boxed{\frac{81}{4}}$

e. $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3} = \boxed{\frac{8}{125}}$

f. $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2} = \boxed{\frac{49}{4}}$

g. $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = \boxed{6}$

h. $8^{-2} = \boxed{\frac{1}{64}}$

20. **Calculen las siguientes raíces.**

a. $\sqrt{\frac{4}{9}} = \boxed{\frac{2}{3}}$

b. $\sqrt{\frac{121}{64}} = \boxed{\frac{11}{8}}$

c. $\sqrt{\frac{36}{100}} = \boxed{\frac{6}{10}}$

d. $\sqrt[3]{\frac{8}{343}} = \boxed{\frac{2}{7}}$

e. $\sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \boxed{\frac{1}{4}}$

f. $\sqrt[3]{\frac{125}{27}} = \boxed{\frac{5}{3}}$

g. $\sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \boxed{\frac{3}{2}}$

h. $\sqrt[4]{\frac{1}{256}} = \boxed{\frac{1}{4}}$

21. **Escriban el exponente para que se verifique la igualdad.**

a. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\boxed{-1}} = 4$

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^{\boxed{3}} = \frac{27}{64}$

c. $\left(\frac{9}{5}\right)^{\boxed{-2}} = \frac{25}{81}$

d. $2^{\boxed{-3}} = \frac{1}{8}$

e. $7^{\boxed{-2}} = \frac{1}{49}$

f. $100^{\boxed{0}} = 1$

g. $\sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^{\boxed{-2}}} = \frac{10}{3}$

h. $\sqrt{\left(\frac{49}{100}\right)^{\boxed{-1}}} = \frac{10}{7}$

i. $\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{\boxed{3}}} = \frac{1}{8}$

22. **Resuelvan de dos formas distintas, cuando sea posible.**

a. $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{121}{144}$

b. $\left(2 - \frac{1}{3}\right)^3 = \frac{125}{27}$

c. $\left(\frac{4}{3} : \frac{4}{7}\right)^{-2} = \frac{9}{49}$

d. $\sqrt[3]{\frac{11}{27} - \frac{1}{9}} = \frac{2}{3}$

e. $\sqrt{\frac{40}{3} \cdot \frac{10}{3}} = \frac{20}{3}$

f. $\sqrt{\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}} = \frac{1}{2}$

23. **Resuelvan aplicando las propiedades de la potenciación.**

a. $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{243}$

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^7 : \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{9}{16}$

c. $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^3\right]^{-1} = 27$

d. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 : \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^5 = \frac{4}{9}$

e. $\left(\frac{5}{6}\right)^{12} \cdot \frac{5}{6} : \left[\left(\frac{5}{6}\right)^5\right]^3 = \frac{36}{25}$

f. $\left[\left(\frac{1}{4}\right)^4 : \left(\frac{1}{4}\right)^0 : \left(\frac{1}{4}\right)^3\right]^2 = \frac{1}{16}$

Operaciones combinadas II

INFOACTIVA

Para resolver cálculos **combinando las seis operaciones**, se pueden seguir estos pasos. Recuerden separar previamente en términos.

$$\left(\sqrt{\frac{1}{4}}+3\right).\,2+2^{-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=$$

$$\frac{7}{2}.\,2+2^{-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=$$

$$\frac{7}{2}.\,2+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=$$

$$7+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{31}{4}$$

1. Se resuelven las operaciones que se encuentran entre paréntesis.
2. Se resuelven las potencias y raíces.
3. Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.
4. Se resuelven las sumas y restas.

$$\sqrt{\left(1-\frac{3}{4}\right)^4}+\frac{9}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}+1\right)^{-2}+\frac{3}{4}\cdot\left(2-\frac{1}{2}\right)=$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^4}+\frac{9}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{2}=$$

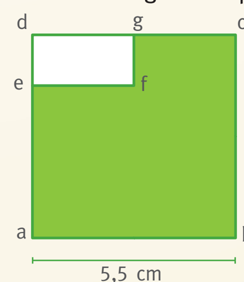
$$\frac{1}{16}+\frac{9}{2}\cdot\frac{4}{9}+\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{2}=$$

$$\frac{1}{16}+2+\frac{9}{8}=\frac{51}{16}$$

1. Se resuelven las operaciones que se encuentran entre paréntesis.
2. Se resuelven las potencias y raíces.
3. Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.
4. Se resuelven las sumas y restas.

Operaciones combinadas en geometría

El área pintada de la figura se puede calcular planteando una operación combinada.



abcd cuadrado y efgd rectángulo.

$\overline{dg} = \frac{1}{2}\,\overline{ab}$ y $\overline{de} = \frac{1}{4}\,\overline{ab}$

$$(5{,}5\text{ cm})^2-\left[\left(\frac{1}{2}.\,5{,}5\text{ cm}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}.\,5{,}5\text{ cm}\right)\right]=26{,}47\text{ cm}^2$$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. En un cálculo combinado, ¿en qué orden se resuelven las operaciones?

b. ¿Cómo se resuelve el siguiente cálculo? $\sqrt{4\,.\left(1-\frac{1}{2}\right)-1}$

c. ¿Es verdadera la igualdad? $\frac{7}{5}\,.\left(\frac{3}{7}+\frac{2}{9}\right)^2=\frac{7}{5}\,.\,\frac{3}{7}+\left(\frac{2}{9}\right)^2$

a. Paréntesis, potencias y raíces, multiplicaciones y divisiones, sumas y restas.
b. El paréntesis, la multiplicación, la resta y la raíz. **c.** No.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

24. **Resuelvan las siguientes operaciones combinadas.**

a. $\frac{8}{15} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \frac{5}{3} \cdot \sqrt{\frac{2^3 . 2}{4}} - \frac{2}{5} =$

4

e. $\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{8}{15} \cdot \frac{3}{2} - \sqrt{\sqrt{\frac{16}{81}}} =$

$\frac{8}{15}$

b. $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} + \left(\frac{15}{8} - \frac{3}{4} \cdot 2\right)^{-1} - \left(\frac{4}{3}\right)^2 =$

$\frac{14}{9}$

f. $3^{-2} + \left(\frac{7}{6}\right)^9 : \left(\frac{7}{6}\right)^8 - \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2}\right) \cdot \sqrt{\frac{6}{11} + \frac{34}{121}} =$

$\frac{5}{18}$

c. $\frac{6}{5} \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9}\right) - \frac{2}{3}} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{15}\right)^2 =$

$\frac{29}{25}$

g. $\sqrt{\left(\frac{16}{3} + \frac{6}{5}\right) : \frac{6}{5}} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{8}\right) + \frac{35}{3} : 14 =$

$\frac{82}{27}$

d. $\sqrt[3]{\frac{1}{9} + \frac{5}{27}} + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - \left(\frac{2}{9} + 2\right) : \frac{10}{3} =$

$\frac{16}{9}$

h. $\left(\frac{28}{15} - \frac{14}{9} : \frac{35}{27}\right)^2 + \sqrt[3]{\frac{25}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{9}} - \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{2}} =$

$\frac{23}{18}$

25. **Reemplacen cada letra por el valor correspondiente y resuelvan.**

$a = \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{13}{50}}$ $b = \left(\frac{5}{6}\right)^{-1}$ $c = \frac{2}{3}$

a. $(b - a) . c =$

$\frac{2}{5}$

c. $c - b^{-3} . a =$

$\frac{23}{72}$

b. $b - a . c =$

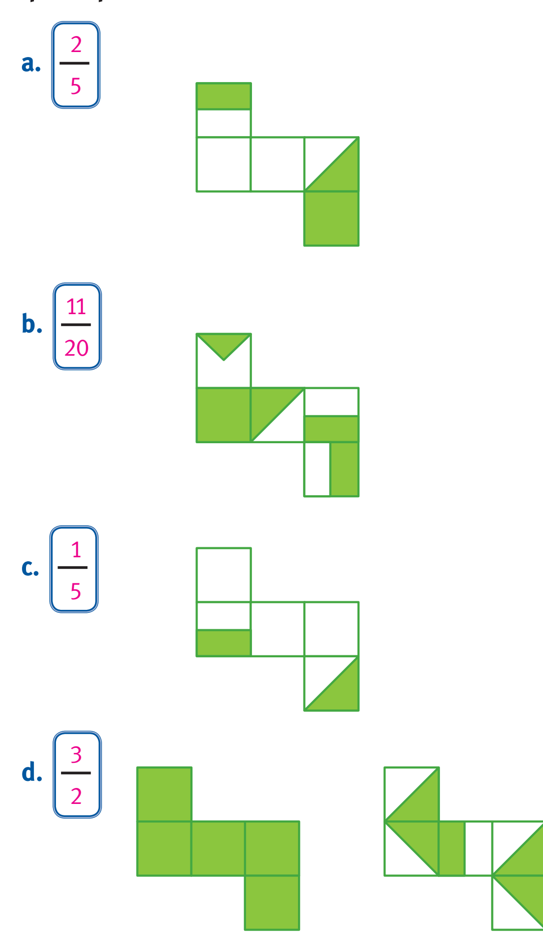
$\frac{4}{5}$

d. $c . b^2 - a . c =$

$\frac{14}{25}$

INTEGRACIÓN

26. Completen con la fracción que representa la parte pintada.



a. $\frac{2}{5}$

b. $\frac{11}{20}$

c. $\frac{1}{5}$

d. $\frac{3}{2}$

27. Marquen con una X la respuesta correcta.

a. ¿Cuántas fracciones con denominador 5 hay entre $\frac{3}{5}$ y $\frac{7}{5}$?

• 2 ☐ • 3 ☒ X • 4 ☐ • 5 ☐

b. ¿Cuántas fracciones con denominador 20 hay entre $\frac{7}{5}$ y $\frac{7}{4}$?

• 6 ☒ X • 7 ☐ • 8 ☐ • infinitas ☐

c. ¿Cuántas fracciones hay entre 5 y 6?

• 0 ☐ • 2 ☐ • 10 ☐ • infinitas ☒ X

28. Escriban tres fracciones entre $\frac{3}{5}$ y $\frac{7}{5}$.

Pueden ser $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{21}{18}$.

29. Indiquen cuáles de los siguientes pares de fracciones son equivalentes. a. y c.

a. $\frac{5}{20}$ y $\frac{4}{16}$

b. $\frac{36}{30}$ y $\frac{15}{18}$

c. $\frac{21}{49}$ y $\frac{12}{28}$

d. $\frac{4}{9}$ y $\frac{6}{11}$

30. Rodeen con un color las fracciones que pueden expresarse con denominador 6.

$\frac{5}{2}$ (rodeada) $\frac{8}{12}$ (rodeada) $\frac{45}{24}$ $\frac{21}{18}$ (rodeada) $\frac{25}{30}$ (rodeada)

31. Resuelvan.

a. Se asfaltó una ruta en tres etapas. En la primera, se asfaltaron tres séptimos; en la segunda, un cuarto y en la tercera, el resto. ¿Qué parte de la ruta se asfaltó en la tercera etapa? ¿En qué etapa se asfaltó la mayor parte de la ruta? ¿Y la menor?

b. Se realizó una encuesta entre los socios de un club para ver cuál es la principal actividad que realizan. La sexta parte de los socios hace natación; la quinta parte, juega al básquet; la cuarta parte, va a clases de gimnasia y el resto, usa el gimnasio. ¿Qué parte de los socios del club usa el gimnasio?

a. $\frac{9}{28}$. En la primera. En la segunda. **b.** $\frac{23}{60}$

32. Calculen el perímetro de un rectángulo cuya base mide 12 cm y la altura es tres cuartas partes de la base.

42 cm.

33. Resuelvan.

a. Martina compró una *notebook* por $2 400. Pagó en efectivo la octava parte y el resto en 12 cuotas iguales sin interés. ¿Cuál es el valor de cada cuota? ¿Qué parte del total representa cada cuota?

b. Agustina recibió la visita de Anahí y preparó tres cuartos litros de jugo para compartir con ella. Si Anahí tomó dos quintos del jugo y Agustina, un tercio, ¿cuánto tomó cada una? ¿Cuánto jugo quedó?

a. $175; $\frac{7}{96}$ **b.** Anahí: $\frac{3}{10}$ l, Agustina: $\frac{1}{4}$ l. $\frac{1}{5}$ l.

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

34. **Completen con >, < o = según corresponda.**

a. $4 - \frac{3}{4}$ [>] 3

b. $\frac{7}{2} + \frac{5}{4}$ [<] 4

c. $\frac{5}{7} - \frac{3}{5}$ [<] $\frac{1}{7}$

d. $\frac{5}{12} + \frac{7}{30}$ [>] $\frac{3}{5} - \frac{13}{30}$

e. $\frac{26}{15} \cdot \frac{5}{13}$ [>] $\frac{34}{27} \cdot \frac{18}{68}$

f. $\frac{9}{16} : \frac{8}{9}$ [>] $\frac{4}{9} : \frac{32}{27}$

g. $\frac{5}{12} + 4 \cdot \frac{5}{9}$ [>] $\frac{5}{12} \cdot 4 + \frac{5}{9}$

35. **Resuelvan.**

En el comedor de la escuela se venden vasos de gaseosas de $\frac{3}{8}$ de litros de capacidad. El último viernes se vendieron dos docenas de gaseosas de $2\frac{1}{4}$ litros cada una y no sobró gaseosa.

a. ¿Cuántos vasos se vendieron?

b. Si los vasos se vendieron a $2,50 cada uno, ¿cuánto dinero recaudaron?

c. Si los vasos hubieran sido de $\frac{2}{5}$ litros, ¿cuántos vasos se habrían vendido?

a. 144 vasos. b. $360. c. 135 vasos.

36. **Lean atentamente y resuelvan.**

a. En una pizzería hicieron 8 docenas de pizzas. La tercera parte se vendió en el local y las cinco octavas partes son para enviar a domicilio. ¿Cuántas pizzas se vendieron en el local? ¿Y cuántas se enviaron a domicilio? ¿Qué parte de las pizzas quedó sin vender?

b. En una escuela los alumnos pueden elegir qué idioma extranjero estudiar. La tercera parte eligió estudiar francés, dos quintos eligió inglés y el resto, alemán. Si en la escuela hay 240 alumnos, ¿cuántos alumnos eligieron estudiar cada idioma? ¿Qué parte de los alumnos eligió alemán?

c. Ariel compró $7\frac{1}{2}$ docenas de sándwiches de miga para su cumpleaños. Durante la fiesta los invitados comieron las dos terceras partes de los sándwiches. Con los que le sobraron hizo 5 paquetes con igual cantidad y los repartió entre sus mejores amigos. ¿Cuántos sándwiches se comieron durante la fiesta? ¿Cuántos sándwiches se llevó cada amigo?

a. 32 pizzas; 60 pizzas; $\frac{1}{24}$ b. 80 francés, 96 inglés y 64 alemán. $\frac{4}{15}$. c. 60 sándwiches. 6 sándwiches.

37. **Resuelvan.**

a. $0{,}1^2 = 0{,}01$

b. $0{,}2^3 = 0{,}008$

c. $1{,}1^2 = 1{,}21$

d. $0{,}4^3 = 0{,}064$

e. $\sqrt[3]{0{,}008} = 0{,}2$

f. $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$

g. $\sqrt[3]{0{,}064} = 0{,}4$

h. $\sqrt{1{,}21} = 1{,}1$

38. **Completen el exponente teniendo en cuenta las propiedades de la potenciación.**

a. $\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\boxed{0}}$

b. $\left(\frac{2}{7}\right)^5 : \left(\frac{2}{7}\right)^4 = \left(\frac{2}{7}\right)^{\boxed{1}}$

c. $\left[\left(\frac{4}{10}\right)^{-1}\right]^5 = \left(\frac{4}{10}\right)^{\boxed{-5}}$

d. $\left(\frac{8}{5}\right)^7 : \left[\left(\frac{5}{8}\right)^3\right]^{-1} = \left(\frac{8}{5}\right)^{\boxed{4}}$

e. $\left(\frac{1}{9}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^5 : \left[\left(\frac{1}{9}\right)^3\right]^3 = \left(\frac{1}{9}\right)^{\boxed{0}}$

f. $\left[\left(\frac{5}{6}\right)^8 : \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^0\right]^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^{\boxed{6}}$

39. **Escriban V (Verdadero) o F (Falso). En caso de ser falso, escriban la respuesta correcta.**

a. Si se multiplica $\frac{9}{8}$ por el cuadrado de $\frac{2}{3}$, se obtiene el mismo número que si a $\frac{3}{4}$ se le resta 2^{-2}. [V]

b. $\frac{6}{4}$ es una fracción equivalente al resultado de $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{5}{8} : \frac{15}{16}$. [F] $\frac{10}{9}$

c. A $\frac{1}{8}$ le faltan $\frac{35}{64}$ para llegar al cubo del doble de $\frac{3}{8}$. [F] $\frac{19}{64}$

d. El resultado de $\frac{3}{14} + \frac{4}{21} \cdot \sqrt{\frac{5}{2} - \frac{1}{4}}$ es equivalente a $\frac{51}{56}$. [F] $\frac{1}{2}$

40. **Resuelvan.**

a. $\frac{3}{4} + \frac{4}{7} \cdot \left(\frac{13}{4} - \frac{5}{8}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} =$

b. $\frac{7}{3} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right) + \sqrt{\left(\frac{17}{3} + \frac{8}{3}\right) \cdot \frac{2^2}{27}} =$

c. $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{64}}} + \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{15} \cdot \frac{5}{7}\right)^2 + \left(\frac{12}{27} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{4}\right) =$

d. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} + \frac{4}{17} \cdot \left(\frac{7}{2} - \frac{3}{8} : \frac{9}{16}\right) - \sqrt[3]{\frac{4}{9}} \cdot \sqrt[3]{\frac{16}{3}} =$

e. $\sqrt{\left(\frac{2}{3} + 3\right) \cdot \frac{11}{3}} - \frac{2}{15} \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{5}\right)^{-1} - \frac{7}{6} =$

a. 2 b. $\frac{61}{18}$ c. $\frac{35}{18}$ d. $\frac{11}{6}$ e. $\frac{33}{14}$

















Aproximación. Notación científica

INFOACTIVA

Aproximación

Para **aproximar** una expresión decimal a una cifra determinada *n*, se pueden usar los siguientes métodos.

- Por **truncamiento**.

Se dejan las primeras *n* cifras decimales y se suprimen las otras cifras.

5,324 a los décimos es 5,3~~24~~.
5,324 a los centésimos es 5,32~~4~~.

- Por **redondeo**.

Hay que observar la cifra siguiente a la cifra *n*:
– si es mayor o igual que 5, se suma 1 a la cifra *n* y se eliminan las cifras que le siguen;
– si es menor que 5, se deja la cifra *n* igual y se eliminan las cifras que le siguen.

1,762 aproximado a los décimos es 1,8.
1,762 a los centésimos es 1,76.

Notación científica

La **notación científica** se utiliza para escribir números muy grandes o pequeños de forma abreviada. Un número está escrito en notación científica cuando está expresado como el producto entre una potencia de 10 y un número cuyo módulo es mayor o igual que 1 y menor que 10.

$$210000 = 2{,}1 \,.\, 10^5$$

$$74100000 = 7{,}41 \,.\, 10^7$$

$$0{,}000021 = \frac{2{,}1}{10^5} = 2{,}1 \,.\, 10^{-5}$$

$$0{,}0000035 = \frac{3{,}5}{10^6} = 3{,}5 \,.\, 10^{-6}$$

$$0{,}000000741 = \frac{7{,}41}{10^7} = 7{,}41 \,.\, 10^{-7}$$



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Para aproximar un número por redondeo a los centésimos, ¿hay que observar la cifra de los milésimos?

b. ¿Cómo se aproxima a los centésimos el número $5{,}\widehat{3}$?

c. ¿Cómo se escribe 600 en notación científica? ¿Y 0,062?

a. Sí. **b.** Por redondeo, se observa la cifra de los milésimos que es 3, y el número aproximado es 5,33. Por truncamiento se escriben solo las cifras de los décimos y centésimos. **c.** $6 \,.\, 10^2$; $6{,}2 \,.\, 10^{-2}$.

Nombre: ______________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

23 ACTIVIDADES
Aproximación. Notación científica

41. **Completen la tabla.**

Expresión fraccionaria	Expresión decimal	Aproximación por truncamiento a los centésimos	Aproximación por redondeo a los centésimos
$\frac{6}{125}$	0,048	0,04	0,05
$\frac{5}{8}$	0,625	0,62	0,63
$\frac{141}{50}$	2,82	2,82	2,82
$\frac{16}{3}$	$5,\overset{\frown}{3}$	5,33	5,33
$\frac{3}{200}$	0,015	0,01	0,02

42. **Unan con una flecha cada número con su notación científica.**

a. 520 — $5,2 \cdot 10^{2}$
b. 0,0052 — $5,2 \cdot 10^{-3}$
c. 52 000 — $5,2 \cdot 10^{4}$
d. 520 000 000 — $5,2 \cdot 10^{8}$
e. 0,000000052 — $5,2 \cdot 10^{-8}$

- $5,2 \cdot 10^{-3}$
- $5,2 \cdot 10^{-2}$
- $5,2 \cdot 10^{4}$
- $5,2 \cdot 10^{8}$
- $5,2 \cdot 10^{-8}$
- $5,2 \cdot 10^{2}$

43. **Escriban los siguientes números expresados en notación científica.**

a. $8 \cdot 10^{2} =$ ____________

b. $7. 10^{6} =$ ____________

c. $9,3 \cdot 10^{9} =$ ____________

d. $6,318 \cdot 10^{8} =$ ____________

e. $4 \cdot 10^{-5} =$ ____________

f. $3,7 \cdot 10^{-1} =$ ____________

g. $7,6 \cdot 10^{-8} =$ ____________

h. $8,752 \cdot 10^{-7} =$ ____________

44. **Escriban cada número en notación científica y resuelvan.**

a. $72\,000\,000 \cdot 20\,000 \cdot 0,00005 =$

$7,2 \cdot 10^{7}$

b. $(400)^{2} \cdot 0,0000003 \cdot 9\,300\,000 =$

$4,464 \cdot 10^{5}$

c. $\frac{51\,200\,000 \cdot 350\,000}{0,000032 \cdot 0,02} =$

$2,8 \cdot 10^{19}$

d. $\frac{0,0000006 \cdot 240\,000}{0,00005} =$

$2,88 \cdot 10^{3}$

e. $\frac{360\,000\,000 \cdot 0,008}{0,000000015 \cdot 1\,200\,000} =$

$1,6 \cdot 10^{8}$

f. $\frac{(0,00006)^{2} \cdot 235\,000\,000}{\sqrt{4\,000\,000}} =$

$4,23 \cdot 10^{-4}$

Lenguaje simbólico. Ecuaciones

INFOACTIVA

Para resolver ecuaciones en el conjunto de los números racionales, se usan las mismas propiedades que para los números enteros.

$$\frac{3}{4}x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$$
$$\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}x = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{4}x = \frac{6}{4}$$
$$x = \frac{6}{4} : \frac{1}{4}$$
$$x = \frac{6}{4} . 4$$
$$x = 6$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{10}{3}x - \frac{2}{9}\right) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$
$$\frac{5}{3}x - \frac{1}{9} = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$
$$\frac{5}{3}x - \frac{2}{3}x = \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$$
$$\frac{3}{3}x = \frac{4}{9}$$
$$x = \frac{4}{9}$$

En la página 45 pueden repasar las propiedades que permiten resolver ecuaciones.

En las siguientes ecuaciones la incógnita está afectada por un exponente o raíz.

$$\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$$
$$\frac{1}{5}x^2 = \frac{7}{4} - \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{5}x^2 = \frac{5}{4}$$
$$x^2 = \frac{5}{4} : \frac{1}{5}$$
$$x^2 = \frac{5}{4} \cdot 5$$
$$x^2 = \frac{25}{4}$$
$$x = \sqrt{\frac{25}{4}}$$
$$x = \frac{5}{2}$$

En este caso se considera solo la solución positiva.

$$\sqrt[3]{\frac{4}{3}x + \frac{4}{27}} = \frac{2}{3}$$
$$\frac{4}{3}x + \frac{4}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$
$$\frac{4}{3}x + \frac{4}{27} = \frac{8}{27}$$
$$\frac{4}{3}x = \frac{8}{27} - \frac{4}{27}$$
$$\frac{4}{3}x = \frac{4}{27}$$
$$x = \frac{4}{27} : \frac{4}{3}$$
$$x = \frac{4}{27} \cdot \frac{3}{4}$$
$$x = \frac{1}{9}$$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Son verdaderas estas igualdades? $x : 2 = \frac{x}{2} = \frac{1}{2}x$

b. $x = 4$, ¿es solución de la ecuación $2x - \frac{3}{2} = x + 9$?

c. ¿Cuándo dos ecuaciones son equivalentes?

d. ¿Cómo se verifica la solución de una ecuación?

a. Sí. **b.** No, al reemplazar la *x* por el 4, la igualdad no se cumple. **c.** Cuando tienen la misma solución. **d.** Se reemplaza la *x* por la solución para ver que se cumpla la igualdad.

Nombre: ______________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

45. Unan con una flecha.

a. El cuadrado de *a* aumentado en un quinto.
b. La quinta parte del cuadrado de la suma entre *a* y uno.
c. La mitad del cuadrado de la diferencia entre *a* y un quinto.
d. El triple de la mitad de *a*.
e. La raíz cúbica de la tercera parte de *a*.
f. La tercera parte de la raíz cúbica de *a*.

- $\frac{1}{2}\left(a - \frac{1}{5}\right)^2$
- $3\frac{1}{2}a$
- $\frac{(a+1)^2}{5}$
- $\sqrt[3]{\frac{a}{3}}$
- $a^2 + \frac{1}{5}$
- $\frac{1}{3}\sqrt[3]{a}$

46. Escriban en lenguaje simbólico.

a. El triple de un número. $3x$
b. La tercera parte de un número. $\frac{1}{3}x$
c. La mitad de la raíz cuadrada del triple de un número. $\frac{1}{2}\sqrt{3x}$
d. La quinta parte de un número, disminuido en tres medios. $\frac{1}{5}x - \frac{3}{2}$
e. La quinta parte de la diferencia entre un número y tres medios. $\frac{1}{5}\left(x - \frac{3}{2}\right)$
f. El doble de la suma entre el cuadrado de un número y dos tercios. $2\left(x^2 + \frac{2}{3}\right)$
g. La raíz cuadrada de la diferencia entre un número y tres cuartos. $\sqrt{x - \frac{3}{4}}$
h. La diferencia entre la raíz cuadrada de un número y tres cuartos. $\sqrt{x} - \frac{3}{4}$

47. Marquen con una X la solución de la ecuación.

a. $2x + \frac{3}{5} = 3 + \frac{1}{6}$

- $\frac{77}{15}$ ☐
- $\frac{77}{60}$ ☒
- $\frac{77}{30}$ ☐

b. $\frac{1}{2}x + \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4} + 1$

- $\frac{7}{6}$ ☒
- $\frac{12}{7}$ ☐
- $\frac{1}{2}$ ☐

c. $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = \frac{4}{9}x + \frac{1}{2}$

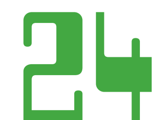
- 3 ☐
- $\frac{1}{27}$ ☐
- $\frac{3}{4}$ ☒

d. $7x - \frac{7}{10} = 2x + \frac{14}{5}$

- $\frac{21}{50}$ ☐
- $\frac{7}{10}$ ☒
- $\frac{35}{90}$ ☐

e. $x^2 + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} \cdot \frac{8}{15} - \frac{2}{25}$

- $\frac{2}{25}$ ☐
- $\frac{4}{25}$ ☐
- $\frac{2}{5}$ ☒



48. Resuelvan las ecuaciones y verifiquen el conjunto solución.

a. $\frac{4}{5}x + \frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{2}{15} \cdot 2$

$x = \frac{1}{4}$

b. $\frac{3}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{3}{8}x + \frac{5}{6}$

$x = \frac{4}{9}$

c. $\frac{1}{5}x + \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = 0{,}7 + \frac{3}{5}x$

$x = \frac{9}{2}$

d. $\frac{2}{3} \cdot (x - 1) + 2 = \frac{2}{3} + 1{,}2 \cdot \frac{5}{3}$

$x = 2$

e. $0{,}5x + 1 = \frac{4}{3} - \left(x - \frac{7}{3}\right)$

$x = \frac{16}{9}$

f. $\frac{3}{4}x - 0{,}\widehat{7} = \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{3}{2}x + \frac{14}{3}\right)$

$x = \frac{532}{81}$

g. $\frac{1}{4} \cdot \left(2x - 2{,}\widehat{6}\right) = \frac{2}{5} \cdot \left(x + \frac{10}{3}\right)$

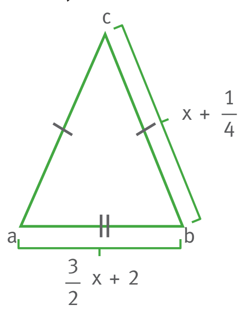
$x = 20$

h. $\frac{7}{8} + \frac{5}{12} \cdot \left(\frac{1}{5}x - \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{6}x\right)$

$x = \frac{3}{8}$

49. Calculen el valor de *x* y la medida de los lados pedidos.

a. Perímetro = 30,25 cm



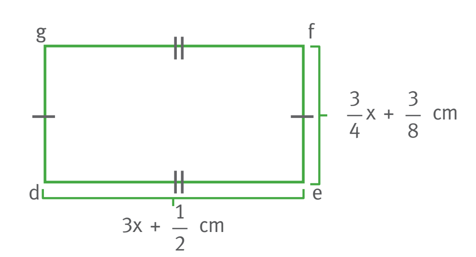
x = 7,93 cm

$\overline{ab}$ = 13,9 cm

$\overline{bc}$ = 8,18 cm



b. Perímetro = 20,5 cm



x = 2,5 cm

$\overline{de}$ = 8 cm

$\overline{ef}$ = 2,25 cm

Nombre: ____________ Curso: ______ Fecha: ____/____/____



50. **Resuelvan.**

a. $\frac{8}{3}x^2 + \frac{3}{5} = \frac{5}{3} - \frac{2}{5}$

$x = \frac{1}{2}$

b. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{1}{9} : \frac{5}{18} + \frac{4}{3}x^2$

$x = \frac{3}{2}$

c. $\frac{3}{4} + \sqrt{x} = \left(\frac{101}{8} - \frac{5}{4}\right) . \frac{2}{13} + \frac{1}{2}$

$x = \frac{9}{4}$

d. $\frac{1}{2} . \sqrt{x} - \frac{1}{2} = \left(\frac{3}{4} + \frac{9}{10}\right) : \frac{11}{5}$

$x = \frac{25}{4}$

e. $\frac{9}{20} . \left(\frac{4}{5}x - \frac{1}{6}\right)^3 + 2 = \frac{5}{12} + \frac{11}{5} : \frac{3}{5}$

$x = \frac{55}{24}$

f. $\frac{7}{3} . \sqrt{x - \frac{2}{5}} - \frac{1}{6} = \left(\frac{3}{5}\right)^0$

$x = \frac{13}{20}$

g. $\left(\frac{2}{3}x - 0,\widehat{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

$x = \frac{3}{2}$

h. $\sqrt{\frac{3}{2}x + 1} = 2 - \frac{3}{5}$

$x = \frac{16}{25}$

i. $0,6 \sqrt[4]{x} + \sqrt{\frac{16}{64}} = 1,4 : 2$

$x = \frac{1}{81}$

j. $1,\widehat{2} + \sqrt[3]{1 - x} = \frac{31}{18}$

$x = \frac{7}{8}$

k. $\left(-1 + \frac{5}{2}x\right)^2 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 2 - \frac{3}{4}$

$x = \frac{7}{5}$

l. $(0,\widehat{5}x + 0,5x)^3 = \frac{125}{27}$

$x = \frac{30}{19}$

Problemas con ecuaciones

INFOACTIVA

Hay problemas que se pueden resolver planteando ecuaciones con números racionales.

La diferencia entre el triple de un número y once novenos es igual al cuadrado de dos tercios. ¿Cuál es el número?

$$3x - \frac{11}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$
$$3x - \frac{11}{9} = \frac{4}{9}$$
$$3x = \frac{4}{9} + \frac{11}{9}$$
$$x = \frac{15}{9} : 3$$
$$x = \frac{5}{9}$$

El número es $\frac{5}{9}$.

Ignacio gastó la tercera parte de sus ahorros en una bicicleta y la mitad del resto en ropa. Si aún le quedan \$500, ¿cuánto dinero tenía ahorrado Ignacio?

Para plantear la ecuación, hay que traducir el problema al lenguaje simbólico.

Total del dinero ahorrado: x

Dinero para la bicicleta: $\frac{1}{3}x$

Dinero para ropa: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}x$

$$x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}x + 500$$
$$x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + 500$$
$$x = \frac{3}{6}x + \frac{2}{6}x + 500$$
$$x - \frac{5}{6}x = 500$$
$$\frac{1}{6}x = 500$$
$$x = 500 : \frac{1}{6}$$
$$x = 3000$$

Ignacio tenía ahorrados \$3000.



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuál es la expresión simbólica de "un número elevado a la cuarta"?

b. ¿Cómo se escribe en lenguaje coloquial la expresión $\frac{x^2}{2}$?

c. ¿Cómo se escribe en símbolos la quinta parte de la tercera parte de un número?

a. x^4. **b.** La mitad del cuadrado de un número. **c.** $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3}x$.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

ACTIVIDADES
Problemas con ecuaciones

51. Planteen la ecuación y respondan.

a. La diferencia entre las dos terceras partes de un número y su mitad es igual al doble de siete octavos. ¿Cuál es el número?

$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x = 2 \cdot \frac{7}{8}$ El número es $\frac{21}{2}$.

b. La mitad de un número es igual a la tercera parte del número aumentado en siete sextos. ¿Cuál es el número?

$\frac{1}{2}x = \frac{1}{3}x + \frac{7}{6}$ El número es 7.

c. El cociente entre el triple de un número y el cuadrado de seis es igual a once. ¿Cuál es el número?

$3x : 6^2 = 11$ El número es 132.

d. Catalina pagó $127 por una pulsera, un collar y un par de aros. El precio de los aros representa las dos terceras partes del precio del collar, y el de la pulsera, $15 más que el de los aros. ¿Cuánto cuesta cada artículo?

$\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x + 15 + x = 127$ Los aros cuestan $32, el collar $48 y la pulsera $47.

e. De los alumnos de 1.º A, las tres quintas partes aprobó Ciencias Sociales durante el año. La sexta parte aprobó en diciembre y los restantes siete alumnos, en marzo. ¿Cuántos alumnos tiene 1.º A?

$\frac{3}{5}x + \frac{1}{6}x + 7 = x$ 1º. A tiene 30 alumnos.

f. El último campeón del torneo nacional de fútbol ganó las tres cuartas partes de los partidos jugados. Empató las dos séptimas partes de los restantes y perdió cinco partidos. ¿Cuántos partidos jugó en total? ¿Cuántos partidos empató?

$\frac{3}{4}x + \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{4}x + 5 = x$ Jugó 28 partidos. Empató 2.

Integración

52. Escriban V (Verdadero) o F (Falso). Escriban la aproximación correcta para los casos en que sea falso.

a. La aproximación por redondeo a los décimos de 2,874 es 2,8. F

b. La aproximación por redondeo a los centésimos de 5,995 es 5. F

c. La aproximación por truncamiento a los centésimos de 12,008 es 12. V

d. La aproximación por redondeo a los centésimos de 12,005 es 12. F

53. Calculen en notación científica las siguientes expresiones.

a = 150 000 000 b = 0,00000000036
c = 0,00009 d = 2 500 000

a. $\frac{a \,.\, c}{b \,.\, d}$ **b.** $\frac{\sqrt{c : b}}{d}$

a. $1,5 \,.\, 10^7$ **b.** $2 \,.\, 10^{-4}$

54. Lean atentamente y escriban los números del texto en notación científica.

El Sol es la estrella más cercana a la Tierra. Se encuentra a unos 150 millones de kilómetros. La distancia entre el resto de las estrellas y la Tierra es mucho mayor y se mide en años luz. El año luz es la distancia que recorre la luz en un año (9,5 billones de kilómetros).
La velocidad de la luz es 300 000 km/s.

$1,5 \,.\, 10^8$ km, $3 \,.\, 10^5$ km/s y $9,5 \,.\, 10^{12}$ km.

55. Resuelvan expresando el resultado en notación científica.

a. $9,34 \,.\, 10^{26} - 5,16 \,.\, 10^{25} =$

b. $7,2 \,.\, 10^{-5} + 6,3 \,.\, 10^{-4} =$

c. $4 \,.\, 10^5 + 7,4 \,.\, 10^7 - 9,1 \,.\, 10^6 =$

d. $6,5 \,.\, 10^{-9} - 8,3 \,.\, 10^{-7} + 5 \,.\, 10^{-6} =$

a. $8,824 \,.\, 10^{26}$ **b.** $7,02 \,.\, 10^{-4}$ **c.** $6,53 \,.\, 10^7$ **d.** $4,1765 \,.\, 10^{-6}$

56. Escriban en lenguaje simbólico.

a. La mitad de un número aumentado en el quíntuple de su tercera parte.

b. Las tres cuartas partes del cubo de un número disminuido en dos séptimos.

c. El producto entre las cuatro quintas partes de un número y la raíz cúbica de un milésimo.

a. $\frac{1}{2}x + 5 \,.\, \frac{1}{3}x$ **b.** $\frac{3}{4}x^3 - \frac{2}{7}$ **c.** $\frac{4}{5}x \,.\, \sqrt[3]{\frac{1}{1000}}$

57. Resuelvan las siguientes ecuaciones.

a. $\frac{7}{8} + \frac{1}{12}x - \frac{5}{8} = \frac{1}{4} + \frac{5}{12}$ $x = 5$

b. $\frac{7}{9} + \frac{5}{6}\left(3x - \frac{4}{5}\right) = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{4}$ $x = \frac{11}{30}$

c. $\frac{7}{2} + \frac{3}{4}(2 - 0,\widehat{4}x) - \frac{18}{5} = \frac{15}{27}x + \frac{3}{5}$ $x = \frac{9}{10}$

d. $(x - 1,\widehat{3}) : 2 = \frac{5}{6} + \frac{1}{3} \cdot (2 - 2,5x)$ $x = \frac{13}{8}$

e. $\frac{3}{2}\left(\frac{5}{6}x + \frac{1}{2}\right) - (0,75)^2 = \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{6}\right)x - \frac{7}{3} : \frac{8}{3}$ $x = \frac{3}{4}$

f. $\frac{10}{33}x^2 - \frac{2}{9} : \frac{5}{18} = 5^{-1} + \sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \frac{7}{6}$ $x = \frac{11}{5}$

g. $\frac{3x - \frac{6}{7}}{5} = \frac{\frac{1}{5}x - \frac{2}{5}}{7}$ $x = \frac{1}{5}$

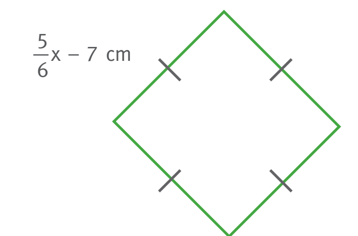
h. $\frac{x + 5}{2} + \frac{4x - 5}{3} - \frac{1}{6} = \frac{7}{12}x + \frac{5}{6}$ $x = \frac{2}{15}$

i. $\frac{2x + 3}{5} + \frac{x - 6}{4} - \sqrt{\frac{49}{25}} = 2^3 \cdot \frac{1}{5}$ $x = 6$

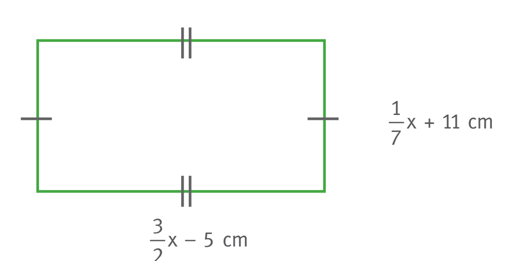
j. $\left[\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] : \frac{3}{4} + \frac{3}{5}(x - 10)^2 = \frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{2}{15}$ $x = 11$

58. Calculen el valor de *x*.

a. Perímetro = 12 cm. $x = 12$



b. Perímetro = 58 cm. $x = 14$ cm



59. Resuelvan.

a. $\frac{6}{5} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}x} + \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 11$ $x = 243$

b. $\frac{3}{4} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}x + 4,25 \,.\, 8} - 0,5^{-1} = 1$ $x = 90$

c. $10x^3 + 0,25 - 2^{-2} = (1 + x)^0 + 6,29$ $x = 0,9$

d. $0,\widehat{6} \cdot \left(\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}\right)^5 = 21,\widehat{3}$ $x = 1$

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

60. Marquen con una X la ecuación que traduce cada problema y resuélvanlo.

a. La edad que Nahuel tenía hace 10 años es la misma que la mitad de la edad que tendrá dentro de 8 años. ¿Cuántos años tiene Nahuel?

- $N - 10 = \frac{1}{2}N + 8$ ☐
- $N + 10 = \frac{1}{2}N + 8$ ☐
- $N - 10 = \frac{1}{2} \cdot (N + 8)$ ☒

Nahuel tiene 28 años.

b. La base de un rectángulo mide la cuarta parte de la altura. Si el perímetro es de 30 cm, ¿cuáles son las medidas de la base y de la altura?

- $\frac{1}{4}x + x = 30$ cm ☐
- $2\frac{1}{4}x + 2x = 30$ cm ☒
- $\frac{1}{4}x \cdot x = 30$ cm ☐

Altura = 11,76 cm; base = 2,94 cm.

61. Planteen las ecuaciones que traducen los problemas. Luego, resuelvan.

a. Si al cuádruple de la diferencia entre un número y tres octavos se le resta un sexto, se obtiene la mitad del número. ¿Cuál es el número? El número es $\frac{10}{21}$.

b. La diferencia entre el triple de un número y las dos quintas partes del mismo es igual al triple de la diferencia entre el número y cinco sextos. ¿Cuál es el número? El número es $\frac{25}{4}$.

c. El producto entre un número disminuido en tres y la raíz cúbica de la mitad de cincuenta y cuatro es igual a tres séptimos. ¿Cuál es el número? El número es $\frac{22}{7}$.

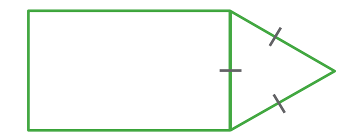
62. Resuelvan.

Leandro compró bebidas para su cumpleaños. Compró agua mineral, agua saborizada y dieciséis envases de leche para la merienda. Del total de las botellas, la tercera parte es de agua saborizada, y la cantidad de botellas de agua mineral es igual a las dos terceras partes de las de agua saborizada. ¿Cuántas botellas compró en total?

Compró 36 botellas.

63. Tengan en cuenta la información y calculen el perímetro de la figura.

La base del rectángulo mide 3 cm más que las $\frac{3}{2}$ partes de la altura. El perímetro del rectángulo mide 56 cm.



$2 \cdot \left(3 + \frac{3}{2}x\right) + 2x = 56$ El perímetro es 66 cm.

64. Lean atentamente y resuelvan.

a. En un edificio hay departamentos de 1, 2 y 3 ambientes. Cinco octavos de los departamentos son de dos ambientes, las dos terceras partes de los restantes son de 3 ambientes y hay 6 de un ambiente. ¿Cuántos departamentos tiene el edificio?

b. Un par de zapatos cuesta tres medios de lo que cuesta una cartera. Un par de botas cuesta siete quintos de lo que cuestan los zapatos. Lucía pagó por los tres artículos $1610. ¿Cuánto cuesta cada artículo?

c. Federico compró un libro de aventuras. Leyó la mitad la primera semana, la cuarta parte la segunda semana. La tercera semana leyó las dos quintas partes de lo que aún le quedaba. Si le quedan 42 páginas para terminar de leer el libro, ¿cuántas páginas leyó cada semana?

d. Diego, Joaquín y Manuel juntaron 472 hojas para reciclar. Diego juntó 30 hojas menos que la mitad de las que juntó Manuel. Joaquín juntó 65 hojas más que las dos quintas partes que Manuel. ¿Cuántas hojas juntó cada uno?

e. Julieta tenía una caja de bombones y le regaló las tres octavas partes a su mamá. De los que quedaban, les dio las dos quintas partes a su papá y 5 bombones a su hermano. Si los bombones que regaló representan las tres cuartas partes del total de la caja, ¿cuántos bombones le quedan?

a. $\frac{5}{8}x + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}x + 6 = x$ Tiene 48 departamentos.

b. $\frac{3}{2}c + \frac{7}{5} \cdot \frac{3}{2}c + c = 1610$ La cartera cuesta $350, los zapatos $525 y las botas $735.

c. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}x + 42 = x$ 140 páginas la primera semana, 70 la segunda semana y 28 la tercera.

d. $m + \frac{1}{2}m - 30 + \frac{2}{5}m + 65 = 472$ Manuel juntó 230 hojas, Diego 85 y Joaquín 157 hojas.

e. $\frac{3}{8}x + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8}x + 5 = \frac{3}{4}x$ Quedan 10 bombones.



65. **Marquen con una X las fracciones que pueden expresarse con denominador 8.**

- $\frac{3}{4}$ [X]
- $\frac{5}{12}$ [ ]
- $\frac{15}{24}$ [X]
- $\frac{28}{32}$ [X]

66. **Calculen sabiendo que: $a = \frac{3}{4}$; $b = \frac{5}{8}$; $c = \frac{3}{2}$.**

a. $(a + b) : c = \frac{11}{12}$

b. $(c - a) \cdot b = \frac{15}{32}$

c. $b \cdot c - a = \frac{3}{16}$

d. $a + b \cdot c = \frac{27}{16}$

e. $(a - b)^2 \cdot c = \frac{3}{128}$

f. $\sqrt{a + c} : b = \frac{12}{5}$

67. **Traduzcan al lenguaje simbólico y resuelvan.**

a. La mitad de dieciocho quintos aumentado en el triple de dos quinceavos.

$\frac{18}{5} \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{2}{15} = \frac{11}{5}$

b. El triple de la diferencia entre el doble de tres octavos y la cuarta parte de ocho novenos.

$3 \cdot \left(2 \cdot \frac{3}{8} - \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{9}\right) = \frac{19}{12}$

68. **Resuelvan las ecuaciones.**

a. $\frac{7}{8} \cdot \left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{14}\right) + \frac{11}{6}x = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{20}{9}x + \frac{5}{6}\right)$

$x = \frac{33}{52}$

b. $2,\widehat{3} \cdot \left(0,\widehat{5} \cdot x + \frac{1}{9}\right) = \frac{37}{18} - 0,5$

$x = 1$

c. $\sqrt[3]{3x \cdot 3^{-1}} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right) = \frac{3}{5}$

$x = 1$

d. $2^{-1} \sqrt{4x} + 5 = 13^2 + \left(\frac{2}{10}\right)^{-1} + 2 \cdot 0,25 \cdot \sqrt{4x}$

No tiene solución.

69. **Planteen una ecuación y calculen el valor de *x*.**

Rectángulo de área 80 cm², lados $\frac{1}{2}x$ y $\frac{2}{5}x$.

$x = 20$ cm

70. **Resuelvan.**

Malena preparó 53 *muffins* de chocolate, vainilla y limón. La cantidad de *muffins* de chocolate es seis más que las tres quintas partes de los de vainilla. Los de limón representan la tercera parte de los de chocolate. ¿Cuántos *muffins* preparó de cada gusto?

$\frac{3}{5}v + 6 + v + \frac{1}{3}\left(\frac{3}{5}v + 6\right) = 53$ Preparó 25 muffins de vainilla, 21 de chocolate y 7 de limón.

CAPÍTULO

4

Números racionales II

Contenidos

Situación inicial de aprendizaje

1. Observen la imagen y resuelvan.

Lucía y Juan juegan a las cartas. En cada mano deben formar dos fracciones colocando una carta como numerador y otra como denominador. Las fracciones formadas por dos cartas del mismo palo son negativas. En cada mano, se anota un punto el que formó la fracción mayor y un punto el que formó la fracción menor.

a. ¿Cómo debe formar las fracciones Lucía para tener más posibilidades de ganar?

b. ¿Qué cartas debería tener Juan para formar fracciones que le permitan ganar los dos puntos de una mano?

c. Comparen las respuestas con sus compañeros.

a. $-\frac{10}{2}$ y $\frac{7}{5}$ es una posibilidad donde puede formar una fracción negativa y otra positiva. La idea es que busquen estrategias. **b.** Por ejemplo, con 1 de oros, 12 de oros, 2 de copas y 11 de bastos, puede formar $-\frac{12}{1}$ y $\frac{11}{2}$.

Orden y representación en la recta numérica

INFOACTIVA

La relación de **orden** permite establecer cuándo una fracción es menor, igual o mayor que otra.

Si una fracción es positiva y la otra negativa, es mayor la positiva.

En caso de tener el mismo signo, para analizar si una fracción es menor o mayor que otra se pueden usar estos procedimientos:

1. Se buscan fracciones equivalentes a las dadas de igual denominador. Se comparan los numeradores de las fracciones obtenidas.

- Dos fracciones positivas.

$\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$

$\left.\begin{array}{l}\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \\ \frac{3}{4} = \frac{9}{12}\end{array}\right] \rightarrow \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$

- Dos fracciones negativas.

$-\frac{3}{5}$ y $-\frac{2}{3}$

$\left.\begin{array}{l}-\frac{3}{5} = -\frac{9}{15} \\ -\frac{2}{3} = -\frac{10}{15}\end{array}\right] \rightarrow -\frac{3}{5} > -\frac{2}{3}$

2. Se transforman en expresiones decimales y se las compara.

- Dos fracciones positivas.

$\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$

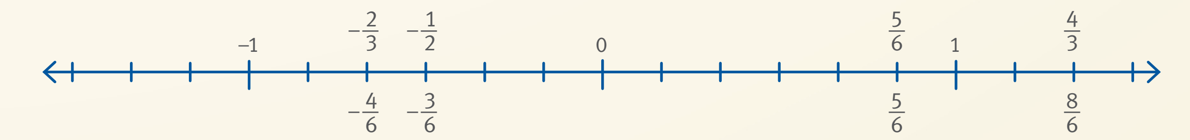
$\left.\begin{array}{l}\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,66\ldots \\ \frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75\end{array}\right] \rightarrow \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$

- Dos fracciones negativas.

$-\frac{3}{5}$ y $-\frac{2}{3}$

$\left.\begin{array}{l}-\frac{3}{5} = -(3 : 5) = -0,6 \\ -\frac{2}{3} = -(2 : 3) = -0,66\ldots\end{array}\right] \rightarrow -\frac{3}{5} > -\frac{2}{3}$

Para **representar fracciones en la recta numérica**, se deben buscar fracciones equivalentes a las que se quiere representar, con igual denominador. Luego, se divide a cada unidad en tantas partes como indica el denominador.



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que un número racional negativo es menor que todo número racional positivo?

b. Si dos fracciones son negativas y de igual denominador, ¿cuál es mayor?

c. Para representar fracciones en la recta numérica, ¿en cuántas partes se divide cada unidad?

d. Si dos fracciones positivas tienen el mismo denominador, ¿cuál está más cerca del 0 en la recta numérica?

a. Sí, es cierto. **b.** Es mayor la que posee menor numerador. **c.** Se puede dividir la unidad tomando el mcm de los denominadores de las fracciones que se quiere representar. **d.** La que tiene menor numerador.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

ACTIVIDADES
Orden y representación en la recta numérica

1. Escriban en cada caso las fracciones que cumplen con la condición.

a. Las fracciones negativas con denominador 6, mayores que –1.

$-\frac{5}{6}; -\frac{4}{6}; -\frac{3}{6}; -\frac{2}{6}; -\frac{1}{6}$

b. Las fracciones positivas con denominador 2, menores que 3.

$\frac{1}{2}; \frac{2}{2}; \frac{3}{2}; \frac{4}{2}; \frac{5}{2}$

c. Las fracciones negativas con denominador 2, mayores que –4.

$-\frac{7}{2}; -\frac{6}{2}; -\frac{5}{2}; -\frac{4}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{2}{2}; -\frac{1}{2}$

d. Las fracciones negativas con denominador 3 que resultan enteros, mayores que –7.

$-\frac{18}{3}; -\frac{15}{3}; -\frac{12}{3}; -\frac{9}{3}; -\frac{6}{3}; -\frac{3}{3}$

2. Completen con <, > o = según corresponda.

a. $-\frac{3}{9}$ [>] $-\frac{5}{2}$

b. $\frac{8}{7}$ [<] 1,25

c. $-\frac{6}{7}$ [<] $-\frac{5}{7}$

d. $-\frac{3}{9}$ [=] $-\frac{1}{3}$

e. $-\frac{14}{8}$ [<] –0,7

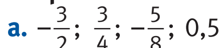
f. $-\frac{8}{9}$ [>] –1,875

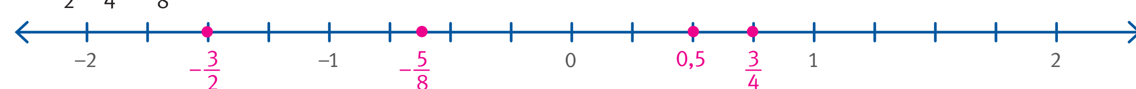
3. Ordenen de menor a mayor las siguientes fracciones.

$\frac{2}{5}; -\frac{1}{4}; -0{,}43; \frac{2}{3}; -\frac{4}{5}; -\frac{3}{2}; -0{,}2$

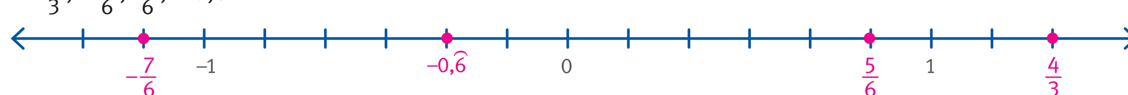
$-\frac{3}{2}; -\frac{4}{5}; -0{,}43; -\frac{1}{4}; -0{,}2; \frac{2}{5}; \frac{2}{3}$

4. Representen los siguientes números racionales en la recta numérica.

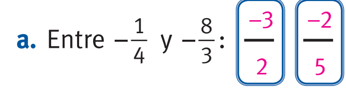

a. $-\frac{3}{2}; \frac{3}{4}; -\frac{5}{8}; 0{,}5$



b. $\frac{4}{3}; -\frac{7}{6}; \frac{5}{6}; -0{,}\widehat{6}$



5. Completen con fracciones que estén comprendidas entre cada par.

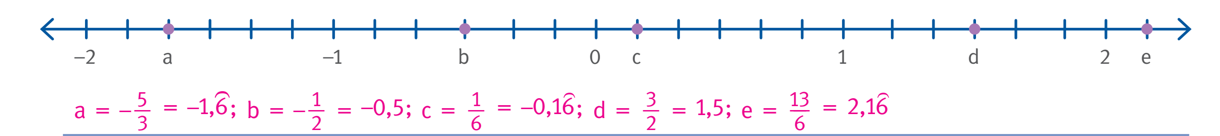

a. Entre $-\frac{1}{4}$ y $-\frac{8}{3}$: $\frac{-3}{2}$ $\frac{-2}{5}$

b. Entre $-\frac{5}{2}$ y $-\frac{7}{2}$: $\frac{-8}{3}$ $\frac{-13}{4}$

c. Entre $-\frac{6}{5}$ y $-\frac{9}{2}$: $\frac{-7}{2}$ $\frac{-8}{5}$

d. Entre $\frac{7}{9}$ y $\frac{8}{5}$: $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{4}$

6. Escriban la fracción y la expresión decimal que corresponde a cada letra.



$a = -\frac{5}{3} = -1{,}\widehat{6}$; $b = -\frac{1}{2} = -0{,}5$; $c = \frac{1}{6} = -0{,}1\widehat{6}$; $d = \frac{3}{2} = 1{,}5$; $e = \frac{13}{6} = 2{,}1\widehat{6}$

Adición, sustracción, multiplicación y división

INFOACTIVA

Para **sumar** (o **restar**) fracciones, se deben buscar fracciones equivalentes a las dadas, cuyos denominadores sean el múltiplo común menor de los denominadores. Luego, se suman (o restan) los numeradores y, de ser posible, se simplifica la fracción resultante.

$$-\frac{3}{4}+\frac{2}{3}-\frac{7}{6}=-\frac{9}{12}+\frac{8}{12}-\frac{14}{12}=-\frac{15}{12}=-\frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{5}-\frac{2}{10}-\frac{17}{5}=\frac{6}{10}-\frac{2}{10}-\frac{34}{10}=-\frac{30}{10}=-3$$

En la página 21 pueden repasar la regla de los signos.

Para **multiplicar** dos fracciones, se multiplican entre sí los numeradores y los denominadores. Se debe tener en cuenta el signo de cada fracción para aplicar la regla de los signos.

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}=\frac{15}{8} \qquad -\frac{2}{9}\cdot\frac{5}{3}=-\frac{10}{27} \qquad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\,.\,c}{b\,.\,d}$$

$$-\frac{2}{7}\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{2}{35} \qquad \frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{8}{15}$$

Para **dividir** dos fracciones, se multiplica la primera por la fracción inversa de la segunda. Se debe tener en cuenta el signo de cada fracción para aplicar la regla de los signos.

$$\frac{2}{3}:\frac{4}{5}=\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}=\frac{5}{6} \qquad \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

$$-\frac{2}{3}:\frac{5}{7}=-\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{5}=-\frac{14}{15}$$

$$-\frac{6}{5}:\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{6}{5}\cdot\left(-\frac{3}{1}\right)=\frac{18}{5}$$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿A qué es igual $-2+\frac{1}{2}$? ¿Y $-2-\frac{1}{2}$?

b. En la suma o resta de números racionales, ¿se aplica la regla de los signos?

c. Si se multiplican cinco fracciones negativas, ¿qué signo tiene el resultado?

d. ¿Es verdadera la siguiente igualdad? $\frac{2}{9}:\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{5}$

a. $-\frac{3}{2}$; $-\frac{5}{2}$. **b.** No, la regla de los signos se aplica únicamente en la multiplicación y división. **c.** Tiene signo menos. **d.** No, el inverso de $-\frac{5}{3}$ es $-\frac{3}{5}$.

Nombre: ____________ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

7. Resuelvan las siguientes sumas y restas.

a. $-\frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \boxed{\frac{-11}{35}}$

b. $1,\widehat{6} - \frac{1}{6} = \boxed{\frac{3}{2}}$

c. $-\frac{7}{8} - \frac{3}{4} = \boxed{\frac{-13}{8}}$

d. $-\frac{14}{3} + \frac{22}{5} = \boxed{\frac{-4}{15}}$

e. $\frac{10}{3} - 1,6 = \boxed{\frac{26}{15}}$

f. $-\frac{9}{7} + \frac{5}{14} - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{-10}{7}}$

g. $\frac{13}{6} - \frac{1}{8} - \frac{2}{3} = \boxed{\frac{11}{8}}$

h. $-\frac{12}{7} - \frac{8}{14} + \frac{1}{21} = \boxed{\frac{-47}{21}}$

8. Completen las fracciones para obtener el resultado indicado.

a. $\frac{5}{6} + \boxed{\frac{-2}{6}} = \frac{1}{2}$

b. $\frac{1}{7} - \boxed{\frac{3}{14}} = -\frac{1}{14}$

c. $\boxed{\frac{-12}{21}} + \frac{8}{21} = -\frac{4}{21}$

d. $\boxed{\frac{-7}{4}} - \frac{5}{2} = -\frac{17}{4}$

9. Resuelvan las multiplicaciones y divisiones. Simplifiquen cuando sea posible.

a. $-\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{21} = \boxed{\frac{-1}{6}}$

b. $-0,75 \cdot \left(-\frac{5}{35}\right) = \boxed{\frac{3}{28}}$

c. $2,25 : \left(-\frac{5}{3}\right) = \boxed{\frac{-27}{20}}$

d. $\left(-\frac{2}{7}\right) : \left(-\frac{26}{14}\right) = \boxed{\frac{2}{13}}$

e. $\frac{3}{8} : (-0,\widehat{5}) = \boxed{\frac{-27}{40}}$

f. $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = \boxed{\frac{5}{12}}$

g. $\left(-\frac{3}{5}\right) : \frac{6}{20} : \left(-\frac{1}{4}\right) = \boxed{8}$

h. $\frac{26}{3} \cdot \left(-\frac{18}{18}\right) \cdot \frac{2}{15} = \boxed{\frac{-52}{45}}$

10. Completen el siguiente cuadro.

a	b	c	a + b	a – b	a . b . c	c : a	a . b : c
$\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{5}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{9}{100}$	-1	$\frac{1}{4}$
$-\frac{1}{2}$	$\frac{4}{3}$	$-0,4$	$\frac{5}{6}$	$-\frac{11}{6}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{3}$
1,5	$-\frac{7}{4}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{13}{4}$	$-\frac{21}{64}$	$\frac{1}{12}$	-21
$-\frac{6}{5}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{3}{10}$	$-\frac{31}{30}$	$-\frac{41}{30}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$

11. Completen para que se verifiquen las igualdades.

a. $\left(-\frac{4}{11}\right) \cdot \frac{\boxed{2}}{5} = \frac{8}{55}$

b. $\frac{\boxed{8}}{9} \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{45}$

c. $\frac{8}{\boxed{13}} : \left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{24}{91}$

d. $\left(-\frac{4}{15}\right) \cdot \frac{\boxed{100}}{10} = -\frac{40}{15}$

e. $\left(-\frac{10}{3}\right) \cdot \frac{\boxed{5}}{4} = -\frac{50}{12}$

f. $\frac{\boxed{3}}{2} : \left(-\frac{8}{11}\right) = -\frac{33}{16}$

Operaciones combinadas I

INFOACTIVA

En un cálculo combinado de sumas y restas, se pueden **suprimir los paréntesis** teniendo en cuenta las siguientes reglas.

- Si hay un signo menos delante del paréntesis, se elimina el signo y se modifica el signo de cada término.

$$\frac{5}{7}-\left(-\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)=$$
$$\frac{5}{7}+\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=$$
$$\frac{75+42-35}{105}=\frac{82}{105}$$

$$-\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\right)=$$
$$-\frac{3}{4}-\frac{1}{2}+\frac{3}{5}=$$
$$\frac{-15-10+12}{20}=-\frac{13}{20}$$

- Si hay un signo más delante del paréntesis, se elimina el signo y se mantiene el signo de cada término.

$$\frac{2}{5}+\left(-\frac{1}{6}+\frac{3}{5}\right)=$$
$$\frac{2}{5}-\frac{1}{6}+\frac{3}{5}=$$
$$\frac{12-5+18}{30}=\frac{25}{30}=\frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{4}+\left(\frac{2}{9}-\frac{3}{8}\right)=$$
$$\frac{1}{4}+\frac{2}{9}-\frac{3}{8}=$$
$$\frac{18+16-27}{72}=\frac{7}{72}$$

Para resolver un **cálculo combinado**, pueden seguir estos pasos.

$$\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right):\frac{4}{15}+\frac{1}{6}=$$
$$\left(\frac{6}{15}-\frac{5}{15}\right):\frac{4}{15}+\frac{1}{6}=$$
$$\frac{1}{15}\cdot\frac{15}{4}+\frac{1}{6}=$$
$$\frac{3}{12}+\frac{2}{12}=\frac{5}{12}$$

1. Se separa en términos.
2. Se resuelven las operaciones que encierran los paréntesis.
3. Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones.
4. Se resuelven las sumas y las restas.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cómo se separa en términos en una operación combinada?

b. ¿Es cierto que $\frac{7}{4}-\left(\frac{2}{11}+\frac{5}{7}\right)=\frac{7}{4}+\frac{2}{11}-\frac{5}{7}$?

c. En el cálculo $-\frac{5}{4}+\frac{2}{9}\cdot\left(\frac{1}{8}-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{2}$, ¿se separó correctamente en términos?

d. En el cálculo $\frac{3}{5}-\frac{2}{5}+\frac{3}{10}\cdot\frac{21}{9}$, ¿qué se resuelve en primer lugar?

a. Las sumas y restan separan los términos. **b.** No. $\frac{7}{4}-\left(\frac{2}{11}+\frac{5}{7}\right)=\frac{7}{4}-\frac{2}{11}-\frac{5}{7}$ **c.** No. Se debe separar en términos respecto de los signos + y – que están fuera del paréntesis. **d.** La multiplicación.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___



12. **Supriman paréntesis y resuelvan. Antes de resolver, escriban las expresiones decimales como fracción.**

a. $-\frac{3}{5} - (-0{,}1) = -\frac{5}{10}$

b. $\frac{8}{3} + \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{50}{21}$

c. $\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) + (-0{,}8) = -\frac{1}{20}$

d. $\frac{3}{2} - \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{2}{4}$

e. $4{,}5 - 1{,}2 - \left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{179}{30}$

f. $\frac{5}{3} + \left(-\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{10}{30}\right) = \frac{45}{30}$

13. **Expresen los resultados de la actividad anterior como fracción irreducible.**

a. $\frac{-1}{2}$ b. $\frac{50}{21}$ c. $\frac{-1}{20}$ d. $\frac{1}{2}$ e. $\frac{179}{30}$ f. $\frac{3}{2}$

14. **Separen en términos y resuelvan.**

a. $\frac{5}{3} - \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2}\right) = \frac{31}{24}$

b. $\left(-\frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{5}{4}\right) - (0{,}\widehat{3}) = \frac{1}{15}$

c. $\left(-\frac{6}{7} - \frac{1}{14}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{39}{98}$

d. $\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{8}{9} : (-1{,}25) = \frac{116}{315}$

e. $-\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{3} + \frac{3}{7} : \left(-\frac{1}{14}\right) = -\frac{22}{3}$

f. $-\frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{2}{21}\right) - \frac{5}{9} : \frac{3}{7} - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{31}{108}$

g. $-\frac{18}{11} \cdot 2{,}\widehat{4} - \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \frac{3}{4} = -\frac{253}{70}$

h. $\frac{22}{3} \cdot \left(-\frac{4}{11}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{4}{15}\right) = -\frac{7}{3}$

i. $\left(\frac{2}{7} - \frac{1}{2}\right) : \frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{6} - \frac{2}{5}\right) = \frac{59}{210}$

j. $\left(\frac{5}{9} - \frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{6}{9}\right) = \frac{2}{45}$

k. $\left(\frac{5}{11} - \frac{3}{22}\right) : \left(-\frac{5}{22}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right) = -1$

l. $\left(-\frac{7}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) + (-0{,}\widehat{1}) = \frac{110}{63}$

mente ACTIVA

En un edificio se recaudaron $250 000 de expensas. Ese dinero se utilizará de la siguiente forma: la octava parte para pagar impuestos, la mitad para pagar el sueldo de los distintos encargados y la tercera parte para mantenimiento. ¿Cuánto dinero se utilizará y cuánto queda?

Se utilizará $239 583,33. Quedan $10 416,67.

INTEGRACIÓN

15. **Ordenen los siguientes números de menor a mayor.**

$1{,}25;\ -\frac{10}{3};\ \frac{8}{5};\ -4{,}\overparen{12};\ -\frac{3}{5};\ -\frac{1}{7};\ -0{,}75$

$-4{,}\overparen{12};\ -\frac{10}{3};\ -0{,}75;\ -\frac{3}{5};\ -\frac{1}{7};\ 1{,}25;\ \frac{8}{5}$

16. **Representen en una recta numérica.**

$-2{,}\overparen{3};\ \frac{1}{2};\ -\frac{1}{6};\ \frac{5}{6};\ -\frac{8}{3}$

Solución a cargo del alumno.

17. **Escriban tres fracciones comprendidas entre las dadas.**

a. $-\frac{9}{4}$ y $-\frac{1}{5}$

b. $-\frac{35}{4}$ y $-\frac{1}{2}$

c. $-\frac{5}{3}$ y $\frac{1}{4}$

Solución a cargo del alumno.

18. **Completen para que se verifiquen las igualdades.**

a. $-\frac{7}{2} + \frac{[33]}{5} = \frac{31}{10}$

b. $-\frac{17}{[4]} - \frac{3}{2} = -\frac{23}{4}$

c. $-\frac{25}{32} \cdot \left(-\frac{[16]}{5}\right) = \frac{5}{2}$

d. $\frac{49}{[8]} : \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{7}{4}$

e. $\frac{22}{3} \cdot \left(-\frac{9}{[11]}\right) \cdot \left(-\frac{1}{15}\right) = \frac{2}{5}$

19. **Escriban V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda.**

a. El producto entre dos números racionales negativos es negativo. [F]

b. La suma de dos números racionales negativos es un número positivo. [F]

c. Entre dos racionales negativos de igual denominador, es mayor el de menor valor absoluto. [V]

d. Al multiplicar cualquier número racional por –1, se obtiene el opuesto de dicho número. [V]

20. **Supriman paréntesis y resuelvan.**

a. $-\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{5}{3} + 2\right) = -\frac{5}{12}$

b. $-\left(-\frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) = \frac{3}{20}$

c. $\left(-\frac{2}{9} + \frac{5}{3}\right) - \left(-\frac{1}{6}\right) - \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{85}{36}$

d. $-\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{1}{12}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{11}{12}$

21. **Completen el siguiente cuadro.**

m	p	2m + p	$m - \frac{1}{3}p$	–3m : p
$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{9}{14}$	$\frac{7}{2}$
$-\frac{8}{5}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{59}{20}$	$-\frac{101}{60}$	$\frac{96}{5}$
$-\frac{4}{15}$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{14}{15}$	$-\frac{2}{15}$	-2
$\frac{4}{9}$	$-\frac{3}{8}$	$\frac{37}{72}$	$\frac{41}{72}$	$\frac{32}{9}$

22. **Resuelvan las siguientes operaciones.**

a. $\left(-\frac{12}{7} + \frac{3}{14}\right) - \left(-\frac{3}{7} - \frac{1}{21}\right) = -\frac{43}{42}$

b. $\left(-\frac{8}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{2}\right) = -2$

c. $\left(-\frac{3}{5} + \frac{2}{15} - \frac{1}{30}\right) : \left(-\frac{2}{15}\right) = \frac{15}{4}$

d. $\frac{13}{2} - \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{14}{3}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right) = \frac{109}{10}$

e. $\left(-\frac{5}{9}\right) \cdot \left(-\frac{1}{9} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{9} + \frac{5}{9} - \frac{6}{9}\right) = -\frac{28}{81}$

23. **Marquen con una X el cálculo que corresponde a la situación planteada. Luego, resuélvanlo.**

Analía tenía ahorrados \$500. Gastó la tercera parte en el regalo de cumpleaños de una amiga y la cuarta parte en una campera. ¿Cuánto dinero le quedó?

a. $500 - \frac{1}{3} \cdot 500 + \frac{1}{4} \cdot 500 =$ [ ]

b. $500 - \left(\frac{1}{3} \cdot 500 + \frac{1}{4} \cdot 500\right) =$ [X]

c. $500 - \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot 500\right) =$ [ ]

d. $\frac{1}{3} \cdot 500 + \frac{1}{4} \cdot 500 =$ [ ]

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

24. **Resuelvan aplicando propiedad distributiva.**

a. $-\frac{5}{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\right)=-\frac{1}{6}$

b. $\left(-0{,}\widehat{8}+\frac{10}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{22}{27}$

c. $\left(\frac{5}{3}-\frac{21}{6}\right):\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{2}$

d. $\left(-\frac{35}{4}-12{,}5\right):\frac{1}{2}=-\frac{85}{2}$

e. $\left(-\frac{5}{8}+\frac{3}{16}-\frac{9}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{79}{64}$

f. $\left(\frac{7}{2}-\frac{5}{11}+\frac{3}{4}\right):\left(-\frac{6}{11}\right)=-\frac{167}{24}$

25. **Unan con flechas cada cálculo con su resultado.**

a. $\left(-\frac{15}{4}+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{3}{2}\right)=$

b. $\left(-\frac{5}{4}+\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\right)=$

c. $\left(-\frac{7}{4}-\frac{1}{2}\right):\left(-\frac{3}{4}\right)=$

d. $\left(-\frac{8}{9}\right):\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)=$

e. $\left(-\frac{7}{6}+\frac{1}{6}\right)\cdot\left(-\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\right)=$

f. $\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{13}{6}\right):\left(-\frac{2}{3}\right)=$

- $-\frac{3}{40}$
- -3
- $\frac{1}{2}$
- $-\frac{7}{4}$
- $\frac{7}{4}$
- 3

26. **Planteen el cálculo y resuelvan.**

a. El doble de la suma entre un cuarto y siete medios.

b. La quinta parte de la diferencia entre el opuesto de tres quintos y seis décimos.

c. El producto entre el inverso de ocho tercios y cuatro onceavos, disminuido en cinco medios.

d. Siete octavos dividido por la suma entre el opuesto de cinco cuartos y once tercios.

e. El triple de la mitad de trece, disminuido en un tercio.

f. El cuádruple de la tercera parte de once, disminuido en la quinta parte de dos.

g. El producto entre el opuesto de tres quintos y tres décimos.

h. La sexta parte de la suma entre el opuesto de seis quintos y un décimo.

i. La diferencia entre la mitad de nueve y el producto entre un tercio y el opuesto de menos un medio.

a. 15. **b.** $-\frac{6}{25}$. **c.** $-\frac{26}{11}$. **d.** $\frac{21}{58}$. **e.** $\frac{115}{6}$. **f.** $\frac{214}{15}$. **g.** $-\frac{9}{50}$. **h.** $-\frac{11}{60}$. **i.** $\frac{13}{3}$.

27. **Rodeen con color la respuesta correcta.**

a. $\left(-\frac{8}{13}\right)\cdot\left(-\frac{13}{2}\right)+\left(-\frac{15}{7}\right):\frac{15}{2}=$

$\frac{26}{7}$ (rodeado) $\quad -\frac{29}{49} \quad -\frac{26}{7} \quad \frac{2}{7}$

b. $-\left(-\frac{1}{9}\right)+\left(-\frac{2}{3}+\frac{1}{3}-\frac{5}{3}\right)-\left(-\frac{8}{9}\right)=$

$-\frac{11}{9} \quad -1$ (rodeado) $\quad 3 \quad -\frac{25}{9}$

c. $-\left(-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{3}{2}\right)=$

$\frac{19}{12} \quad -\frac{17}{12} \quad -\frac{19}{12} \quad \frac{17}{12}$ (rodeado)

d. $\left(-\frac{3}{7}\right)\cdot\left(-\frac{7}{3}\right)\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)=$

$-1 \quad 1$ (rodeado) $\quad 0 \quad 4$

28. **Planteen y resuelvan las siguientes situaciones.**

a. Ariel salió de viaje y se detuvo después de recorrer la mitad del camino. Luego, manejó 120 km más y paró en el peaje. Si le falta la octava parte del trayecto, ¿cuántos kilómetros recorrió en cada tramo? ¿Cuántos kilómetros debe recorrer en total?

b. Un contingente de turistas llegó a la ciudad de Córdoba. La sexta parte del grupo está formada por argentinos; la tercera parte por canadienses y el resto por europeos. ¿Qué fracción representan los europeos? Si en total hay 48 turistas, ¿cuántos hay de cada región?

a. 1.° t.: 160 km; 2.° t.: 120 km; 3.° t.: 40 km. Tot.: 320 km. **b.** Europeos: $\frac{1}{2}$. 8 arg; 16 can. y 24 euro.

29. **Coloquen corchetes para obtener el resultado indicado.**

a. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{5}\right):\frac{1}{3}\right]-\left(-\frac{1}{10}\right)=\frac{2}{5}$

b. $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{5}\right):\left[\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{10}\right)\right]=\frac{3}{13}$

c. $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left[\left(-\frac{1}{5}\right):\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{10}\right)\right]=\frac{1}{4}$

30. **Resuelvan.**

a. $\frac{3}{4}+\frac{2}{7}:4{,}\widehat{3}=\frac{297}{364}$

b. $-\frac{8}{3}\cdot\left(\frac{3}{11}-\frac{21}{4}\right):\frac{146}{5}=\frac{5}{11}$

c. $0{,}3:\left[\left(\frac{5}{36}-\frac{5}{12}\right)\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)-\frac{5}{54}\right]=-\frac{162}{25}$

d. $-2{,}\widehat{6}-\left[\frac{17}{19}\cdot\left(-\frac{5}{9}+\frac{17}{6}\right)\right]:\frac{11}{6}=-\frac{2\,369}{627}$

Potenciación y radicación. Propiedades

INFOACTIVA

La **potencia** de una fracción es igual a la potencia del numerador y del denominador.

Cuando se eleva una fracción a un exponente entero positivo, se deben tener en cuenta estos casos.

- Si el exponente es par, el resultado es positivo.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

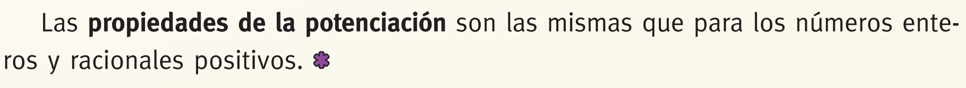
- Si el exponente es impar, el resultado tiene el mismo signo que la base.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8} \qquad \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

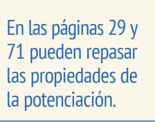
A VECES ME SIENTO TAN SOLO CUANDO NO ENTIENDO POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN...

Para elevar una fracción a un exponente entero negativo, se escribe el inverso multiplicativo y se resuelve la potencia.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$



Las **propiedades de la potenciación** son las mismas que para los números enteros y racionales positivos.



En las páginas 29 y 71 pueden repasar las propiedades de la potenciación.

La **raíz** de una fracción es igual a la raíz del numerador y a la del denominador de la misma.

$$\sqrt{\frac{121}{4}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{4}} = \frac{11}{2} \qquad \sqrt[3]{-\frac{64}{125}} = \frac{\sqrt[3]{-64}}{\sqrt[3]{125}} = -\frac{4}{5}$$

Las **propiedades de la radicación** son las mismas que para los números enteros y racionales positivos.

En las páginas 31 y 71 pueden repasar las propiedades de la radicación.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. La potenciación ¿es distributiva respecto a la suma y a la resta? ¿Y respecto a la multiplicación y a la división?

b. ¿Es cierto que $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^8$?

c. ¿A qué es igual $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$? ¿Y $-\left(\frac{1}{3}\right)^2$?

d. ¿Se puede resolver la raíz cuadrada de una fracción negativa?

a. No, se cumple con respecto a la multiplicación y división. **b.** No. Al aplicar la propiedad de producto de potencias de igual base, las potencias se suman, no se multiplican. **c.** $\frac{1}{9}$; $-\frac{1}{9}$.
d. No, no existe solución para este tipo de raíces.

Nombre: ______________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES

Potenciación y radicación. Propiedades

31. **Calculen las siguientes potencias.**

a. $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \boxed{\frac{1}{4}}$

b. $\left(-\frac{3}{4}\right)^1 = \boxed{\frac{-3}{4}}$

c. $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 = \boxed{\frac{-125}{8}}$

d. $(-0{,}4)^{-3} = \boxed{\frac{-125}{8}}$

e. $\left(\frac{4}{7}\right)^0 = \boxed{\frac{1}{\ }}$

f. $(-1{,}5)^4 = \boxed{\frac{81}{16}}$

g. $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} = \boxed{\frac{9}{25}}$

h. $(-0{,}125)^{-3} = \boxed{\frac{-512}{\ }}$

i. $\left(\frac{7}{4}\right)^3 = \boxed{\frac{343}{64}}$

32. **Calculen, si es posible, las siguientes raíces.**

a. $\sqrt[3]{-\frac{1}{64}} = \boxed{\frac{-1}{4}}$

b. $\sqrt{-\frac{81}{25}} = \boxed{\frac{\ }{\ }}$ No tiene solución.

c. $\sqrt[3]{-\frac{64}{27}} = \boxed{\frac{-4}{3}}$

d. $\sqrt[4]{-\frac{16}{81}} = \boxed{\frac{\ }{\ }}$ No tiene solución.

e. $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = \boxed{\frac{-1}{2}}$

f. $\sqrt{1{,}69} = \boxed{\frac{13}{10}}$

g. $\sqrt[3]{-\frac{512}{125}} = \boxed{\frac{-8}{5}}$

h. $\sqrt[4]{\frac{625}{256}} = \boxed{\frac{5}{4}}$

i. $\sqrt[3]{\frac{343}{729}} = \boxed{\frac{7}{9}}$

33. **Completen los casilleros para que se verifiquen las igualdades.**

a. $\left(\frac{\boxed{5}}{11}\right)^{-1} = -\frac{11}{5}$

b. $\left(\frac{8}{\boxed{9}}\right)^{-1} = \frac{9}{8}$

c. $\left(-\frac{3}{2}\right)^{\boxed{3}} = -\frac{27}{8}$

d. $\left(-\frac{6}{5}\right)^{\boxed{-2}} = \frac{25}{36}$

e. $\left(-\frac{4}{9}\right)^{\boxed{0}} = 1$

f. $\sqrt[\boxed{4}]{\frac{1}{625}} = \frac{1}{5}$

g. $\sqrt[\boxed{7}]{\frac{1}{128}} = \frac{1}{2}$

h. $\sqrt[3]{-\frac{\boxed{729}}{64}} = -\frac{9}{4}$

i. $\sqrt[5]{-\frac{243}{\boxed{32}}} = -\frac{3}{2}$

34. **Resuelvan aplicando las propiedades de la potenciación, cuando sea posible.**

a. $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{729}$

b. $\left(-\frac{2}{5}\right)^5 : \left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{4}{25}$

c. $\left(-\frac{8}{3}\right)^4 : \left(-\frac{8}{3}\right)^3 = -\frac{8}{3}$

d. $\left(-\frac{5}{3}\right)^4 + \left(-\frac{5}{3}\right)^5 = -\frac{1\,250}{243}$

e. $\left(-\frac{1}{4}\right)^3 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{5}{64}$

f. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^2 = \frac{1}{16}$

g. $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-3} = \frac{64}{729}$

h. $\left(-\frac{1}{6}\right)^5 : \left(-\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} = -\frac{1}{6}$

i. $\left(\frac{2}{5}\right)^3 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{56}{625}$

j. $\left(-\frac{4}{3}\right)^7 : \left(-\frac{4}{3}\right)^5 - \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} = 0$

35. **Resuelvan aplicando propiedades de la radicación, cuando sea posible.**

a. $\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$

b. $\sqrt[3]{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{-\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

c. $\left(\sqrt[10]{\frac{1}{81}}\right)^5 = \frac{1}{9}$

d. $\sqrt[5]{\frac{81}{16}} : \sqrt[5]{-\frac{2}{3}} = -\frac{3}{2}$

e. $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{4\,096}}} = \frac{1}{4}$

f. $\sqrt{-\frac{3}{5}} + \sqrt{-\frac{5}{3}} =$ No tiene solución.

Operaciones combinadas II

INFOACTIVA

Para **resolver un cálculo combinando las seis operaciones**, se debe tener en cuenta el orden de resolución de las operaciones, que es el mismo que para resolver los cálculos combinados con números enteros.

$$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} : \frac{3}{4} + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{5}{12} \cdot \frac{24}{30} =$$

1. Se separa en términos.

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} + \frac{16}{9} - \frac{5}{12} \cdot \frac{24}{30} =$$

2. Se resuelven las potencias y las raíces.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} + \frac{16}{9} - \frac{1}{3} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{16}{9} - \frac{1}{3} =$$

3. Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones.

$$\frac{6}{9} + \frac{16}{9} - \frac{3}{9} = \frac{19}{9}$$

4. Se resuelven las sumas y las restas.

En caso de que haya paréntesis y corchetes, se resuelven primero los cálculos que ellos encierran respetando la jerarquía de las operaciones.

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{7}{6} - \left(1 - \frac{1}{3}\right)^4 + \frac{11}{54}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

1. Se separa en términos dentro de los corchetes.

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{7}{6} - \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \frac{11}{54}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

2. Se resuelve el paréntesis.

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{7}{6} - \frac{16}{81} + \frac{11}{54}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

3. Se resuelve la potencia.

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{189 - 32 + 33}{162}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \frac{95}{81} \cdot \frac{5}{3} =$$

4. Se resuelven las sumas y las restas.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{81}{95} \cdot \frac{5}{3} = \frac{9}{19}$$

5. Se resuelven las operaciones según su jerarquía.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que en una operación combinada con potencias y raíces se resuelve en primer lugar las multiplicaciones y divisiones?

b. ¿A qué es igual $-\sqrt[3]{1 - \frac{19}{27}}$?

c. En el cálculo $\sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{512}} - \left(-\frac{5}{2} + \frac{7}{2}\right)^3$, ¿están bien separados los términos?

a. No, siempre en primer lugar debemos resolver las potencias y raíces. **b.** $-\frac{2}{3}$. **c.** Sí.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

ACTIVIDADES
Operaciones combinadas II

36. **Resuelvan las siguientes operaciones.**

a. $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \sqrt[4]{\frac{1}{256}} + \sqrt[3]{-\frac{8}{64}} + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{79}{54}$

b. $\left(-\frac{5}{12}\right) \cdot \frac{24}{15} - \left(-\frac{13}{6}\right) + \left(-\frac{2}{9}\right)^{-2} = \frac{87}{4}$

c. $-\frac{1}{4} : \frac{1}{5} + 0,\overset{\frown}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2} = -\frac{325}{36}$

d. $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} - \left(-\frac{8}{9}\right) \cdot \left(-\frac{27}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) : 2,\overset{\frown}{3} = -\frac{177}{14}$

37. **Encuentren el valor de cada expresión.**

a. $(\sqrt{a+b} \,.\, c : d)^2 =$ siendo: $a = 3$; $b = -\frac{3}{4}$; $c = \frac{2}{7}$, $d = -\frac{5}{14}$

$\frac{36}{25}$

b. $(m^3 - n^2) : p =$ siendo: $m = -\frac{1}{3}$; $n = \frac{1}{2}$; $p = -\frac{1}{4}$

$\frac{31}{27}$

38. **Separen en términos y resuelvan.**

a. $\left(-\frac{4}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} + \sqrt[3]{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) - 1} = -\frac{55}{54}$

b. $\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} - 0,5 = \frac{1}{4}$

c. $\sqrt[3]{1 - \frac{7}{8}} - \left(-\frac{2}{5} + \frac{1}{10}\right)^{-1} + 0,3 = \frac{62}{15}$

d. $-\left(\frac{8}{5} - \frac{6}{15}\right) - \sqrt[5]{1 - \frac{31}{32}} + \left(-\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{13}{50}$

e. $-\left(\frac{14}{42}\right)^{-1} + \left(-\frac{3}{7} + \frac{10}{14}\right)^2 - \sqrt[4]{\frac{625}{2\,401}} - (-7)^{-1} = -\frac{171}{49}$

39. **Planteen el cálculo y resuelvan.**

a. El cuadrado de menos un cuarto aumentado en la tercera parte del opuesto de dos tercios.

$-\frac{23}{144}$

b. El producto entre diecisiete medios y la raíz cuadrada de la suma entre un tercio y el opuesto de menos trece novenos.

$\frac{34}{3}$

c. El cociente entre la raíz cúbica del opuesto de un octavo y el cuadrado de menos cuatro quintos.

$-\frac{25}{32}$

d. La décima parte del cuadrado de la suma entre el opuesto de un cuarto y un octavo.

$\frac{1}{640}$

e. La suma entre la raíz cúbica del cuadrado de menos un octavo y el cuadrado de menos dos séptimos.

$\frac{65}{196}$

Ecuaciones

INFOACTIVA

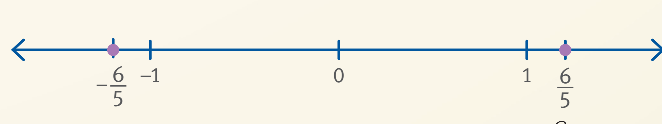
Para resolver **ecuaciones** en el conjunto de los números racionales, se aplican las mismas propiedades que para los números enteros.

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4}x$$
$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}$$
$$\frac{1}{4}x = -\frac{1}{5}$$
$$x = -\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$$
$$x = -\frac{1}{5} \cdot 4$$
$$x = -\frac{4}{5}$$

$$-\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3}x + \frac{3}{4}$$
$$-\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}x - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{3}x + \frac{3}{4}$$
$$-\frac{1}{6}x - 1 = \frac{1}{3}x + \frac{3}{4}$$
$$-\frac{1}{6}x - \frac{1}{3}x = \frac{3}{4} + 1$$
$$-\frac{1}{6}x - \frac{2}{6}x = \frac{3}{4} + \frac{4}{4}$$
$$-\frac{1}{2}x = \frac{7}{4}$$
$$x = \frac{7}{4} : \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$x = \frac{7}{4} \cdot (-2)$$
$$x = -\frac{7}{2}$$

En las ecuaciones en las cuales la incógnita está afectada por un exponente par, se deben considerar las dos soluciones que tiene la ecuación. ✽

$$x^2 = \frac{36}{25}$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{36}{25}}$$
$$|x| = \frac{6}{5}$$
$$x = \frac{6}{5} \text{ o } x = -\frac{6}{5}$$



Existen dos números cuya distancia al cero es $\frac{6}{5}$.

En la página 51 pueden repasar los procedimientos para resolver ecuaciones de este tipo.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. La ecuación $-\frac{2}{3} - \frac{4}{3}x = \frac{1}{2}$, ¿es equivalente a $-2x = \frac{1}{2}$?

b. ¿Es correcto el siguiente despeje? $-\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2} \longrightarrow x = -\frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{2}\right)$

c. En la ecuación $x^2 - \frac{4}{3} = \frac{9}{16}$, ¿es correcto despejar en primer lugar la potencia y en segundo lugar el $-\frac{4}{3}$?

d. Una ecuación, ¿puede tener dos soluciones?

a. No, porque no tiene la misma solución. **b.** Sí, se cambia la operación, no el signo del número. **c.** No, en primer lugar se debe despejar el $-\frac{4}{3}$. **d.** Sí, cuando la incógnita está elevada a una potencia par.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

40. **Resuelvan las siguientes ecuaciones y verifiquen el resultado obtenido.**

a. $\frac{1}{3}x + \frac{3}{2} = -2 - \left(-\frac{1}{3}\right)$

$x = -\frac{19}{2}$

b. $\frac{2}{9} - \frac{1}{9}x = \frac{8}{9} - \frac{5}{6}$

$x = \frac{3}{2}$

c. $\frac{3}{4} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}x + \frac{5}{6}$

$x = -\frac{6}{7}$

d. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{5}{8}x$

$x = \frac{4}{3}$

e. $\frac{2}{5}x - \frac{1}{15} = \frac{3}{10}x + \frac{4}{5}$

$x = \frac{26}{3}$

f. $\frac{5}{12} + \frac{3}{2}x = -\frac{8}{3}x - \frac{5}{3}$

$x = -\frac{1}{2}$

g. $(0,\widehat{4}) + \frac{1}{2}x - (-0,\widehat{2}) = -\frac{1}{6}x - 1$

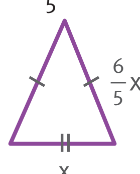
$x = -\frac{5}{2}$

h. $4x \cdot (\frac{1}{2} - 1) = \frac{1}{3}x + \frac{14}{5}$

$x = -\frac{6}{5}$

41. **Planteen la ecuación y resuélvanla. Luego, encuentren la longitud de cada lado.**

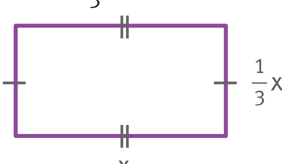
a. Perímetro $= \frac{51}{5}$ cm



$x = 3$ cm

Lados: 3 cm, $\frac{18}{5}$ cm, $\frac{18}{5}$ cm.

b. Perímetro $= \frac{16}{3}$ cm



$x = 2$ cm

Base = 2 cm; altura = $\frac{2}{3}$ cm.

42. **Resuelvan las siguientes ecuaciones. Verifiquen el conjunto solución.**

a. $\sqrt{\frac{1}{3}x - 1} = \frac{2}{3}$

$x = \frac{13}{3}$

b. $\frac{7}{2}x + \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} = -\frac{3}{8}$

$x = -\frac{1}{28}$

c. $\sqrt{\frac{3}{10}x + \frac{8}{5}} = \frac{7}{10}$

$x = -\frac{37}{10}$

d. $\frac{1}{4}\sqrt{x} - 0,\widehat{2} = 0,\widehat{1}$

$x = \frac{16}{9}$

e. $9x^2 - \left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{67}{6} = -\frac{3}{2}$

$x = 1$ o -1

f. $\frac{5}{6}x^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{17}{10}$

$x = \frac{6}{5}$ o $-\frac{6}{5}$

43. Marquen con una X la ecuación que sirve para resolver la situación. Luego, resuélvanla.
La edad de Juan más sus dos quintas partes, es igual a la edad que tendrá dentro de seis años. ¿Cuántos años tiene Juan?

a. $J + \frac{2}{5} = 6$ ☐ **b.** $J + \frac{2}{5}J = J + 6$ ☒ **c.** $J + \frac{2}{5} = J + 6$ ☐

Juan tiene 15 años.

44. Planteen la ecuación y resuelvan.

a. En la biblioteca de la escuela, la tercera parte de los libros son de literatura, la mitad del resto son de ciencias y 50 libros son de inglés. ¿Cuántos libros hay en total en la biblioteca?

150 libros.

b. Una persona gasta la cuarta parte de su sueldo en impuestos y la tercera parte de lo que le sobra en el supermercado. Si aún le quedan $1 000, ¿cuál es el sueldo de esta persona? ¿Cuánto gasta en impuestos?

Sueldo: $2 000. Impuestos: $500.

c. En una pecera hay peces de tres colores. La quinta parte son azules, las tres octavas partes del resto son verdes y hay 15 peces blancos. ¿Cuántos peces de cada color hay?

6 azules, 9 verdes y 15 blancos.

45. Traduzcan al lenguaje coloquial las siguientes ecuaciones.

a. $\frac{2}{3} \cdot (x - 2) = \frac{1}{7}$ ____________

b. $\frac{5}{3} - x^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ____________

c. $\frac{1}{2}x = -3 + x$ ____________

d. $\frac{1}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{5}x - 1$ ____________

Solución a cargo del alumno.

46. Resuelvan las siguientes ecuaciones aplicando la propiedad distributiva.

a. $\frac{3}{2} \cdot (x - 1) = \frac{2}{3}$

$x = \frac{13}{9}$

b. $\frac{5}{9}x - 2 = (x + 2) \cdot \left(-\frac{3}{9}\right)$

$x = \frac{3}{2}$

c. $-\frac{7}{10} + \frac{1}{4}x = \left(3x - \frac{6}{5}\right) : \frac{9}{2}$

$x = -\frac{26}{25}$

d. $(x - 3) : \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{3}{2} \cdot \left(x + \frac{1}{6}\right)$

$x = \frac{41}{20}$

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____



47. Rodeen con color el valor que verifica la ecuación.

a. $\frac{15}{4}x - \frac{3}{2} = \frac{3}{5}$	$-\frac{14}{25}$	**$\frac{14}{25}$** (rodeado)	$\frac{25}{14}$	$\frac{63}{8}$
b. $-\frac{3}{8}x \cdot (2x - 1) = \sqrt[3]{-\frac{1}{64}}$	$-\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	**$\frac{5}{6}$** (rodeado)	$-\frac{15}{32}$
c. $\frac{3}{10} - \frac{7}{4}x = \left(-\frac{2}{5}\right)^2$	$\frac{161}{100}$	$-\frac{497}{100}$	$\frac{497}{100}$	**$\frac{2}{25}$** (rodeado)
d. $-\frac{12}{5}x + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{3}{5}x - \frac{1}{4}$	**$\frac{17}{54}$** (rodeado)	$\frac{37}{18}$	$\frac{17}{6}$	$-\frac{14}{54}$

48. Planteen la ecuación y resuelvan.

a. El área de un cuadrado es de 0,49 cm^2. ¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado?

Lado: $\frac{7}{10}$ cm = 0,7cm

b. El área de un rectángulo es de 1,46 cm^2. Si la base mide 0,2 cm, ¿cuál es la longitud de la altura?

La altura tiene una longitud de $\frac{73}{10}$ cm (7,3 cm).

49. Inventen un enunciado para cada una de las siguientes ecuaciones. Luego, resuélvanlas.

a. $10 - \frac{1}{2}x = 35$

Solución a cargo de los alumnos.

b. $9 + \frac{3}{2} = -\frac{1}{3}x$

Solución a cargo de los alumnos.

50. Expresen como fracción y resuelvan.

a. $(0,\widehat{2} + 0,\widehat{5}x) \cdot (-1,\widehat{2}) = 0,\widehat{3}x$

$x = \frac{11}{14}$

b. $1,2 + 3,2x = -3,4x - 0,8$

$x = -\frac{10}{33}$

c. $-2,4 - 8,1x = 3,2 - 5,3x$

$x = -2$

d. $3,2x - 2,5 = (-0,5)^2$

$x = \frac{55}{64}$

e. $\sqrt{1,69} - 0,2 = 2,2x$

$x = \frac{1}{2}$

f. $-1,52x - 3,5 = (-0,3)^2 - 2,3$

$x = -\frac{129}{152}$

mente ACTIVA

La altura de un rectángulo mide 11,25 cm menos que la base. Si el perímetro de la figura es de $\frac{95}{2}$ cm, ¿cuál es la medida de la base? ¿Y de la altura?

Base: $\frac{70}{4}$ cm = 17,5 cm. Altura: $\frac{25}{4}$ cm = 6,25 cm.

INTEGRACIÓN

51. **Calculen las siguientes potencias y raíces, siempre que sea posible.**

a. $\left(-\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{81}{16}$

b. $\left(-\frac{15}{10}\right)^3 = -\frac{3\,375}{1\,000}$

c. $\left(-\frac{7}{12}\right)^1 = -\frac{7}{12}$

d. $\left(-\frac{8}{3}\right)^{-4} = \frac{81}{4\,096}$

e. $\sqrt[3]{-\frac{512}{27}} = -\frac{8}{3}$

f. $\sqrt{-\frac{1}{100}} =$ No tiene solución.

g. $\sqrt[4]{-\frac{36}{25}} =$ No tiene solución.

h. $\sqrt[5]{-\frac{32}{243}} = \frac{2}{3}$

52. **Completen para que se verifiquen las igualdades.**

a. $\left(-\frac{3}{2}\right)^{\boxed{-3}} = -\frac{8}{27}$

b. $\sqrt[\boxed{3}]{-\frac{125}{27}} = -\frac{5}{3}$

c. $\left(-\frac{9}{15}\right)^{\boxed{-1}} = -\frac{15}{9}$

d. $\sqrt[5]{\boxed{\frac{32}{243}}} = \frac{2}{3}$

53. **Escriban V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda.**

a. $\sqrt{1 - \frac{9}{16}} = 1 - \sqrt{\frac{9}{16}}$ F

b. $\sqrt[3]{\left(-\frac{1}{64}\right) \cdot \frac{8}{27}} = \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ V

c. $\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{9}}$ V

d. $\sqrt{4 + \frac{16}{9}} = \sqrt{4} + \sqrt{\frac{16}{9}}$ F

54. **Escriban el cálculo y resuelvan.**

a. El cuadrado de la suma entre el opuesto de menos cinco tercios y un décimo.

b. La diferencia entre el cuadrado de menos un noveno y la raíz cúbica del producto entre menos un octavo y sesenta y cuatro veintisieteavos.

c. El producto entre el cubo de la suma entre menos un medio y menos un tercio, y el cuadrado de menos dos séptimos.

a. $\frac{2\,809}{900}$ b. $\frac{55}{81}$ c. $-\frac{125}{2\,646}$

55. **Resuelvan los cálculos aplicando las propiedades, cuando sea posible.**

a. $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^3 : \left(-\frac{1}{4}\right)^5 = 1$

b. $\left(-\frac{9}{8}\right)^6 \cdot \left(-\frac{9}{8}\right) : \left(-\frac{9}{8}\right)^8 = -\frac{8}{9}$

c. $\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^2\right]^{-2} = \frac{625}{81}$

d. $\left[\left(-\frac{5}{4}\right)^5\right]^1 = -\frac{3\,125}{1\,024}$

e. $\left(-\frac{2}{9} + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{529}{324}$

f. $\left[\left(-\frac{8}{5}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{8}{5}\right)^2\right]^{-2} = \frac{25}{64}$

g. $\sqrt[5]{\left(-\frac{3}{4}\right)^{10}} = \frac{9}{16}$

h. $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^{10}} = \frac{32}{243}$

56. **Separen en términos y resuelvan.**

a. $\left(-\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) + \sqrt[3]{-\frac{8}{1\,000}} = -\frac{47}{60}$

b. $\left(-\frac{8}{5} + \frac{1}{5}\right) - \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} - \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = -\frac{319}{100}$

c. $\left(-\frac{3}{7} + \frac{1}{14}\right)^2 - \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{21}{2}\right) + \left(-\frac{15}{4}\right) = -\frac{251}{49}$

d. $\left(-\frac{1}{6}\right)^2 - \sqrt[4]{\frac{81}{16}} - \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{20}{9}$

e. $\left(-\frac{7}{4} + \frac{5}{4}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(-\frac{3}{5} + \frac{1}{4}\right)^{-1} = -\frac{173}{14}$

f. $-\frac{12}{5} - \left[\left(-\frac{8}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)\right] : \left(-\frac{15}{4}\right) = -\frac{11}{15}$

g. $-\frac{24}{13} : \frac{12}{26} + \left[\left(-\frac{3}{14} + \frac{4}{7}\right) \cdot \frac{14}{3}\right] - \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{1}{6}$

57. **Coloquen corchetes para que se verifiquen las igualdades.**

a. $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2\right] + \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1} = -\frac{31}{48}$

b. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 - \left[\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2\right] + \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1} = -\frac{31}{48}$

c. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 - \left[\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}\right] = \frac{97}{48}$

d. $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)\right] \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1} = -\frac{205}{192}$

Nombre: ____________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

58. Unan con flechas cada ecuación con su solución.

a. $\frac{2}{5}x + 1 = \frac{9}{2}$ • $x = -1$

b. $\frac{5}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2}x - \frac{4}{3}$ • $x = \frac{15}{16}$

c. $\frac{7}{2} + \frac{3}{5}x + \frac{1}{2} = \frac{8}{10}x - \frac{1}{8}$ • $x = \frac{35}{4}$

d. $-\frac{7}{15} \cdot (x - 1) = \frac{1}{15}x - \frac{1}{30}$ • $x = \frac{165}{8}$

e. $-\frac{2}{5} \cdot (x - 2) = \frac{3}{4} \cdot (x + 1)$ • $x = \frac{1}{23}$

59. Resuelvan las siguientes ecuaciones.

a. $\frac{2}{9}x + 1 = \frac{3}{5}$ $x = -\frac{9}{5}$

b. $\frac{7}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{9}x + \frac{7}{4}$ $x = \frac{81}{55}$

c. $\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}x = \frac{5}{9}x$ $x = \frac{27}{64}$

d. $-\frac{8}{7} \cdot (x - 3) = \frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}$ $x = \frac{107}{32}$

60. Marquen con una X el cálculo que corresponde a la situación. Luego, resuélvanla.

Martina está armando un rompecabezas. El lunes colocó la octava parte de las fichas; el martes, la mitad de las fichas; el miércoles, la mitad de la cantidad que colocó el primer día; el jueves, la tercera parte de lo que le quedaba y el viernes, las últimas 250 fichas. ¿Cuántas fichas tiene el rompecabezas? ¿Cuántas colocó cada día?

a. $\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)x + 250 = x$

b. $\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}x + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{16}x + 250 = x$ X

c. $\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}x + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{16}x = 250$

d. $\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}x + \frac{1}{3}x + 250 = x$

Tiene en total 1 200 fichas. Lunes: 150 fichas, martes: 600 fichas, miércoles: 75 fichas, jueves: 125 fichas.

61. Encuentren el error que cometió Yamila al resolver la siguiente ecuación. Luego, resuélvanla en forma correcta.

$$-\frac{1}{3}x + \frac{7}{3} = \frac{2}{5}x + \frac{1}{6}$$
$$-\frac{1}{3}x - \frac{2}{5}x = \frac{1}{6} - \frac{7}{3}$$
$$-\frac{11}{15}x = -\frac{13}{6}$$
$$x = -\frac{13}{6} : \frac{11}{15}$$
$$x = \frac{65}{22} \quad x = -\frac{65}{22}$$

Al despejar $-\frac{11}{15}$, hay que dividir por $-\frac{11}{15}$.

62. Planteen y resuelvan.

a. La sexta parte de un número es igual a la mitad del número, disminuido en el cuadrado de menos un cuarto. ¿Cuál es ese número?

b. La mitad del cuadrado de menos un medio es igual a la tercera parte de un número, aumentada en un octavo. ¿Cuál es ese número?

c. La quinta parte de un número, aumentada en dos es igual a la mitad de dicho número, disminuido en un medio. ¿Cuál es el número?

d. La diferencia entre el cuadrado de un número y tres octavos es igual a la mitad de diecinueve octavos. ¿Cuál es el número?

e. La raíz cuadrada de la suma entre la cuarta parte de un número y un tercio es igual al opuesto de un medio, aumentado en tres. ¿Cuál es el número?

a. $\frac{3}{16}$ b. 0 c. $\frac{25}{3}$ d. $-\frac{5}{4}$ o $\frac{5}{4}$ e. $\frac{71}{3}$

63. Expresen en lenguaje coloquial los siguientes cálculos.

a. $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 =$

b. $\left(-\frac{9}{2} + \frac{7}{2}\right)^2 =$

c. $\left(-\frac{1}{7} + \frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{2}{7}\right) =$

d. $\sqrt{\frac{5}{4} : \frac{16}{125}} =$

e. $\sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{16}{64}\right)} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$

Solución a cargo del alumno.

64. Resuelvan planteando la ecuación correspondiente.

a. Se realizó una encuesta a los profesores de la escuela. La cuarta parte de ellos llega a la escuela caminando, la mitad llega en auto, la tercera parte del resto lo hace en colectivo y los 20 restantes, en subte. ¿Cuántos profesores hay en la escuela? ¿Cuántos llegan en colectivo?

b. Un ciclista recorre cada día una distancia igual a dos tercios de lo recorrido el día anterior. Si en tres días recorrió 76 km, ¿cuántos km recorrió el segundo día? ¿Y el tercer día?

c. Ana fue al supermercado y compró una botella de aceite a $14,50 y dos gaseosas. Si pagó con $100 y recibió $68,50 de vuelto, ¿cuánto costó cada gaseosa?

a. 120 profesores. 10 profesores. b. 24 km; 16 km. c. $8,50



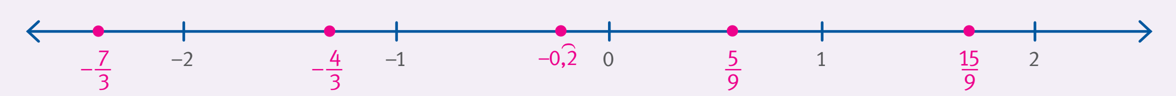
65. Resuelvan.

a. Ordenen de mayor a menor los siguientes números racionales.

$-0,\overset{\frown}{2};\ \frac{5}{9};\ -\frac{4}{3};\ \frac{15}{9};\ -\frac{7}{3};\ -\frac{5}{18}$

$\frac{15}{9};\ \frac{5}{9};\ -0,\overset{\frown}{2};\ -\frac{5}{18};\ -\frac{4}{3};\ -\frac{7}{3}$

b. Representen en la recta numérica los números del punto *a*.



66. Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $\left(-\frac{10}{9}+\frac{2}{7}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{26}{21}$

b. $\left(-\frac{5}{4}-\frac{11}{3}\right):\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{59}{3}$

c. $\left(-\frac{18}{13}-\frac{4}{13}\right)\cdot\left(-\frac{26}{3}\right)=\frac{44}{3}$

d. $\left(\frac{25}{4}-\frac{30}{7}\right):\left(\frac{1}{7}\cdot\frac{3}{4}\right)=\frac{55}{3}$

67. Separen en términos y resuelvan.

a. $\sqrt[3]{1-\frac{37}{64}}-\left(-\frac{1}{2}+\frac{5}{6}\right)^2+\left(-\frac{8}{3}\right)^{-1}=\frac{19}{72}$

b. $-\frac{19}{2}+\frac{30}{4}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}=-\frac{45}{4}$

68. Planteen la ecuación y resuelvan.

a. El perímetro de un cuadrado es $\frac{9}{2}$ cm. ¿Cuánto mide cada lado?

$\frac{9}{8}$ cm

b. La sexta parte de los alumnos de 2.° "A" practican fútbol; la cuarta parte del resto, vóley y 15 juegan al rugby. ¿Cuántos alumnos practican cada deporte?

Fútbol: 4 alumnos, vóley: 5 alumnos, rugby: 15 alumnos.

69. Hallen el valor de *x* en cada caso.

a. $\frac{8}{5}x-\frac{3}{2}=\frac{4}{3}-\frac{1}{6}x$

$x=\frac{85}{53}$

b. $\frac{5}{3}\cdot(x-1)=\frac{2}{3}x+\frac{7}{2}$

$x=\frac{31}{6}$

CAPÍTULO

5

Funciones

Contenidos

¡OFERTAS!

$19.-

$22.-

$25.-

¡OFERTAS!

¡Oferta! Jabón en polvo "Mik", compre 3 y pague 2.

¡Oferta! Jabón en polvo "M", la segunda unidad a mitad de precio.

Situación inicial de aprendizaje

1. Observen la imagen y resuelvan.

a. Supongamos que el precio de los paquetes de jabón en polvo que están en oferta es el mismo; por ejemplo, $20. Si una persona quiere llevar 6 unidades, ¿qué oferta le conviene comprar? ¿Por qué?

b. Modifiquen la cantidad de unidades del ítem anterior para que sea conveniente la oferta que no eligieron.

c. Laura necesita comprar una cierta cantidad de jabón en polvo. Dice que cualquiera de las dos ofertas le sirve, ya que pagará el mismo importe. ¿Cuántas unidades necesita Laura?

d. Comparen las respuestas con las de sus compañeros.

a. Le conviene la oferta del jabón en polvo "Super" porque le cuesta $80 y la del jabón en polvo "Mix" cuesta $90. **b.** Si la persona quiere llevar 2 unidades, conviene la oferta del jabón "Mix" porque cuesta $30 mientras que la del jabón en polvo "Súper" cuesta $40. **c.** Puede necesitar 1, 4, 5 u 8.

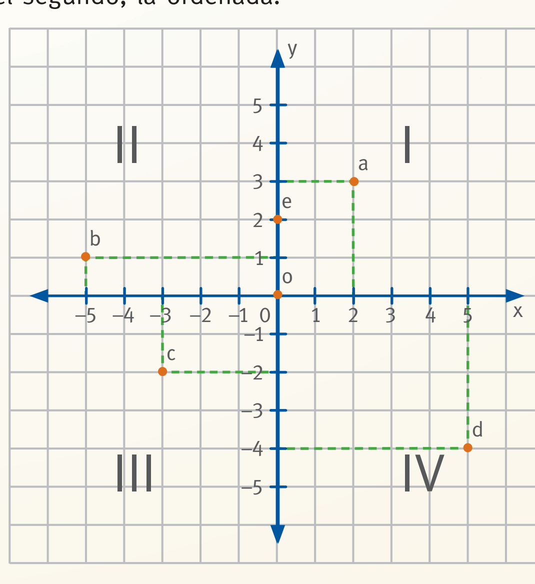
Representación de puntos en el plano

INFOACTIVA

Para ubicar puntos en el plano, se puede utilizar un sistema de ejes cartesianos.

Los **ejes cartesianos** son dos rectas perpendiculares que se intersecan en un punto denominado **origen de coordenadas**. La recta horizontal recibe el nombre de **eje de las abscisas** (eje *x*), y la recta vertical, **eje de las ordenadas** (eje *y*).

Cada **punto** queda determinado por un **par ordenado** donde el primer valor representa la abscisa y el segundo, la ordenada.



o = (0;0) ⟵ es el origen de coordenadas.
a = (2;3)
b = (–5;1)
c = (–3;–2)
d = (5;–4)
e = (0;2)



Cuadrantes

Cuando se trazan los ejes cartesianos, el plano queda dividido en 4 cuadrantes. El primer cuadrante es el que tiene **abscisa** y **ordenada positiva**. Los cuadrantes se numeran en sentido antihorario (contrario a las agujas del reloj).

En el ejemplo anterior:

a pertenece al primer cuadrante (I).
b pertenece al segundo cuadrante (II).
c pertenece al tercer cuadrante (III).
d pertenece al cuarto cuadrante (IV).

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cómo se lo llama al eje horizontal? ¿Con qué letra se lo simboliza?

b. ¿Cómo se lo llama al eje vertical? ¿Con qué letra se lo simboliza?

c. Los puntos *a* = *(1;2)* y *b* = *(2;1)*, ¿coinciden?

d. ¿En qué cuadrante los valores de *x* e *y* son negativos?

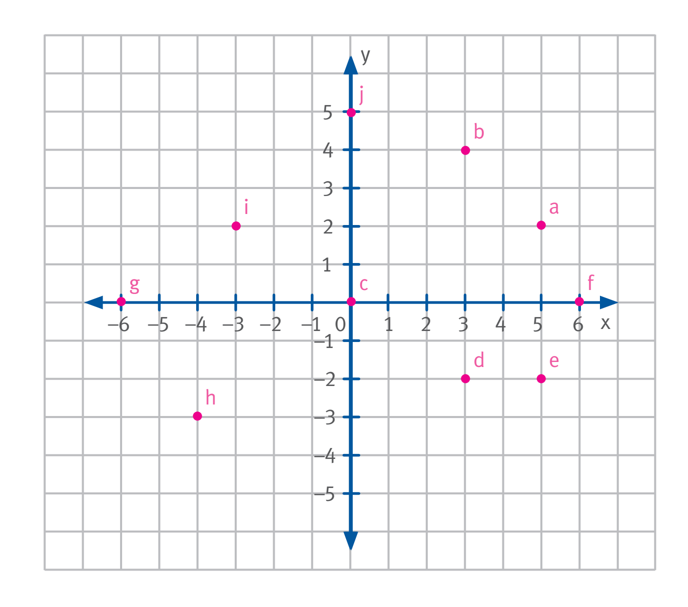
a. Se lo llama eje de abscisas y se lo simboliza con la letra *x*. **b.** Se lo llama eje de ordenadas y se lo simboliza con la letra *y*. **c.** No, porque tienen distintas coordenadas. **d.** En el tercer cuadrante (III).

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

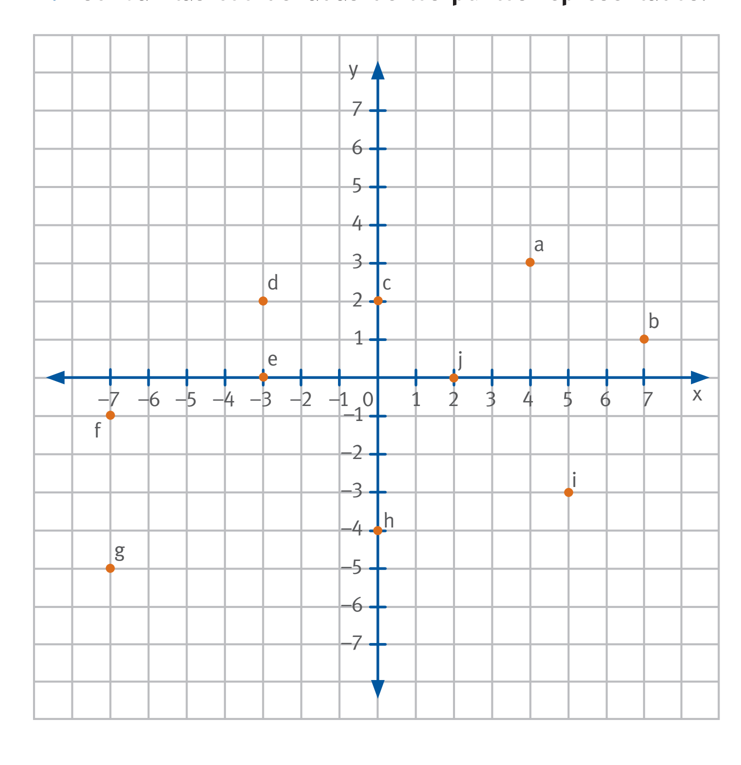
ACTIVIDADES
Representación de puntos en el plano

1. **Representen los siguientes puntos en un sistema de ejes cartesianos.**

a = (5;2)
b = (3;4)
c = (0;0)
d = (3;–2)
e = (5;–2)
f = (6;0)
g = (–6;0)
h = (–4;–3)
i = (–3;2)
j = (0;5)



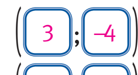
2. **Escriban las coordenadas de los puntos representados.**

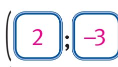


a = (4;3)
b = (7;1)
c = (0;2)
d = (–3;2)
e = (–3;0)
f = (–7;–1)
g = (–7;–5)
h = (0;–4)
i = (5;–3)
j = (2;0)

3. **Escriban ejemplos de acuerdo con cada condición.**

a. Dos puntos de abscisa positiva *y* ordenada negativa.
Hay infinitas soluciones. Por ejemplo,



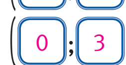


b. Dos puntos que se encuentren sobre el eje *x*.
Hay infinitas soluciones. Por ejemplo,

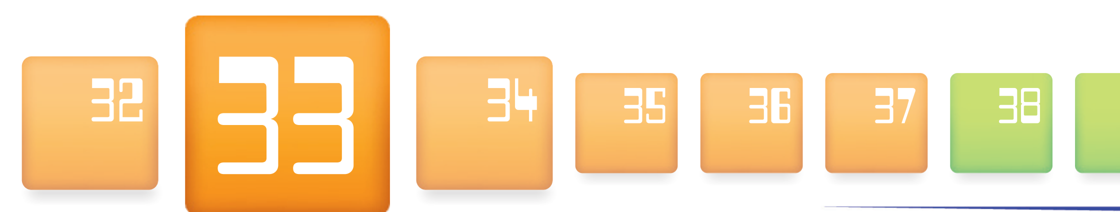




c. Dos puntos de abscisa nula y ordenada positiva.
Hay infinitas soluciones. Por ejemplo,





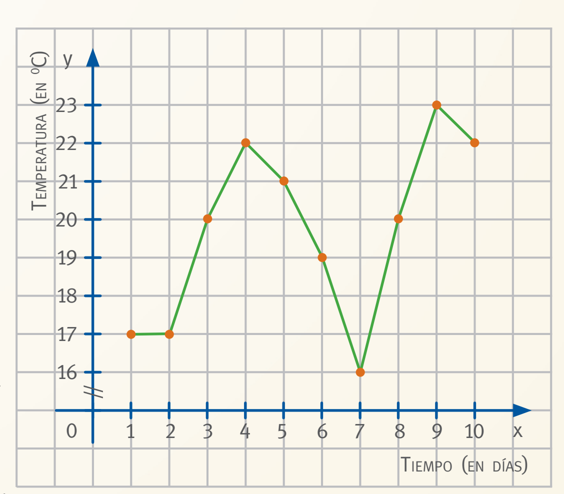


Interpretación de gráficos

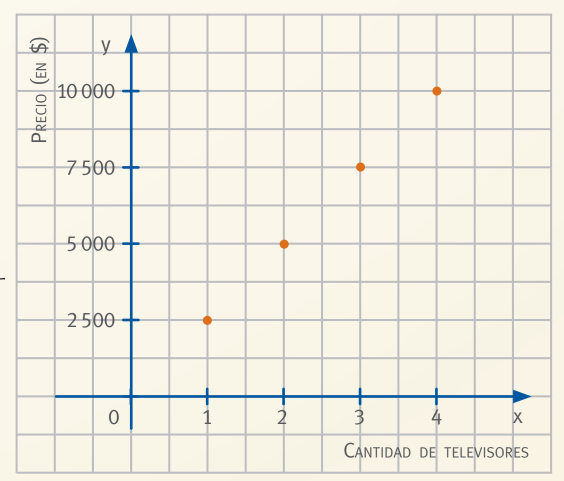
INFOACTIVA

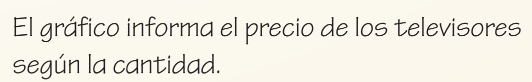
Para **interpretar un gráfico** se pueden tener en cuenta las siguientes preguntas.

a. ¿Qué información proporciona el gráfico?
El gráfico informa las temperaturas que se registraron durante los primeros diez días de un mes.
b. ¿Cuáles son las variables que se relacionan? ¿Cómo están expresadas?
Las variables que se relacionan son el tiempo (en días) y la temperatura (en °C). El tiempo es la variable independiente, y la temperatura, la variable dependiente.
c. ¿Cuáles son las variaciones que tiene el gráfico? ¿Qué significado tienen?
Por ejemplo, entre los días 2 y 4 la temperatura aumentó; entre los días 4 y 7 disminuyó. El primer día se mantuvo constante.



El gráfico informa el precio de los televisores según la cantidad.
Las variables que se relacionan son el precio (en $) y la cantidad de televisores.
El gráfico es de puntos aislados porque la cantidad de televisores es un número natural.
Para representar las cantidades en cada eje, se tomaron escalas distintas.





1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Si se quiere representar en un gráfico el área cultivada de soja en nuestro país en los últimos 5 años, ¿en qué eje hay que representar cada variable?

b. El gráfico que muestra el tiempo que tarda un avión en alcanzar cierta altura, ¿es de trazo continuo o de puntos aislados?

c. El gráfico que relaciona las ventas mensuales de una empresa de telefonía celular, ¿es de trazo continuo o de puntos aislados?

a. En eje x, tiempo (en años). En eje y, área cultivada. **b.** De trazo continuo. **c.** De puntos aislados.

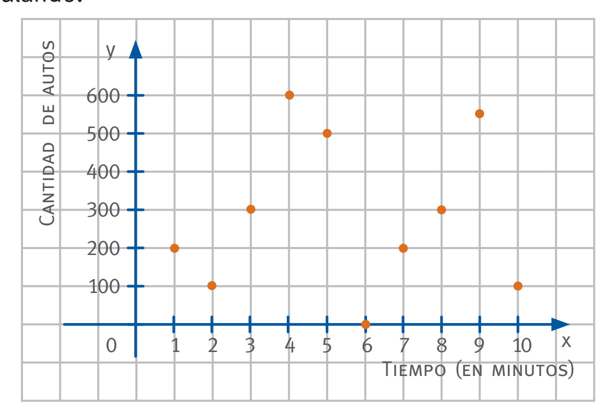
Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___



ACTIVIDADES
Interpretación de gráficos

4. Tengan en cuenta el gráfico y respondan.

Una empresa de autos realizó un estudio en las principales avenidas de la ciudad para averiguar la cantidad de vehículos de su marca que están circulando.



a. ¿Cuál es la variable dependiente? ¿Y la independiente? El tiempo. La cantidad de autos.

b. ¿En qué momento pasó la mayor cantidad de autos de la marca? En el minuto 4.

c. ¿Cuántos autos pasaron en total durante el estudio? 2 850 autos.



d. ¿En qué minutos se contó la misma cantidad de automóviles? minutos: 2 y 10; 3 y 8; 1 y 7.

e. ¿Cuántos automóviles pasaron en el minuto 4? ¿Y en el minuto 8? 600 y 300 automóviles, respectivamente.

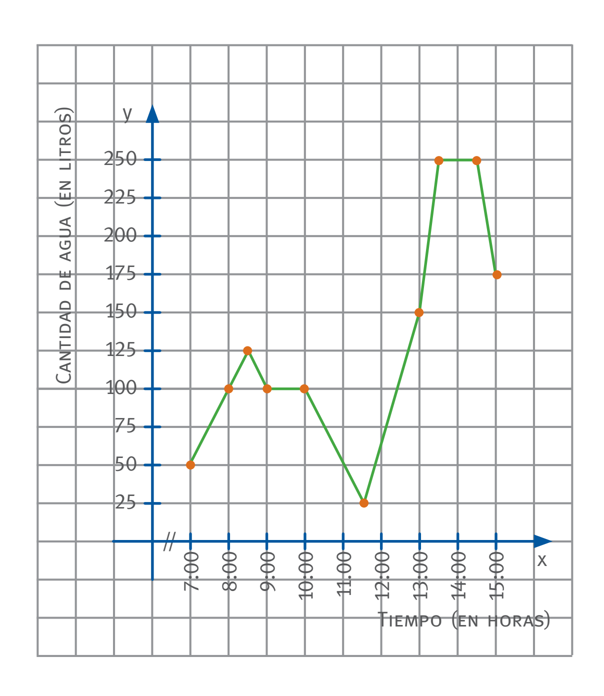
f. ¿En algún momento no pasó ningún auto? ¿Cuándo? Sí, en el minuto 6.

g. El gráfico es ¿de trazo continuo o de puntos aislados? ¿Por qué? De puntos aislados.

h. ¿Se usó la misma escala en los dos ejes? Expliquen la respuesta. No. En el eje *x* la escala aumenta de a 1 y en el eje *y*, de a 100.

5. Interpreten el gráfico y respondan.

El gráfico relaciona el tiempo con la cantidad de litros de agua que hay en el tanque de una casa.



a. ¿Cuáles son las variables? El tiempo y la cantidad de agua.

b. ¿Cuántos litros de agua había a las 8:30 h? ¿Y a las 11:30 h? 125 l. 25 l.

c. ¿A qué hora el tanque tenía 150 l? ¿Y 100 l? 13:00 h. 8:00 h y entre las 9:00 h y las 10:00 h.

d. ¿En algún momento se vació el tanque? No.

e. ¿Durante cuánto tiempo salió agua del tanque? 2 horas y media.

f. ¿Durante cuánto tiempo ingresó agua al tanque? 3 horas y media.

g. ¿En qué horarios la capacidad del tanque se mantuvo constante? Entre las 9:00 h y 10:00 h y entre 13:30 h y las 14:00 h.

Funciones: tablas y gráficos

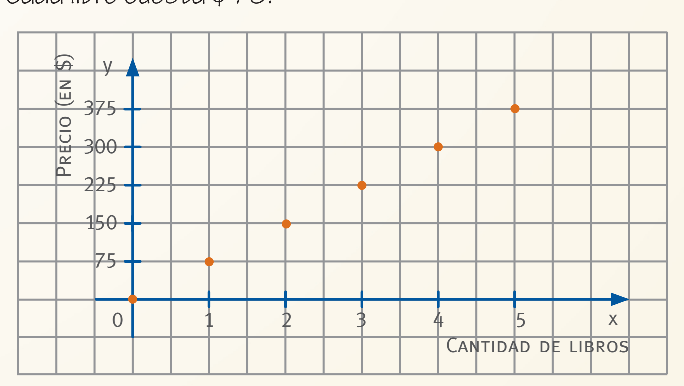
INFOACTIVA

Una **función** es una relación entre dos variables en la cual a cada valor de la primera le corresponde un único valor de la segunda.

En el siguiente ejemplo, se representa una función a través de un **gráfico** y una **tabla**.

Ignacio vende una colección de libros. Cada libro cuesta $75.

Cantidad de libros	Precio (en $)
0	0
1	75
2	150
3	225
4	300
5	375



- Para una determinada cantidad de libros (variable independiente) existe un único precio (variable dependiente).

Los distintos valores que puede tomar la variable independiente forman el **dominio** de la función.
Los distintos valores que toma la variable dependiente forman la **imagen** de la función.

En algunas funciones, la relación entre dos variables se puede expresar a través de una fórmula matemática. A partir del valor de una de las variables, se puede encontrar el valor de la otra.

En el ejemplo anterior, la relación entre la cantidad de libros y el precio se puede expresar con la fórmula $y = 75x$, donde x es la cantidad de libros e y es el precio a pagar.

Rodrigo compró 3 libros.

$y = 75 . x$

$x = 3 \mapsto y = 75 . 3$

$y = 225$

Debe pagar $225.

Laura pagó $375.

$y = 75 . x$

$y = 375 \mapsto 375 = 75 . x$

$375 : 75 = x$

$5 = x$ *Compró 5 libros.*

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Qué es una función?

b. ¿Qué es el dominio de una función?

c. ¿Qué es la imagen de una función?

d. Si la fórmula de una función es $y = 4x$, ¿cuál es el valor de y para $x = 4$?

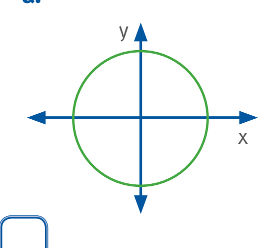
a. Es una relación entre dos variables en la cual a cada valor de una de ellas le corresponde siempre un único valor de la otra. **b.** Es el conjunto de todos los posibles valores que puede tomar la variable independiente. **c.** Es el conjunto de todos los valores que puede tomar la variable dependiente. **d.** $y = 16$.

Nombre: ____________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

Funciones: tablas y gráficos

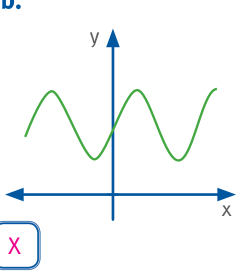
6. Marquen con una X los gráficos que representan una función. Expliquen por qué, los que no han marcado, no son funciones.

a.



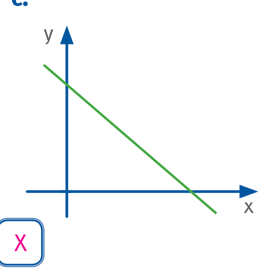
☐

b.



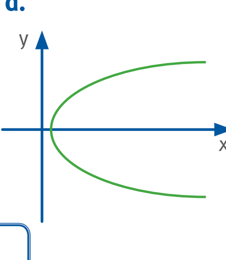
X

c.



X

d.



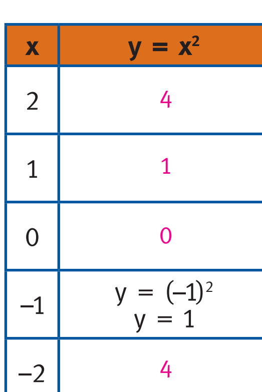
☐

7. Completen las tablas. Luego, escriban debajo de cada gráfico la función que corresponde.

a.

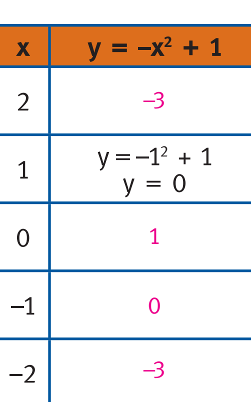
x	$y = 2x$
2	4
1	2
0	0
–1	–2
–2	$y = 2 . (-2)$ $y = -4$

b.



x	$y = x^2$
2	4
1	1
0	0
–1	$y = (-1)^2$ $y = 1$
–2	4

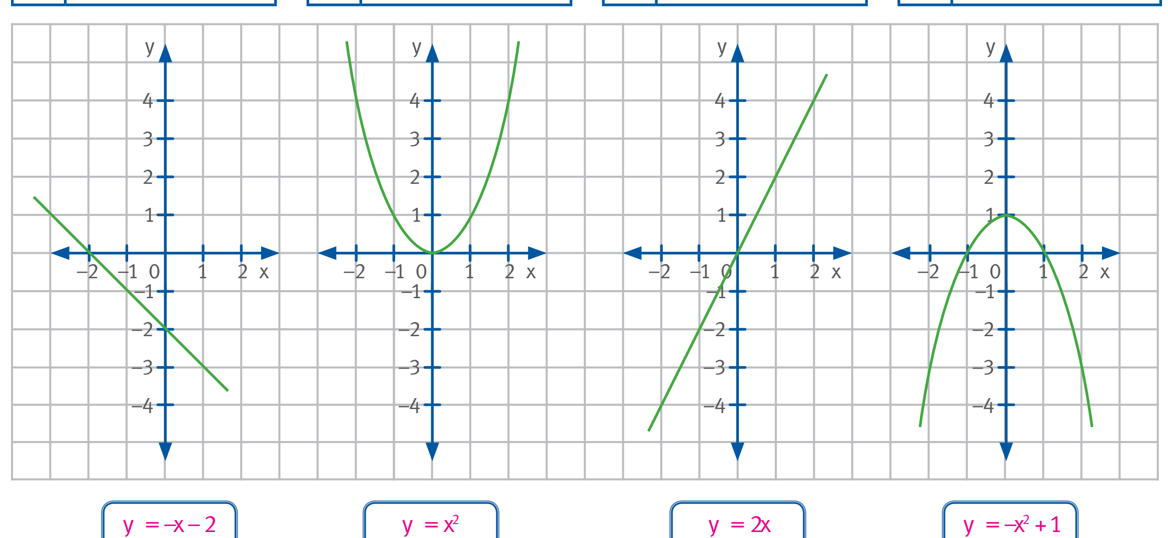
c.



x	$y = -x^2 + 1$
2	–3
1	$y = -1^2 + 1$ $y = 0$
0	1
–1	0
–2	–3

d.

x	$y = -x - 2$
2	$y = -2 - 2 = -4$
1	–3
0	–2
–1	–1
–2	0



$y = -x - 2$ | $y = x^2$ | $y = 2x$ | $y = -x^2 + 1$

mente ACTIVA

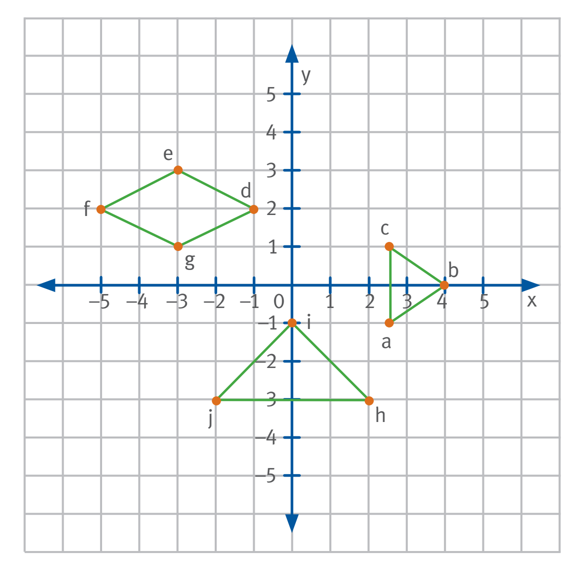
En una escuela de manejo cobran $700 las cinco clases de una hora.

- ¿Cuánto cobran por clase? $140
- ¿Cuál es la fórmula que permite calcular la cantidad de dinero que se debe pagar según la cantidad de horas de clase? $y = 140x$

8. **Marquen los siguientes puntos en un sistema de ejes cartesianos.**

a = (2;6); b = (2;2); c = (6;2); d = (–2;–2); e = $(\frac{1}{2};0)$; f = (4,5;–5); g = (5;–5); h = (0,–1); i = (–1;8); j = (–1;–8); k = (0;3,5); l = (–2,5;4)

9. **Observen el gráfico y resuelvan.**



a. Escriban las coordenadas de los puntos que están representados.

b. ¿Qué nombres tienen las figuras que forman?
Rombo: (–5;2), (–3;3), (–1;2), (–3;1); triángulo: (2,5;1), (4;0), (2,5;–1); triángulo: (0;–1), (–2; –3), (2;–3).

10. **Escriban las coordenadas de los siguientes puntos.**

a. Un punto de abscisa igual al opuesto de tres y ordenada igual al doble de la abscisa.

b. Un punto de abscisa cinco y ordenada igual a la tercera parte de la abscisa.

c. Un punto que se encuentre sobre el eje *y* y de abcisa dos novenos.

d. Un punto que se encuentre sobre el eje *x* y de abscisa menor que el opuesto de cuatro.

e. Un punto que se encuentre en el tercer cuadrante (III) cuya ordenada es mayor que el opuesto de cinco.

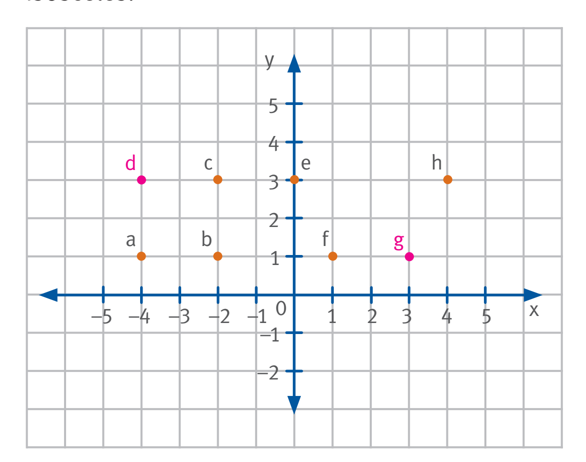
f. Un punto que tenga como ordenada a la cuarta parte de uno y como abscisa un número impar menor que tres medios y mayor que el opuesto de diez cuartos.

a. (–3;–6). **b.** $\left(5;\frac{5}{3}\right)$. **c.** No tiene solución. **d.** Infinitas soluciones. Por ejemplo, (–5;0). **e.** Infinitas soluciones. Por ejemplo, (–3;–1). **f.** g = $\left(-1;\frac{1}{4}\right)$ o h = $\left(1;\frac{1}{4}\right)$.

11. **Representen los siguientes puntos y escriban sus coordenadas.**

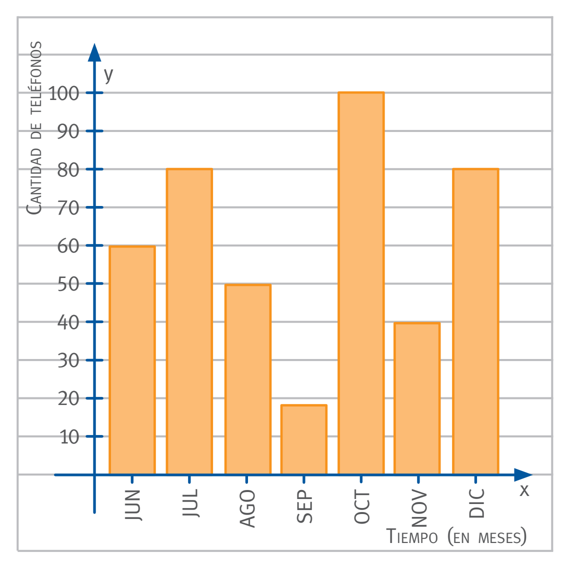
a. El punto *d*, para que abcd sea un cuadrado.

b. El punto *g*, para que efgh sea un trapecio isósceles.



12. **Lean atentamente y respondan.**

Se realizó una encuesta sobre la cantidad de teléfonos celulares vendidos en una ciudad, entre los meses de junio y diciembre de 2012.



a. ¿Cuál es la variable dependiente? ¿Y la independiente?

b. ¿En qué mes hubo más ventas? ¿En cuál, menos?

c. ¿Cuántos celulares se vendieron en el mes de agosto?

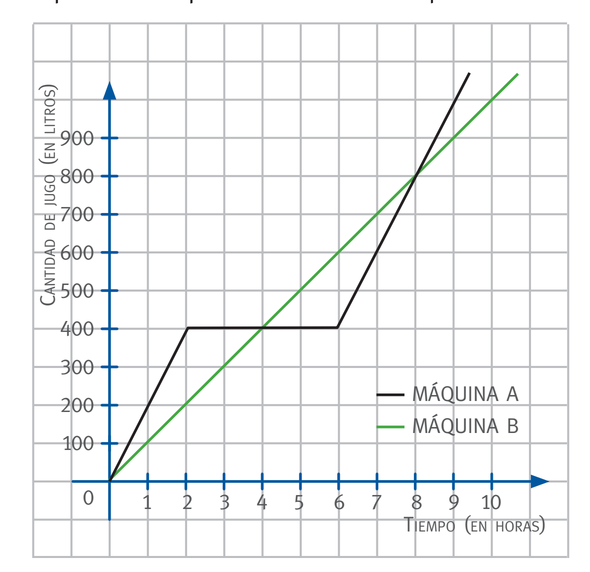
d. ¿En qué meses la venta fue de más de 55 celulares?

a. La cantidad de celulares vendidos. El tiempo. **b.** Octubre. Septiembre. **c.** 50 celulares. **d.** Junio, julio, octubre y diciembre.

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

13. Lean atentamente y respondan.

El siguiente gráfico relaciona la cantidad de litros de jugo producidos por dos máquinas en el tiempo. El gráfico negro representa la producción de la máquina A, y el gráfico verde, representa la producción de la máquina B.



a. Luego de 9 horas de trabajo, ¿qué maquina produjo más cantidad de litros de jugo?

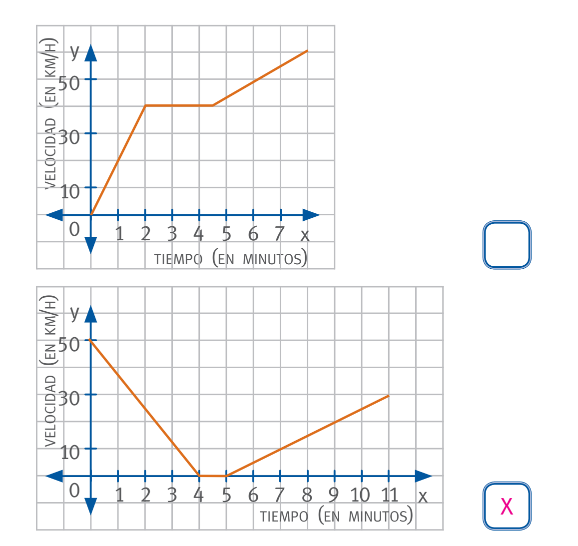
b. Si se desea tener la mayor producción posible al cabo de 6 horas de trabajo, ¿qué máquina se debe elegir? ¿Por qué?

c. ¿En qué horas, ambas máquinas producen la misma cantidad de litros de jugo?

a. A. **b.** B. **c.** A las 4 horas y a las 8 horas.

14. Marquen con una X el gráfico que corresponde a la situación.

Un auto desacelera su marcha hasta que frena unos instantes. Luego, acelera nuevamente.



15. Completen las siguientes tablas y realicen un gráfico aproximado de cada función.

a. $y = 0{,}25x$

x	f(x)
0	0
4	1
8	2
–8	–2
–4	–1

b. $f(x) = 2x^2$

x	f(x)
0	0
1	2
2	8
–1	2
–2	8

16. Escriban la fórmula que corresponde a cada función.

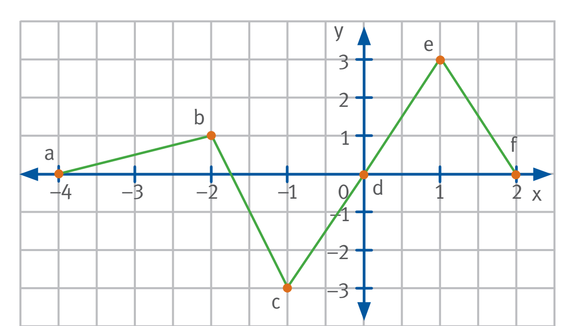
a. El área de un rectángulo en función de la base, sabiendo que su perímetro es de 24 cm.

b. El área de un triángulo en función de la altura, sabiendo que la base es el doble que la altura.

c. El área de un polígono regular de *n* lados, cuya apotema es de 3,5 cm.

a. $Á = b\ .\ (12 - b)$ **b.** $Á = h^2$ **c.** $Á = \frac{l\ .\ 3{,}5\ .\ n}{2}$

17. Observen el gráfico y escriban V (Verdadero) o F (Falso).



a. El punto *b* tiene coordenadas (1;–2). F

b. El dominio de la función está formado por los valores de *x* mayores o iguales a –4 y menores o iguales a 2. V

c. El punto *c* es el que tiene una imagen menor. V

d. El valor de x para y = –2, es 1. V

e. Los puntos *a*, *d* y *f* tienen la misma coordenada en *x*. V












Función lineal

INFOACTIVA

Una **función** es **lineal** cuando su fórmula es:

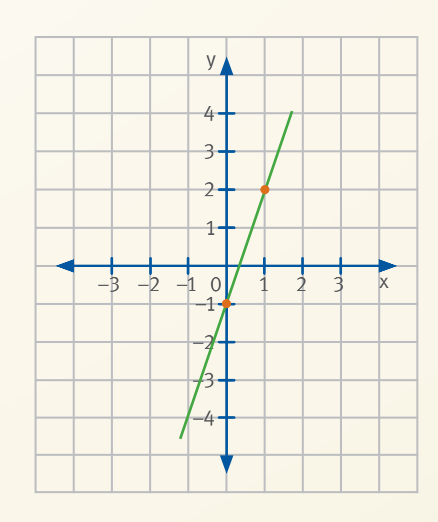
$y = ax + b$ → *Donde **a** representa un número llamado **pendiente** y **b** representa un número llamado **ordenada**.*

La fórmula $y = 3x - 1$ corresponde a una función lineal donde 3 es la pendiente y –1 es la ordenada. Para representar la función en un par de ejes cartesianos, pueden seguir estos pasos:

- Se arma una tabla de valores. Se eligen algunos valores de la variable independiente x (dos como mínimo para determinar la recta).
- Se reemplaza cada valor de x en la fórmula para obtener el valor de la variable dependiente y.
- Se representan los valores de x e y en un par de ejes cartesianos.

x	y = 3x – 1
–2	3 . (–2) – 1 = –7
–1	3 . (–1) – 1 = –4
0	3 . 0 – 1 = –1
1	3 . 1 – 1 = 2
2	3 . 2 – 1 = 5

$y = f(x)$
Entonces, se puede escribir: $f(x) = 3x - 1$



La representación gráfica de una función lineal da como resultado una **recta**.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuál es la pendiente y la ordenada en $y = x$?
b. ¿Cómo se llama la gráfica de una función lineal?
c. En la función $y = 5 + 3x$, ¿qué número representa la pendiente? ¿Y la ordenada al origen?
d. La fórmula $y = 4x^2 + 3$, ¿es una función lineal?

a. Pendiente 1, ordenada 0. **b.** Una recta. **c.** La pendiente es 3 y la ordenada al origen, 5.
d. No, porque la x está elevada al cuadrado.

Nombre: ______________________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____



18. **Completen las tablas y grafiquen cada recta.**

a.

x	f(x) = 3x
−1	−3
−2	−6

b.

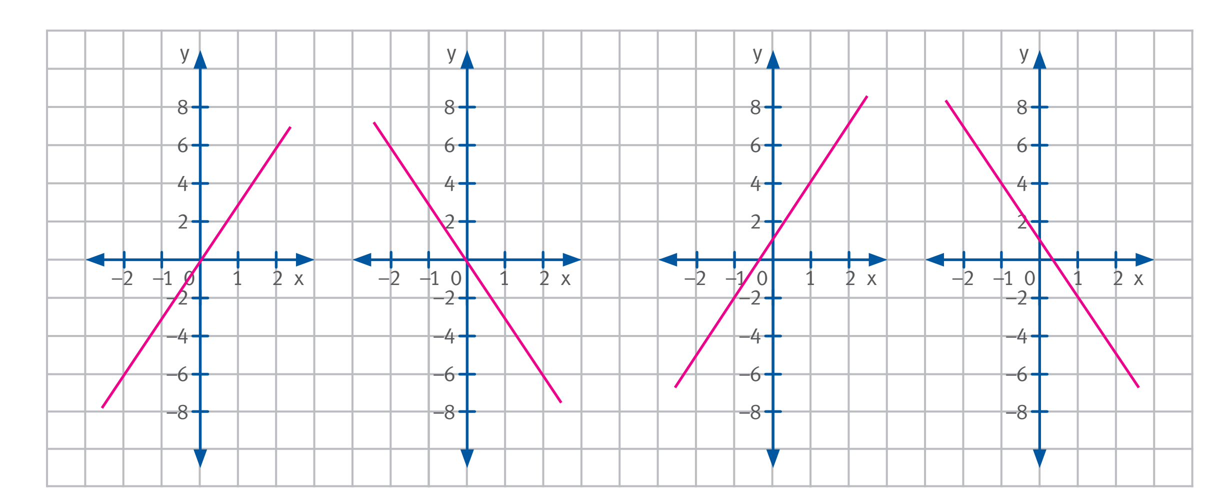
x	f(x) = −3x
0	0
1	−3

c.

x	f(x) = 3x + 1
−1	−2
−2	−5

d.

x	f(x) = −3x + 1
0	1
1	−2



Pendiente = 3 Ordenada = 0

Pendiente = −3 Ordenada = 0

Pendiente = 3 Ordenada = 1

Pendiente = −3 Ordenada = 1

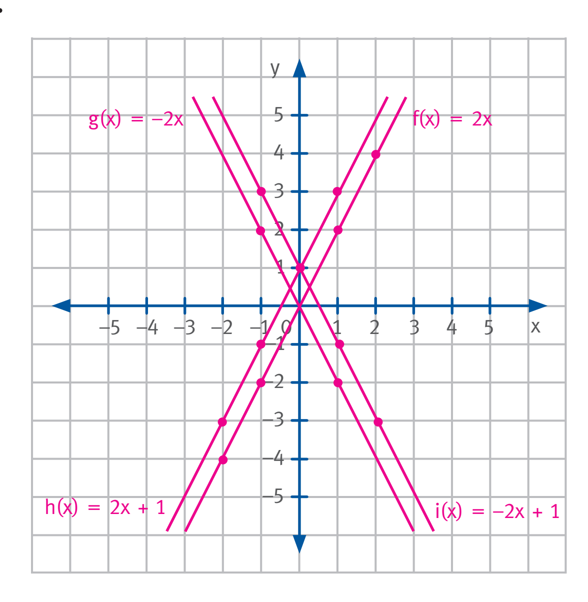
19. **Grafiquen cada recta con un color distinto.**

a. $f(x) = 2x$

b. $g(x) = -2x$

c. $h(x) = 2x + 1$

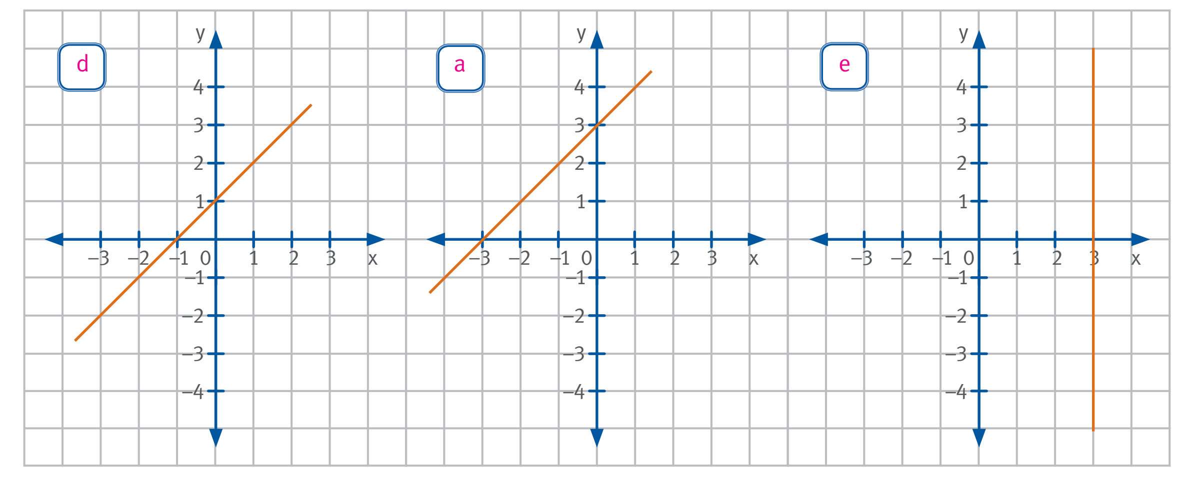
d. $i(x) = -2x + 1$

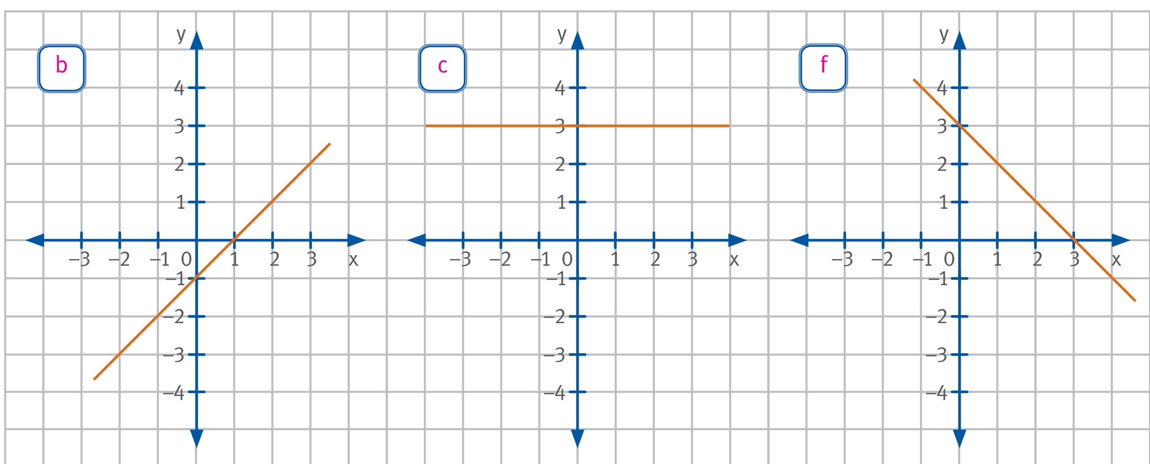


20. **Escriban la letra de la fórmula que corresponde al gráfico.**

a. $y = x + 3$ **c.** $y = 3$ **e.** $x = 3$

b. $y = x - 1$ **d.** $y = x + 1$ **f.** $y = -x + 3$





21. **Tengan en cuenta la actividad anterior y respondan.**

a. ¿Todas las fórmulas corresponden a una función?

No. $x = 3$ no es función.

b. Las rectas paralelas al eje *y* no son gráficas de funciones, ¿por qué?

Porque a un valor de la variable independiente le corresponde más de una imagen.

c. Escriban la fórmula de una recta paralela al eje *x*. ¿Es función?

$y = 5$ es paralela al eje *x*. Es función.

d. ¿Cuál es la ordenada al origen en las rectas que pasan por el origen de coordenadas?

0.



ACTIVIDADES
Función lineal

22. Lean atentamente y resuelvan.

Actualmente existe un tipo de construcción ecológica y de menor costo en distintas partes del mundo. Las viviendas se construyen con botellas de plástico que se utilizan como ladrillos. Esto permite reutilizar un elemento que contamina el suelo y que tarda 300 años en degradarse.
Para cada metro cuadrado de pared se necesitan 81 botellas de 2 litros y para rellenar una botella de 2 litros se necesita, al menos, 3 kilos de tierra.

a. Escriban la fórmula de la función que permite encontrar la cantidad de botellas que se necesitan para construir una pared de *x* metros cuadrados.

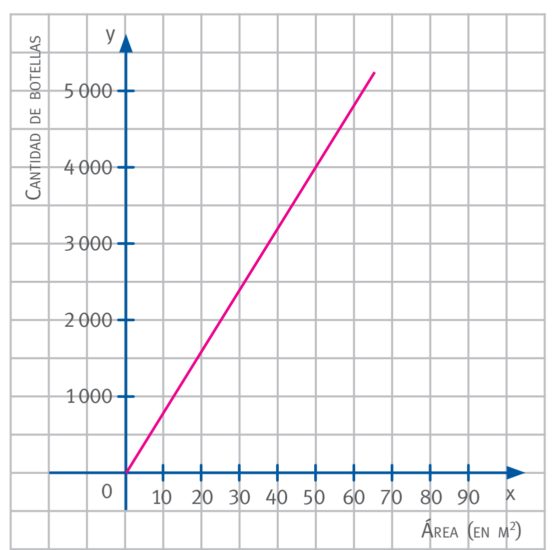
$y = 81x$

b. ¿Cuántas botellas se necesitan para construir una pared de 80 metros cuadrados? ¿Y una de 100 metros cuadrados?

6 480 botellas y 8 100 botellas.

c. ¿Cuál es el área de una pared construida con 1 000 botellas? 12,35 m^2.

d. Realicen el gráfico de la función.



23. Interpreten el gráfico y respondan.

En el gráfico se representa la distancia a Salta de dos autos que viajaron por la misma ruta en función del tiempo.

a. ¿En qué momento los autos se encontraron en la ruta?

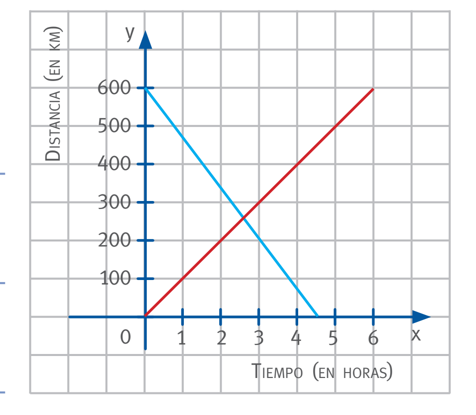
A las 2 horas y media.

b. ¿Qué auto va a mayor velocidad? ¿Cómo lo averiguaron?

El de la línea azul.

c. ¿Cuál salió de Salta?

El de la línea roja.



24. Resuelvan.

Un vendedor de electrodomésticos cobra un sueldo fijo de $3 500 y una comisión de $150 por cada producto vendido. ¿Cuál es la fórmula que permite calcular su sueldo según la cantidad de productos vendidos?

$y = 150x + 3\,500$

menteACTIVA

En los siguientes puntos, ¿qué relación hay entre la abscisa y la ordenada?
a = (–3;–6); b = $\left(\frac{1}{2};1\right)$. Escriban la fórmula de dos rectas que incluyan a estos puntos.
La abscisa es la mitad de la ordenada. Solo hay una recta que incluya 2 puntos: y = 2x

36 Función de proporcionalidad directa

INFOACTIVA

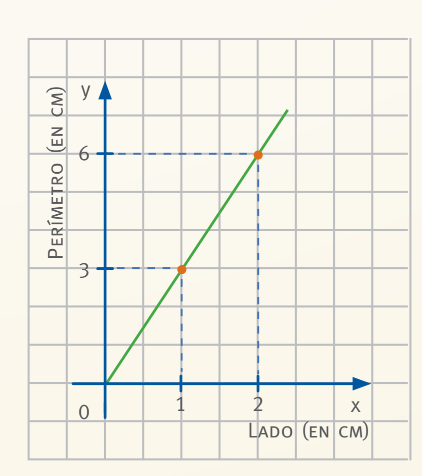
Dos variables son **directamente proporcionales** cuando el cociente entre las cantidades que se corresponden es constante. El número que se obtiene al dividir las cantidades se denomina **constante de proporcionalidad** (k).

El perímetro de un triángulo equilátero es directamente proporcional a la medida del lado.

x: lado del triángulo equilátero (en cm)	y: perímetro (en cm)	
1	3	⟼ 3 : 1 = 3
2	6	⟼ 6 : 2 = 3
3	9	⟼ 9 : 3 = 3

$y : x = 3$

$y = 3 . x$ ⟵ *Fórmula de la función.*



La **representación gráfica** de cantidades directamente proporcionales da como resultado un conjunto de puntos alineados sobre una recta que pasa por el origen de coordenadas.

EN UNA RELACIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA, DOS CANTIDADES AUMENTAN O DISMINUYEN DE LA MISMA FORMA.

ES CIERTO, YO TENÍA DOS BOLSAS DE GOLOSINAS Y LAS DOS DISMINUYERON DE LA MISMA MANERA...

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad directa en la función $y = x$?

b. La función $y = x + 1$, ¿es una función de proporcionalidad directa?

c. Las funciones lineales que tienen ordenada al origen igual a cero, ¿son funciones de proporcionalidad directa?

a. Es 1. **b.** No. **c.** Sí.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

36 ACTIVIDADES
Función de proporcionalidad directa

25. Escriban, si es posible, la constante de proporcionalidad directa y la fórmula de la función.

a.

x	y
3	–1
5	0,125
8	$\frac{3}{16}$
13	2

No es posible.

b.

x	y
–2	5
$\frac{1}{2}$	$\frac{30}{3}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{40}{3}$
4	$\frac{65}{3}$

No es posible.

c.

x	y
–5	25
–8	40
3	–15
7	–35

k = –5; y = –5x

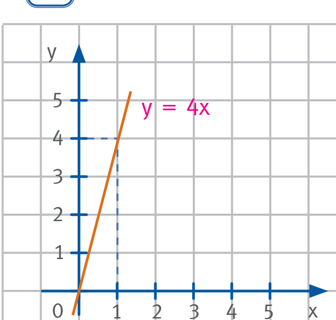
d.

x	y
–12	–3
–4	–1
1	0,25
3	$\frac{3}{4}$

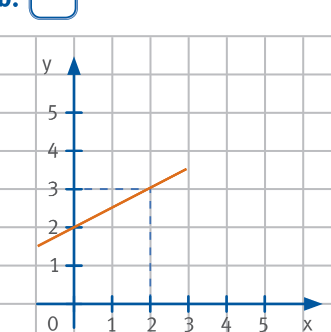
k = 0,25; y = 0,25x

26. Marquen con una X los gráficos que correspondan a una función de proporcionalidad directa. Escriban la constante de proporcionalidad y la fórmula en los gráficos que colocaron la cruz.

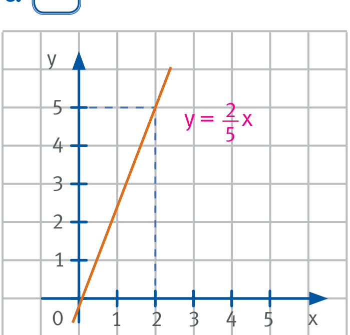
a. 



b. 



c. X



27. Lean atentamente y resuelvan.

Liliana tiene una fábrica de alfajores artesanales. Sabe que para fabricar 30 alfajores de chocolate son necesarios 0,5 kg de harina; 1,2 kg de dulce de leche y 0,6 kg de chocolate.

a. Si quiere preparar 170 alfajores, ¿qué cantidad de cada ingrediente debe incorporar?

2,83 kg de harina, 6,8 kg de dulce de leche, 3,4 kg de chocolate.

b. ¿Es una relación de proporcionalidad directa? ¿Por qué?

Sí.

c. Si respondieron "Sí" en el punto anterior, escriban las fórmulas para calcular la cantidad de harina, dulce de leche y chocolate, según la cantidad de alfajores que se deseen fabricar.

$y = \frac{1}{60}x$, y = 0,04x, y = 0,02x

28. Completen las siguientes tablas que corresponden a funciones de proporcionalidad directa.

x	f(x)
3	9
5	15
10	30
480	1 440

x	g(x)
20	1 000
1	50
17	850
100	5 000

x	h(x)
4	2
60	30
104	52
120	60

x	j(x)
4	$\frac{4}{5}$
36	$\frac{36}{5}$
15	3
120	24

Función de proporcionalidad inversa

INFOACTIVA

Dos variables son **inversamente proporcionales** cuando el producto entre los valores que se corresponden es constante. El número que se obtiene al multiplicar las cantidades se denomina **constante de proporcionalidad** (k).

La medida de la base de un paralelogramo de área 48 cm^2 es inversamente proporcional a la medida de la altura.

x: base del paralelogramo (en cm)	y: altura del paralelogramo (en cm)
1	48
4	12
6	8

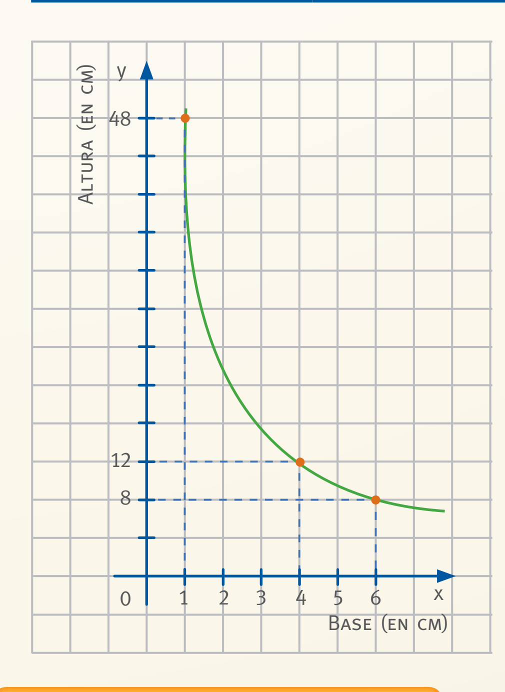
$\mapsto$ 1 . 48 = 48

$\mapsto$ 4 . 12 = 48

$\mapsto$ 6 . 8 = 48

$x \cdot y = 48$

$y = \frac{48}{x}$ ⟵ *Fórmula de la función.*



La representación gráfica de cantidades inversamente proporcionales da como resultado una curva llamada **hipérbola equilátera.**



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad inversa en la función $y = \frac{3}{x}$?

b. ¿Cómo se llama al gráfico que se obtiene cuando se grafican cantidades inversamente proporcionales?

c. El lado de un cuadrado y su perímetro, ¿se relacionan de forma inversamente proporcional?

a. 3. **b.** Hipérbola equilátera. **c.** No, se relacionan de forma directamente proporcional.

Nombre: ____________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES
Función de proporcionalidad inversa

29. **Escriban, si es posible, la constante de proporcionalidad inversa y la fórmula de la función.**

a.

x	y
–5	1
–1	5
10	–0,5
25	–0,2

$k = -5;\ y = -\frac{5}{x}$

b.

x	y
8	0,25
–2	–1
$\frac{2}{5}$	5
0,2	10

$k = 2;\ y = \frac{2}{x}$

c.

x	y
2	10
1	20
4	–5
5	4

No es posible.

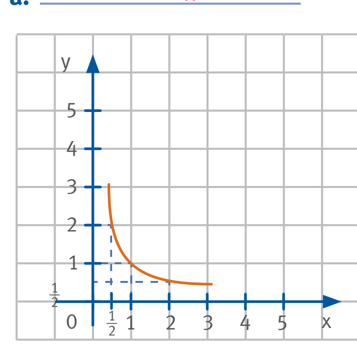
d.

x	y
8	0,5
0,25	16
$\frac{1}{2}$	8
100	0,04

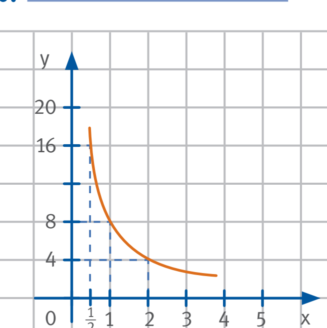
$k = 4;\ y = \frac{4}{x}$

30. **Hallen la constante de proporcionalidad inversa y la fórmula que corresponde a cada gráfica.**

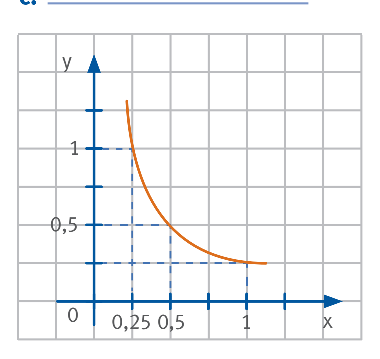
a. $k = 1;\ y = \frac{1}{x}$



b. $k = 8;\ y = \frac{8}{x}$



c. $k = 0{,}25;\ y = \frac{0{,}25}{x}$



31. **Lean atentamente y resuelvan.**

Pablo va a viajar con su familia de vacaciones a una ciudad de la provincia de Buenos Aires. Sabe que si conduce a una velocidad constante de 110 km/h, tardará 4 horas en llegar.

a. Si quiere tardar 5 horas sin detenerse, ¿a qué velocidad debe viajar? A 88 km/h.

b. ¿Cuántos kilómetros recorrerá para llegar a destino? 440 km.

c. La relación entre el tiempo de viaje y la velocidad, ¿es una relación de proporcionalidad inversa? ¿Por qué? Sí, cuando aumenta la velocidad disminuye el tiempo de viaje en la misma proporción.

32. **Completen las siguientes tablas que corresponden a funciones de proporcionalidad inversa.**

a.

x	f(x)
4	17,5
10	7
20	3,5
1	70
2	35

b.

x	g(x)
10	10
36	$\frac{25}{9}$
20	5
15	$6,\widehat{6}$
4	25

c.

x	h(x)
9	12
6	18
10	10,8
43,2	2,5
48	2,25

d.

x	j(x)
6	25
10	15
20	$\frac{15}{2}$
7	$\frac{150}{7}$
3	50

33. Grafiquen las siguientes funciones.

a. $y = x$ **b.** $y = x + 4$ **c.** $y = x - 4$
d. $y = 4x$ **e.** $y = -4x - 2$ **f.** $y = -4x + 2$
g. $y = 0{,}5x$ **h.** $y = 0{,}5x + 1$ **i.** $y = 0{,}5x - 1$

Solución a cargo del alumno.

34. Escriban las fórmulas de las siguientes funciones lineales y grafíquenlas.

a. La función h(x) de pendiente 4 y ordenada al origen 0.
b. La función f(x) de pendiente –1 y ordenada al origen 5.
c. La función g(x) de pendiente $-\frac{1}{2}$ y ordenada al origen –3.

a. $y = 4x$ **b.** $y = -x + 5$ **c.** $y = -\frac{1}{2}x - 3$.

35. Resuelvan.

a. Escriban (si es posible) la fórmula que relaciona las variables en cada tabla.

x	f(x)
3	18
7	42
10	60

x	g(x)
2	50
8	12,5
25	4

x	h(x)
5	6
9	10
12	13

a. $f(x) = 6x$, $g(x) = \frac{100}{x}$

b. Hallen el valor de *y* para *x = –100*, *x = 0* y *x = 100* en los casos donde obtuvieron la fórmula.
c. Inventen una situación problemática para una de las tablas.

b. $f(100) = 600$, $f(0) = 0$, $f(-100) = -600$. $g(100) = 1$, $g(-100) = -1$. No se puede calcular $g(0)$.

36. Completen con "siempre", "a veces" o "nunca", según corresponda.

a. La gráfica de una función de proporcionalidad [a veces] es una recta.
b. La función de proporcionalidad directa [siempre] es una función lineal con ordenada al origen igual a cero.
c. La gráfica de una función lineal [nunca] es una hipérbola equilátera.
d. La constante de proporcionalidad [a veces] es un número natural.

37. Respondan teniendo en cuenta la función *f(x) = 5*.

a. ¿Es una función lineal?
b. ¿Cuál es la imagen de *x = 1*?
c. ¿Cuál es la imagen de *x = –5*?
d. ¿Cuál es el valor de *x* cuando *y = 5*?
e. ¿Cuál es el valor de *x* cuando *y = 0*?

a. Sí. **b.** 5 **c.** 5 **d.** Todos los números. **e.** No tiene.

38. Tengan en cuenta cada situación y expliquen si es de proporcionalidad o no. Aclaren el tipo de proporcionalidad cuando corresponda.

a. El lado de un cuadrado y su perímetro.
b. El perímetro de un cuadrado y la suma de los ángulos interiores.
c. El lado de un cuadrado y su área.
d. La base y la altura de los rectángulos de área 18 cm^2.
e. La altura de una persona y su peso.
f. La cantidad de kilogramos que se compra de un producto y el precio que se debe pagar.

Solución a cargo del alumno.

39. Resuelvan cuando sea posible.

a. Una máquina imprime 840 páginas cada 30 minutos. ¿Cuántas imprime en 10 minutos?
b. Un ascensor tarda 6 segundos para subir dos pisos. ¿Cuánto tiempo tardará en subir 8 pisos?
c. Con un envase de chocolate en polvo se pueden preparar 640 vasos de leche chocolatada utilizando 1,25 g para cada vaso, ¿cuántos vasos pueden prepararse utilizando 1,5 g?
d. Federico pesa 56 kg. ¿Cuánto pesará dentro de 1 año?

a. 280 hojas. **b.** 24 segundos. **c.** 533 vasos. **d.** No se puede calcular.

40. Lean atentamente y completen la tabla.

En una empresa, alquilar un auto de tres puertas tiene un costo de $1 050 por semana.

Días	Costo del alquiler (en $)
2	2 100
3	3 150
5	5 250
8	8 400
12	12 600

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

41. Completen la tabla y escriban la fórmula de la función lineal.

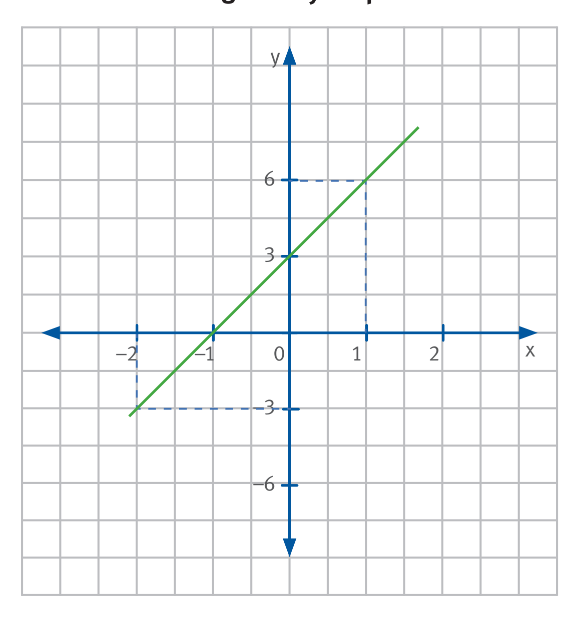
a. En un negocio de electrodomésticos se hace un descuento del 10% si el pago es al contado.

Precio del electrodoméstico	Descuento (en $)
2 500	250
1 350	135
3 155	315,5
538	53,8

b. En un negocio de ropa se descuenta el 15% por fin de temporada.

Precio de la prenda	Descuento (en $)
200	30
150	22,5
315	47,25
530	79,5

42. Observen el gráfico y respondan.



a. ¿Cuál es el nombre de la función?

b. ¿Es una función de proporcionalidad directa? ¿Por qué?

c. ¿Cuál es la ordenada al origen?

d. ¿Cuál es el valor de x para $y = -3$?

e. ¿Para qué valores de x, y es número positivo?

f. ¿En qué punto la gráfica interseca al eje x?

g. ¿El punto (1;1) pertenece a la recta?

a. Lineal. **b.** No, porque no pasa por el punto (0;0). **c.** 3. **d.** –2. **e.** Para $x > -1$. **f.** (–1;0). **g.** No.

43. Resuelvan.

Jazmín necesita comprar 3 litros de jugo. Cuando llegó al almacén, vio que había diferentes envases.

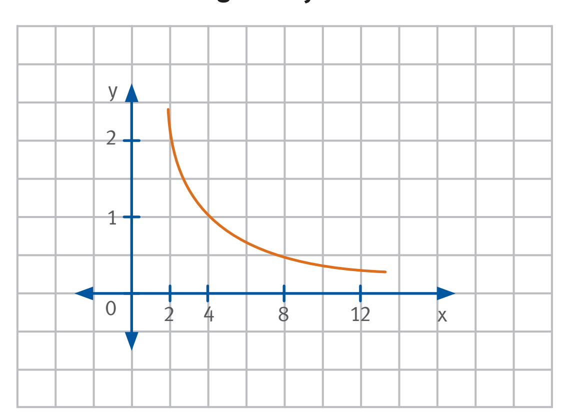
a. Completen la tabla para saber la cantidad de envases que puede comprar.

Cantidad por envase (en litros)	0,5	1	0,75	1,5	1,25	0,375
Cantidad de envases	6	3	4	2	3	8

b. En algún caso, ¿deberá llevar más de 3 litros, debido al tamaño del envase? ¿En cuál?

Sí, en el caso de 1,25.

44. Observen el gráfico y resuelvan.



a. ¿Cuál es el nombre de la función?

b. ¿Cuál es la imagen de 2? 2.

c. ¿Cuál es el valor de x cuando y es igual a 1?

d. ¿Interseca la gráfica a alguno de los ejes?

e. Escriban la fórmula. $y = \frac{4}{x}$

a. Función de proporcionalidad inversa. **c.** 4. **d.** No.

45. Lean atentamente y resuelvan.

El dueño de un micro cobra $6 000 por llevar a un grupo de turistas a recorrer la ciudad.

a. Completen la tabla.

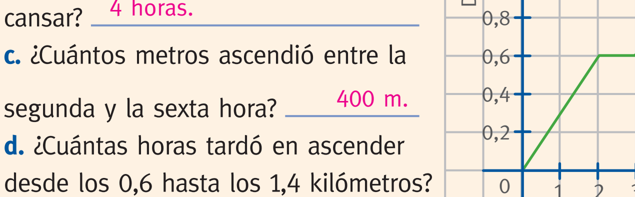
Cantidad de pasajeros	10	15	30	25	12
Costo de cada pasaje	600	400	200	240	500

b. ¿Es una relación de proporcionalidad? ¿De qué tipo?

Sí, de proporcionalidad inversa.

46. Observen el gráfico y respondan.

El siguiente gráfico muestra la cantidad de kilómetros ascendidos por un alpinista hasta llegar a la cima a medida que transcurrió el tiempo.

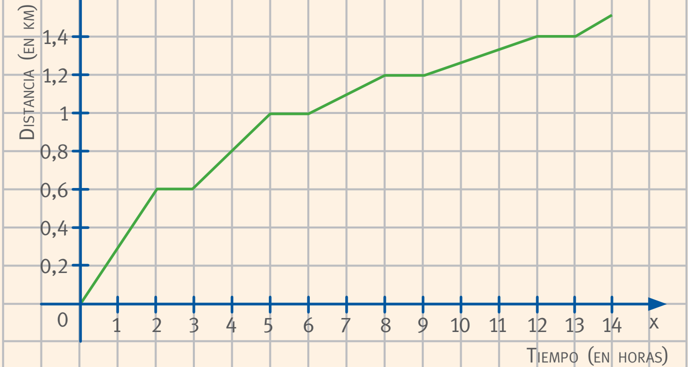


a. ¿A cuántos kilómetros se encuentra la cima? ¿Cuánto tiempo tardó en alcanzarla? 1,5 km; 14 horas.

b. ¿Cuántas horas se detuvo para descansar? 4 horas.

c. ¿Cuántos metros ascendió entre la segunda y la sexta hora? 400 m.

d. ¿Cuántas horas tardó en ascender desde los 0,6 hasta los 1,4 kilómetros? 10 horas.



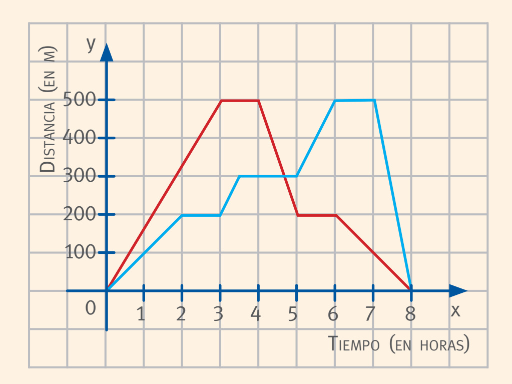
e. ¿Ascendió lo mismo en cada tramo? No.

f. ¿En qué tramos ascendió la misma cantidad de kilómetros? De 6 a 8 horas y de 9 a 12 horas.

47. Lean atentamente y resuelvan.

Mariano trabaja como cadete en una empresa. El gráfico muestra a qué distancia se encontraba del trabajo a medida que transcurría el tiempo en dos días de trabajo.

El gráfico rojo muestra el primer día de trabajo, y el azul, el segundo.



a. Si salió del trabajo a las 8 horas, ¿a qué hora regresó? 16:00 h.

b. ¿Cuántas veces se detuvo el primer día de trabajo? ¿Y el segundo? 2 veces. 3 veces.

c. El segundo día, ¿a qué distancia se encontraba a las 10:00 h? A 200 m.

d. El primer día, ¿a qué hora se encontraba a 500 m? Entre las 11:00 h y las 12:00 h.

48. Tengan en cuenta las fórmulas y resuelvan.

$x = 4$ $\qquad y = \frac{5}{x}$ $\qquad y = 0{,}75x$ $\qquad y = 0{,}5x + 4$

a. En sus carpetas, realicen una tabla de valores para cada fórmula. Luego grafíquenlas e indiquen cuáles son funciones. Solución gráfica. No es función $x = 4$.

b. ¿Cuáles de las funciones anteriores son de proporcionalidad directa? ¿Y de proporcionalidad inversa? De proporcionalidad directa: $y = 0{,}75$. x. De proporcionalidad inversa: $y = \frac{5}{x}$.

CAPÍTULO

6

Rectas y ángulos

Contenidos

Situación inicial de aprendizaje

1. Observen la imagen y resuelvan.

El reglamento de fútbol dice que cuando se efectúa un saque desde el punto central, ningún jugador rival puede ubicarse a menos de 9,15 m de la pelota.

a. ¿Qué marcas hay en el campo de juego para que se cumpla esta reglamentación?

b. Cerca de los arcos hay una línea que se suele llamar semicírculo. ¿Es realmente esa figura?

c. Comparen las respuestas con las de sus compañeros.

a. La circunferencia del centro que marca la distancia al punto central y los arcos trazados en las áreas que marcan la distancia al punto del penal. **b.** No, es un arco de circunferencia.

Circunferencia y círculo

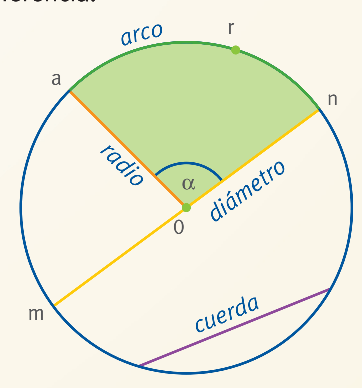
INFOACTIVA

Se denomina **lugar geométrico** al conjunto de puntos que cumplen una condición.

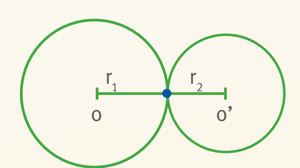
Una **circunferencia** es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que se encuentran a igual distancia de otro llamado **centro**.

Un **círculo** es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que se encuentran a una distancia menor o igual al centro.

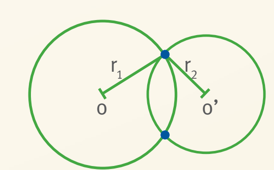
- El **radio** es la distancia de cualquier punto de la circunferencia al centro.
- Una **cuerda** es un segmento que une dos puntos de una circunferencia.
- El **diámetro** es una cuerda que pasa por el centro de la circunferencia.
- El **arco** es la parte de la circunferencia determinada por dos puntos de la misma. Por ejemplo, $\widehat{arn}$ es un arco de la circunferencia.
- El **ángulo central** es el que tiene como vértice al centro de la circunferencia. Por ejemplo, $\hat{\alpha}$ es un ángulo central.
- El **sector circular** es la región del ángulo central que está incluida en el círculo.



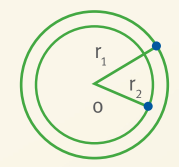
Posiciones relativas de las circunferencias



*Dos circunferencias son **tangentes** cuando tienen un único punto en común.*



*Dos circunferencias son **secantes** cuando tienen dos puntos en común.*



*Dos circunferencias son **concéntricas** cuando tienen el centro en común.*

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que el diámetro es una cuerda de la circunferencia?

b. En todo círculo o circunferencia, ¿siempre el diámetro es igual a dos radios?

c. ¿Es cierto que todo diámetro divide al círculo en dos semicírculos congruentes? ¿Cuánto mide el ángulo central de los semicírculos?

d. ¿Cuántos puntos en común tienen 2 circunferencias concéntricas de distinto radio?

a. Sí. **b.** Sí. **c.** Sí. 180°. **d.** Ninguno.

Nombre: ____________________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____



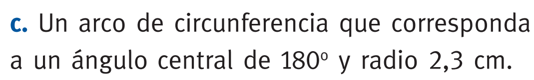
38 ACTIVIDADES
Circunferencia y círculo

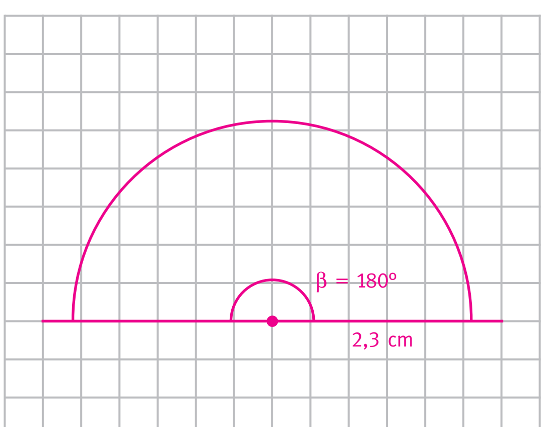
1. Realicen las siguientes construcciones.

a. Un sector circular cuyo ángulo central mida 80° y su radio sea de 2,5 cm.

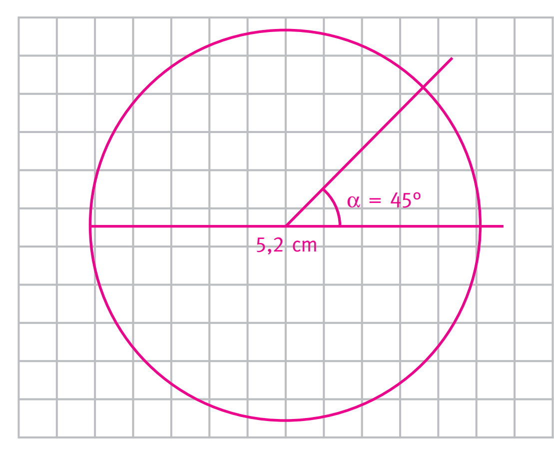
α = 80°
2,5 cm

c. Un arco de circunferencia que corresponda a un ángulo central de 180° y radio 2,3 cm.

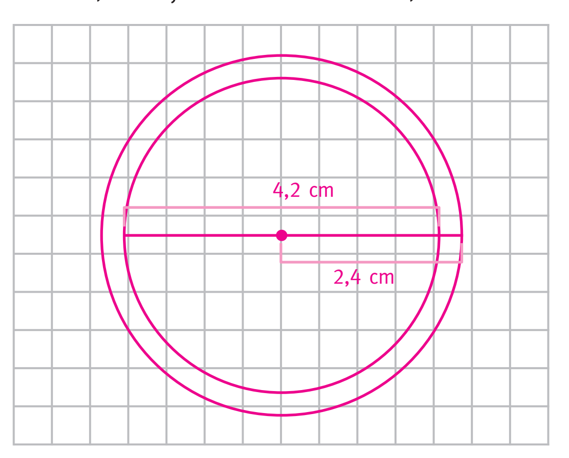




b. Una circunferencia de diámetro 5,2 cm y un ángulo central de 45°.



d. Dos circunferencias concéntricas: una de radio 2,4 cm y otra de diámetro 4,2 cm.

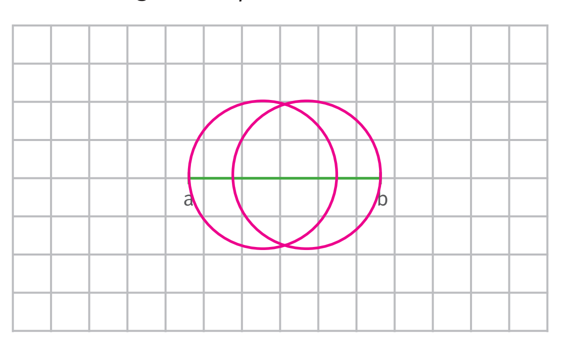


2. Tracen dos circunferencias con centro en cada uno de los extremos del segmento ab, teniendo en cuenta lo pedido en cada caso.

a. Que no tengan puntos en común.

a
b

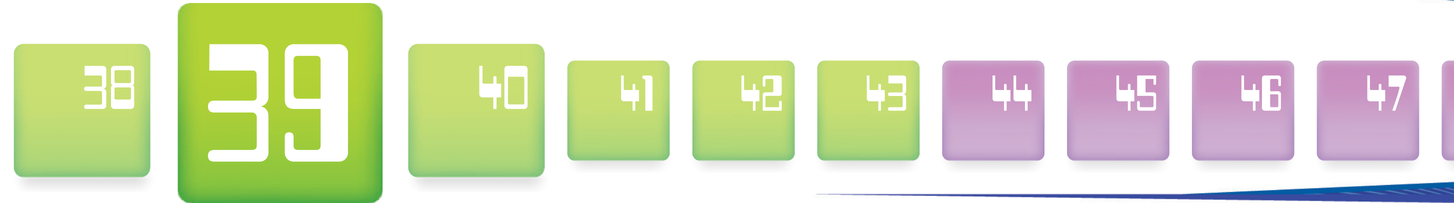
b. Que tengan dos puntos en común.



3. Tengan en cuenta la actividad anterior y respondan.

¿Cómo deben ser las longitudes de los radios para que las circunferencias tengan un punto en común?

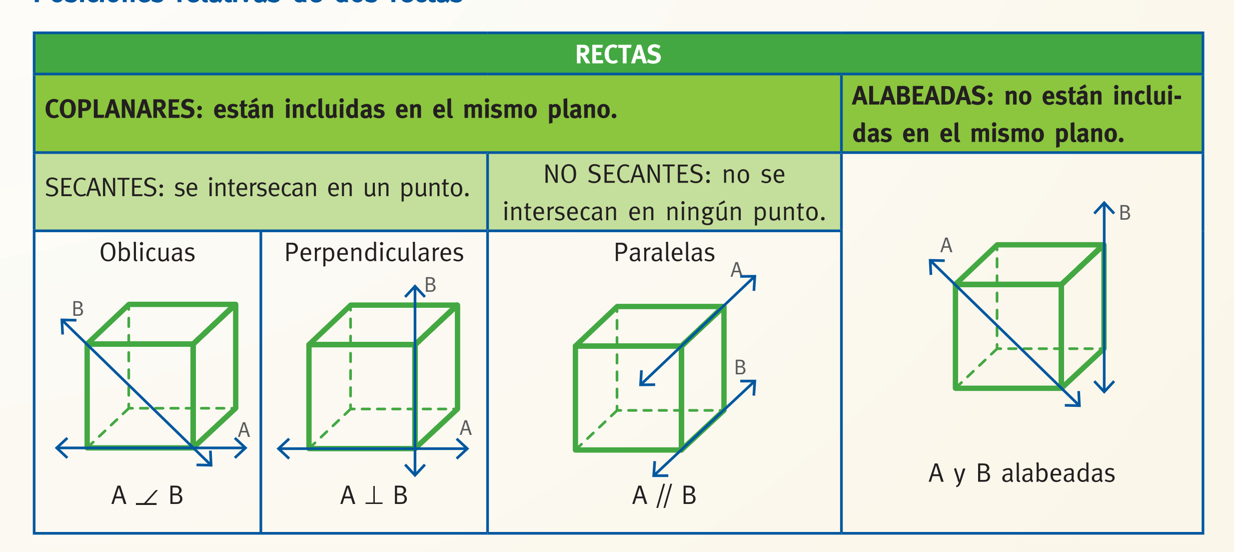
La suma de las longitudes de los radios debe ser igual que la longitud del segmento.



Posiciones relativas de dos rectas. Mediatriz

INFOACTIVA

Posiciones relativas de dos rectas



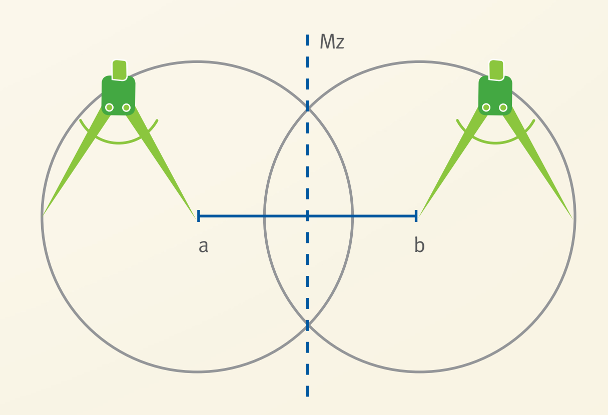
RECTAS			
COPLANARES: están incluidas en el mismo plano.			**ALABEADAS: no están incluidas en el mismo plano.**
SECANTES: se intersecan en un punto.		NO SECANTES: no se intersecan en ningún punto.	
Oblicuas	Perpendiculares	Paralelas	
A ∠ B	A ⊥ B	A // B	A y B alabeadas

Mediatriz de un segmento

La **mediatriz** de un segmento es la recta perpendicular que lo corta en su punto medio. Cada punto de la mediatriz equidista de los extremos del segmento.

Para trazar la mediatriz (Mz) de un segmento ab, se toma el compás con una abertura mayor que la mitad del segmento y, con centro en el punto *a*, se traza una circunferencia. Luego, sin modificar la abertura del compás, se repite el procedimiento con centro en el punto *b*.

Para finalizar, se dibuja la recta que pasa por las intersecciones de ambas circunferencias.



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Dos rectas perpendiculares, ¿cuántos ángulos forman? ¿Cómo son esos ángulos?

b. Si dos rectas no se cortan en un punto, ¿son paralelas?

c. Un punto de la mediatriz de un segmento (que no pertenezca a él), ¿qué tipo de triángulo forma con los extremos del segmento?

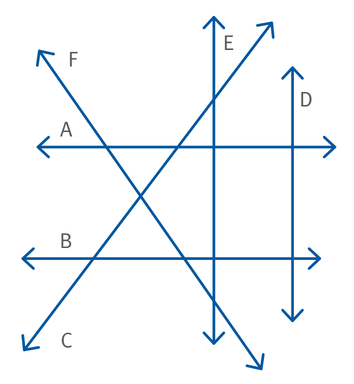
a. 4 ángulos rectos. **b.** No, pueden ser alabeadas. **c.** Isósceles.

Nombre: ______________________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES

Posiciones relativas de dos rectas. Mediatriz

4. Observen el gráfico y completen con ∠, ⊥ o //.



a. La recta A es ∠ a la recta F.

b. La recta E es // a la recta D.

c. La recta B es ⊥ a la recta E.

d. La recta C es ∠ a la recta F.

e. La recta A es ⊥ a la recta E.

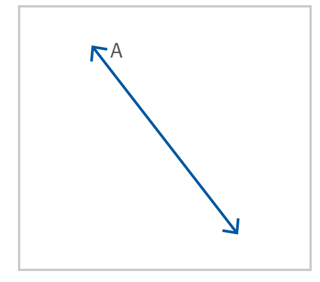
5. Tracen las rectas pedidas en cada caso. Luego, respondan.

- Una recta B perpendicular a la recta A.
- Una recta C paralela a la recta B.
- Una recta D oblicua a la recta C.

Solución gráfica.

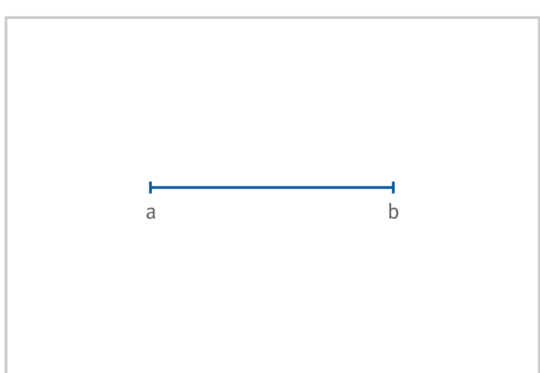
¿Cómo es la recta C con respecto a la recta A? ¿Y D con respecto a A?

C es perpendicular con A. D es oblicua con A.

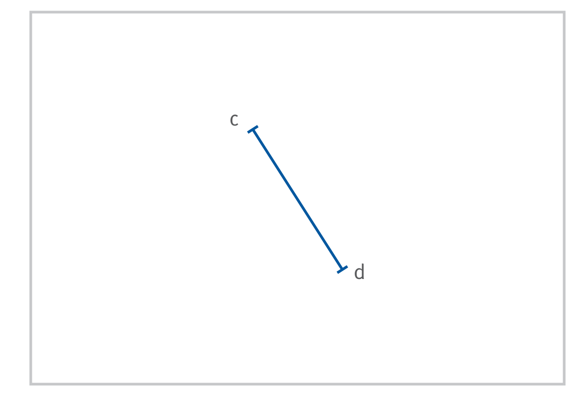


6. Tracen las mediatrices de los siguientes segmentos.

a.



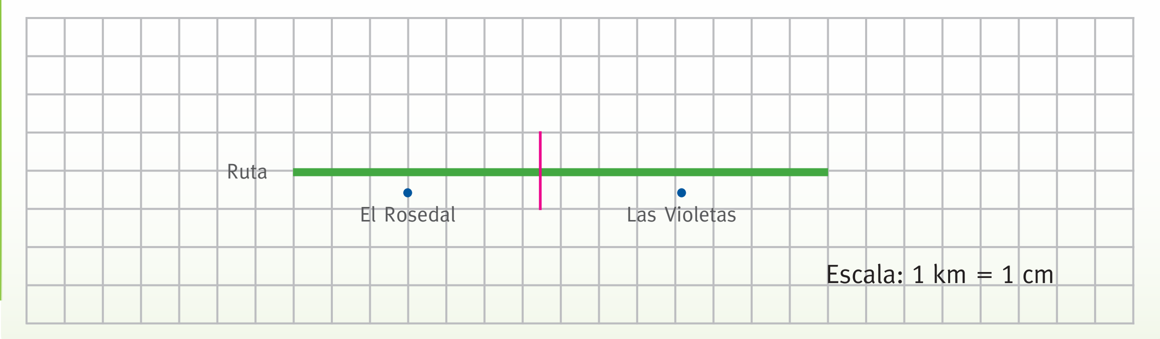
b.



Solución gráfica.

mente ACTIVA

Se quiere construir un *shopping* que se encuentre a la misma distancia de los pueblos El Rosedal y Las Violetas. Marquen en el esquema las posibles ubicaciones del *shopping*, que no puede estar a más de 0,5 km de la ruta.

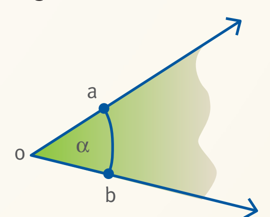


Ángulos. Sistema sexagesimal

INFOACTIVA

Un ángulo es la región del plano determinada por dos semirrectas que tienen el mismo origen. Para **nombrar un ángulo** se puede utilizar una de las siguientes formas:

- $a\hat{o}b$, se escribe el vértice en el medio;
- $\hat{o}$ se escribe solo el vértice;
- $\hat{\alpha}$ se escribe una letra griega.



El **sistema sexagesimal** se usa para escribir medidas de ángulos.

En el sistema sexagesimal, un giro completo se divide en 360 partes iguales y cada una de esas partes se denomina **grado**.

$$\text{Minuto sexagesimal: } 1' = \frac{1}{60} \text{ de } 1^{o}$$

$$\text{segundo sexagesimal: } 1'' = \frac{1}{60} \text{ de } 1'$$

Adición

$$\begin{array}{r} 37° \quad 16' \\ +\ 21° \quad 51' \\ \hline 58° \quad 67' \\ +\ 1° \leftarrow -60' \\ \hline 59° \quad 7' \end{array}$$

Sustracción

$$\begin{array}{r} 47° \quad 60' \\ \not{48°} \\ -\ 28° \quad 19' \\ \hline 19° \quad 41' \end{array}$$

Multiplicación de un ángulo por un número natural

$$\begin{array}{r} 27° \quad 19' \\ .\ 3 \\ \hline 81° \quad 57' \end{array}$$

División de un ángulo por un número natural

$$\begin{array}{r|l} 45° \quad 22' & 2 \\ -\ 44° \quad +60' & 22° \ 41' \\ \hline 1° \quad 82' & \\ 0' & \end{array}$$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuántos minutos hay en 600''? ¿Y en 1 200''?

b. ¿Cuánto mide la mitad de 75º?

c. ¿Cuánto mide la tercera parte de 60º 31'?

a. 10 minutos. 20 minutos. **b.** 75° : 2 = 37° 30'. **c.** 60° 31' : 3 = 20° 10' 20''.

Nombre: __________ Curso: ______ Fecha: ____ / ____ / ____

7. Resuelvan.

a. 25° 17' 38'' + 72° 29' 57'' = 97° 47' 35''

b. 143° 32' 48'' – 97° 45' 49'' = 45° 46' 59''

c. 28° 42' 15'' . 4 = 114° 49'

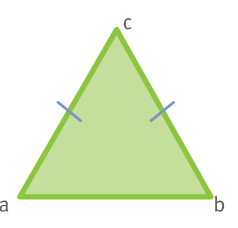
d. 103° 52' 25'' . 6 = 623° 14' 30''

e. 108° 15'' + 32° 49'' = 140° 1' 4''

f. 103° 28' 15'' : 5 = 20° 41' 39''

8. Calculen el valor de los ángulos.

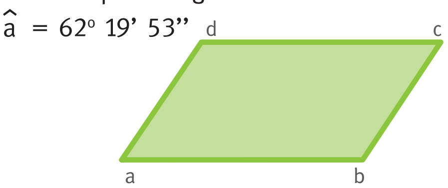
a. $a\hat{b}c$ isósceles.
$\hat{c}$ = 35° 22' 40''



$\hat{a}$ = 72° 18' 40''

$\hat{b}$ = 72° 18' 40''

b. abcd es paralelogramo.
$\hat{a}$ = 62° 19' 53''



$\hat{b}$ = 117° 40' 7''

$\hat{c}$ = 62° 19' 53''

$\hat{d}$ = 117° 40' 7''

9. Resuelvan los cálculos combinados.

a. 38° 17' – 15° 20' 25'' : 5 =
35° 12' 55''

b. 2 . 108° 8'' + 48' 27'' =
216° 48' 43''

c. 208° 46'' : 7 – 19° 58'' =
10° 49'

d. 37° 49' 27'' : 3 + 25° 6' . 8 =
213° 24' 29''

e. 13° 23' 3'' . 2 + 92° 12' : 4 =
49° 49' 6''

f. (58° 17' + 13° 49' 28'') . 6 – 108° =
324° 38' 48''

10. Tengan en cuenta el valor de los ángulos y resuelvan.

$\hat{\alpha}$ = 137°; $\hat{\beta}$ = 102° 17' 23''; $\hat{\omega}$ = 15' 47''; $\hat{\lambda}$ = 29° 39''

a. $\hat{\alpha} - \hat{\lambda} + 2\hat{\beta}$ =
312° 34' 7''

b. $\hat{\alpha} + \hat{\omega} - 2\hat{\lambda}$ =
79° 14' 29''

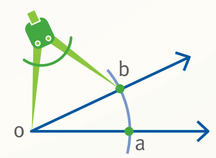
c. $5 \,.\, (\hat{\omega} + \hat{\lambda}) + \hat{\alpha} : 4$ =
180° 37' 10''

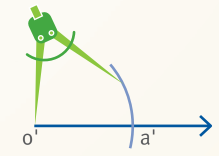
Ángulos congruentes. Bisectriz

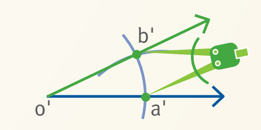
INFOACTIVA

Ángulos congruentes

Para **construir un ángulo congruente a uno dado**, pueden seguir estos pasos:



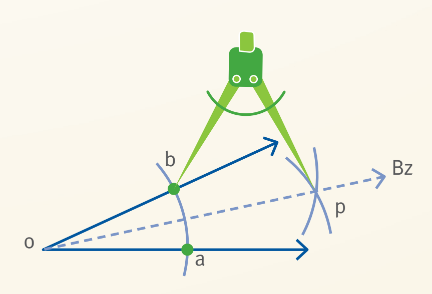




1. Con centro en *o* (vértice del ángulo dato), se dibuja un arco de tal forma que queden determinados los puntos *a* y *b*.
2. Con la misma abertura y con centro en el origen *o'* de una semirrecta, se dibuja un arco de tal forma que quede determinado el punto *a'*.
3. Con el compás se toma la medida de $\widehat{ab}$ (del ángulo dato) y con centro en *a'* se corta al arco anterior en *b'*. Se dibuja $\overrightarrow{o'b'}$ para formar el ángulo.

Bisectriz de un ángulo

Se denomina **bisectriz** de un ángulo a la semirrecta que lo divide en dos ángulos congruentes. Para trazar la bisectriz pueden seguir estos pasos:



1. Con centro en o, se traza un arco que corte a los dos lados del ángulo en los puntos *a* y *b*.
2. Con la misma abertura y con centro en *a* se traza un arco; luego con centro en *b* se traza otro arco que corte al anterior, por ejemplo, en *p*.
3. Se dibuja la semirrecta $\overrightarrow{op}$, que es la bisectriz (se escribe Bz).

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Dibujen un ángulo agudo $\hat{\alpha}$. ¿Cómo se construye un ángulo $\hat{\beta}$ congruente con $\hat{\alpha}$?

b. ¿Qué es la bisectriz de un ángulo?

c. Si se traza la bisectriz de un ángulo $\hat{\alpha}$ = 104° 20', ¿cuánto mide cada ángulo que queda formado?

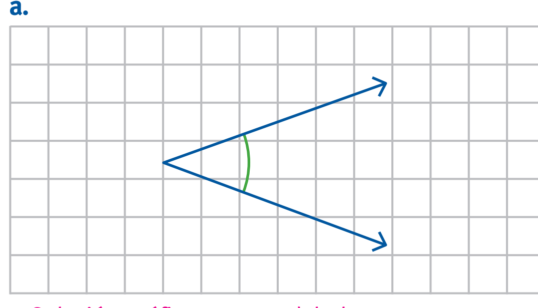
a. Se traza un arco en $\hat{\alpha}$ y otro igual sobre una semirrecta. Luego, se mide el arco de $\hat{\alpha}$ con el compás y se traza un arco que lo corte y que determina el punto por el que pasa el otro lado del ángulo. **b.** Es una semirrecta que divide a un ángulo en dos congruentes. **c.** 104° 20' : 2 = 52° 10'.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

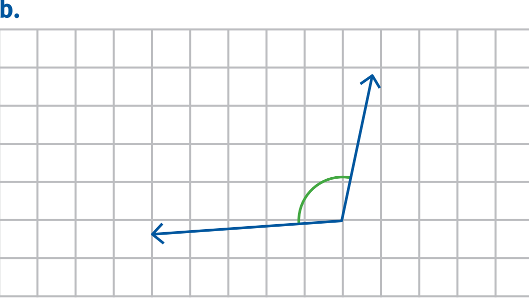
ACTIVIDADES
Ángulos congruentes. Bisectriz

11. **Tracen la bisectriz de cada ángulo.**

a.



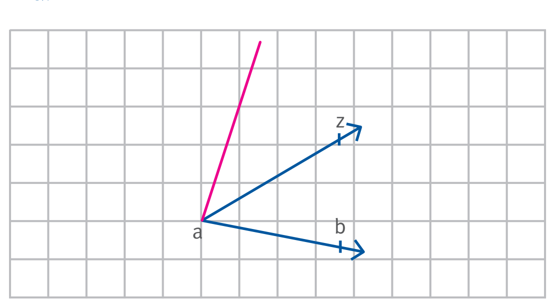
b.



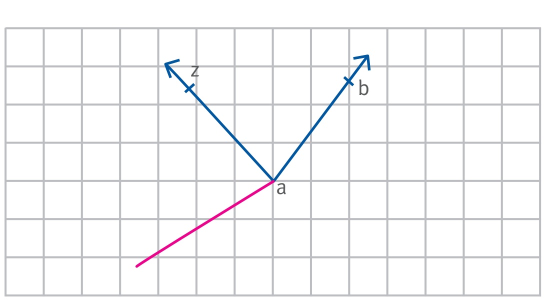
Solución gráfica a cargo del alumno.

12. **Completen el ángulo, teniendo en cuenta que $\overrightarrow{az}$ es la bisectriz y $\overrightarrow{ab}$, uno de los lados.**

a.



b.



13. **Calculen el valor de cada ángulo.**

a. $\hat{\alpha} = 2x + 5$; $\hat{\beta} = 3x - 7$

Bz α β

$x =$ 12º

$\hat{\alpha} =$ 29º

$\hat{\beta} =$ 29º

b. $\hat{\lambda} = 5x - 98º$; $\hat{\pi} = x + 102º$

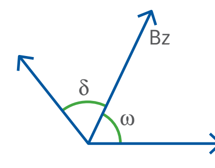


$x =$ 50º

$\hat{\lambda} =$ 152º

$\hat{\pi} =$ 152º

c. $\hat{\delta} = 8x - 33º$; $\hat{\omega} = 2x + 21º$

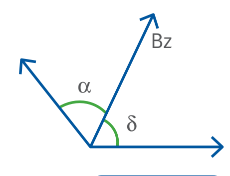


$x =$ 9º

$\hat{\delta} =$ 39º

$\hat{\omega} =$ 39º

d. $\hat{\alpha} = 7x + 112º$; $\hat{\delta} = 35x$



$x =$ 4º

$\hat{\alpha} =$ 140º

$\hat{\delta} =$ 140º

INTEGRACIÓN

14. Realicen las siguientes construcciones.

a. Un sector circular de radio 4 cm y ángulo central de 95°.

b. Dos circunferencias secantes que tengan como centro a los extremos de un segmento dado.

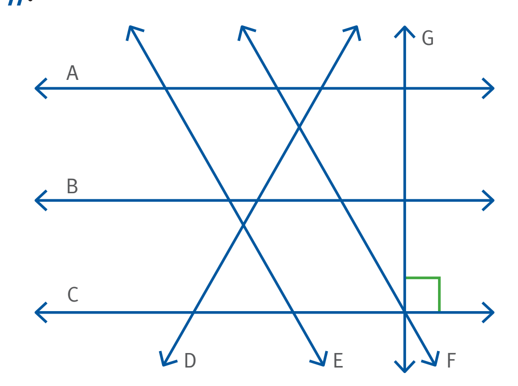
c. Dos circunferencias concéntricas. Una que tenga un radio de 4,5 cm y la otra con un diámetro de 6 cm.

d. Dos circunferencias tangentes que tengan como centro a los extremos de un segmento dado.

e. La mediatriz del segmento que determinan dos puntos dados.

Solución gráfica a cargo del alumno.

15. Observen el gráfico y completen con ∠, ⊥ o //.



a. A // C

b. A ⊥ G

c. B ∠ D

d. E // F

e. G ∠ F

f. G ⊥ B

g. B ∠ E

h. C ∠ D

16. Construyan en una hoja lisa, los segmentos pedidos y luego tracen las mediatrices de cada uno.

a. 3,8 cm

b. 5,7cm

c. 4,1 cm

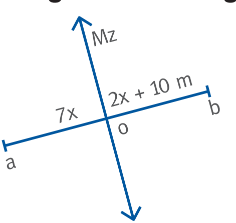
d. 6,3 cm

e. 7,6 cm

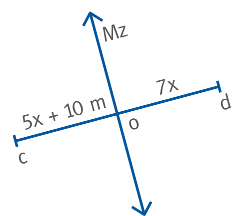
Solución gráfica a cargo del alumno.

17. Calculen la longitud de los segmentos.

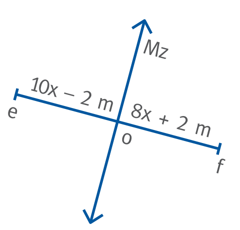
a. x = 2 m
$\overline{ab}$ = 28 m



b. x = 5
$\overline{cd}$ = 70 m



c. x = 2 m
$\overline{ef}$ = 36 m



18. Resuelvan los cálculos combinados.

$\hat{\alpha} = 89° \, 15' \, 27''$; $\hat{\beta} = 72° \, 39''$;
$\hat{\pi} = 28° \, 45'$; $\hat{\omega} = 58' \, 9''$

a. $2 \cdot \hat{\alpha} - 3 \cdot \hat{\omega} =$ 175° 36' 27''

b. $\hat{\beta} + \hat{\pi} - \hat{\alpha} =$ 11° 30' 12''

c. $\hat{\alpha} : 3 - \hat{\pi} =$ 1° 9''

d. $(\hat{\beta} + \hat{\omega}) - 2 \cdot \hat{\pi} =$ 15° 28' 48''

e. $\hat{\alpha} - \hat{\beta} - 3 \cdot \hat{\omega} =$ 14° 20' 21''

f. $2 \cdot \hat{\alpha} - (\hat{\pi} + \hat{\beta}) =$ 77° 45' 15''

g. $(\hat{\alpha} + \hat{\pi}) - (\hat{\beta} + \hat{\omega}) =$ 45° 1' 39''

h. $2 \cdot \hat{\beta} - 2 \cdot (\hat{\pi} + \hat{\omega}) =$ 84° 35'

19. Escriban V (Verdadero) o F (Falso).

a. Los puntos de la mediatriz de un segmento equidistan de los extremos. V

b. La bisectriz divide a un segmento en dos segmentos congruentes. F

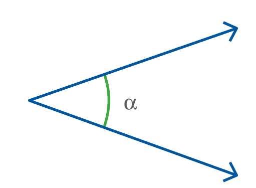
c. Cualquier punto de la bisectriz equidista de los lados del ángulo. V

d. Un grado sexagesimal equivale a 60 segundos sexagesimales. F

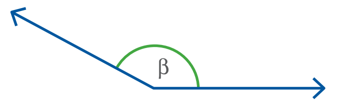
Nombre: ______________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

20. **Copien los siguientes ángulos en una hoja lisa.**

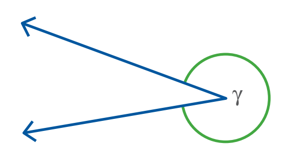
a.



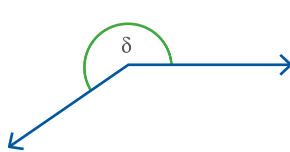
b.



c.



d.



Solución gráfica a cargo del alumno.

21. **Completen con “siempre”, “a veces” o “nunca” según corresponda.**

a. Un punto que pertenece a la mediatriz de un segmento [a veces] forma con los extremos del mismo un triángulo equilátero.

b. La mediatriz [nunca] es paralela al segmento que divide.

c. La bisectriz de un ángulo [siempre] lo divide en dos ángulos congruentes.

d. La bisectriz de un ángulo obtuso [siempre] lo divide en dos ángulos agudos.

e. La bisectriz de un ángulo agudo [siempre] lo divide en dos ángulos agudos.

22. **Construyan en una hoja lisa los ángulos pedidos. Luego, tracen las bisectrices de cada uno.**

a. 50º **b.** 45º **c.** 120º

Solución gráfica a cargo del alumno.

23. **Calculen la medida de los ángulos.**

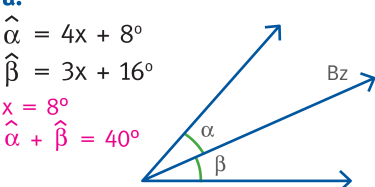
a.

$\hat{\alpha} = 4x + 8^\circ$

$\hat{\beta} = 3x + 16^\circ$

$x = 8^\circ$

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 40^\circ$



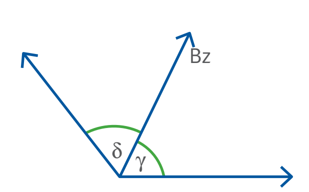
b.

$\hat{\gamma} = 6x$

$\hat{\delta} = 2x + 40^\circ$

$x = 10^\circ$

$\hat{\delta} + \hat{\gamma} = 60^\circ$



c.

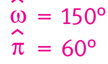
$\hat{\omega} = 5x + 70^\circ$

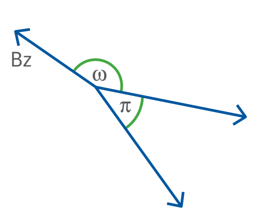
$\hat{\pi} = 10x - 100^\circ$

$x = 16^\circ$

$\hat{\omega} = 150^\circ$

$\hat{\pi} = 60^\circ$





d.

$\hat{\lambda} = 6x + 44^\circ$

$\hat{\varepsilon} = 3x - 10^\circ$

$x = 28^\circ$

$\hat{\lambda} = 212^\circ$

$\hat{\pi} = 74^\circ$

Bz ε λ

24. **Calculen el valor de cada ángulo interior del romboide abcd.**

$\overrightarrow{ac}$ es bisectriz de $b\hat{a}d$.

$\overrightarrow{ca}$ es bisectriz de $b\hat{c}d$.

$c\hat{a}d = 33^\circ\ 41'\ 24''$;

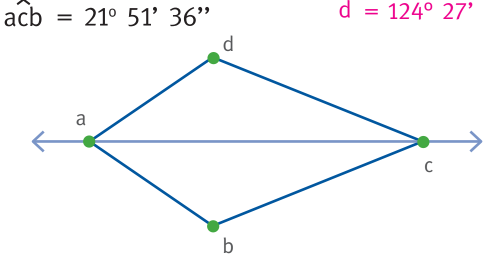
$a\hat{c}b = 21^\circ\ 51'\ 36''$

$\hat{a} = 67^\circ\ 22'\ 48''$

$\hat{b} = 124^\circ\ 27'$

$\hat{c} = 43^\circ\ 43'\ 12''$

$\hat{d} = 124^\circ\ 27'$



25. **Resuelvan.**

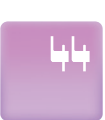
En una plaza hay una fuente y una estatua a 7 m de distancia. Se quiere colocar un banco que se encuentre a 4 m de la fuente y a 5 m de la estatua. Realicen un gráfico que represente la situación. ¿Cuántos lugares posibles hay?

2 lugares.

















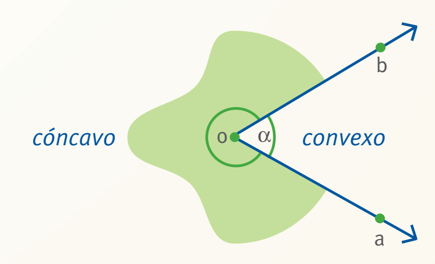


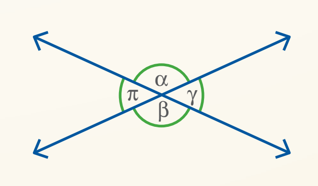
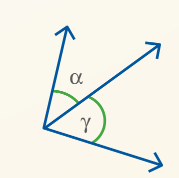
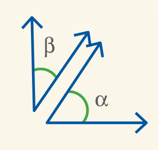
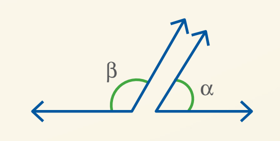


Clasificación de ángulos

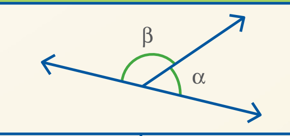
INFOACTIVA

Un **ángulo** es **cóncavo** cuando es mayor que un llano. Es **convexo** cuando es menor.



Según su posición	
Opuestos por el vértice: tienen el vértice en común y sus lados son semirrectas opuestas.	**Consecutivos**: tienen el vértice y un lado en común.
	
Según su medida	
Complementarios: la suma es igual a 1 recto.	**Suplementarios**: la suma es igual a 1 llano.
	

Adyacentes: son consecutivos y suplementarios.



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Dos ángulos suplementarios, ¿siempre son adyacentes?

b. Dos ángulos adyacentes, ¿siempre son suplementarios?

c. ¿Cuál es el complemento de $\widehat{\alpha}$ = 30º 12'? ¿Y el complemento de 0º?

d. ¿Cuál es el suplemento de $\widehat{\beta}$ = 105º? ¿Y el suplemento de 0º?

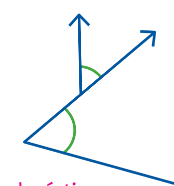
a. No, porque para ser adyacentes, además de suplementarios, deben ser consecutivos. **b.** Sí.
c. 59º 48'; 90º. **d.** 75º; 180º.

Nombre: ______________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES
Clasificación de ángulos

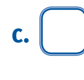
26. **Marquen con una X los pares de ángulos consecutivos. Expliquen la respuesta.**

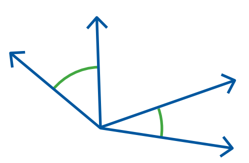
a. ☐



No comparten el vértice.

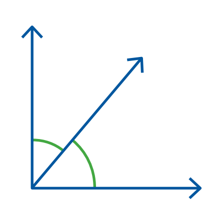
c. ☐





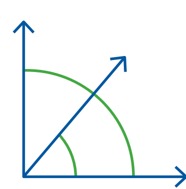
Comparten sólo el vértice.

b. X



Comparten el vértice y un lado.

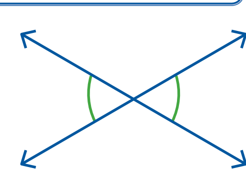
d. ☐



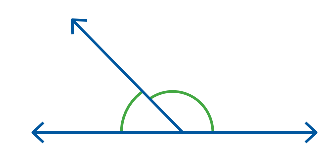
Comparten el vértice, dos lados y los puntos interiores.

27. **Completen con "opuestos por el vértice", "suplementarios", "complementarios", cuando corresponda.**

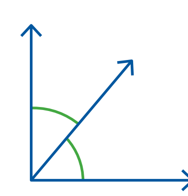
a. Opuestos por el vértice



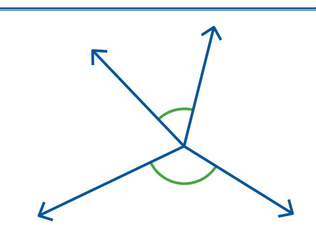
c. Suplementarios



b. Complementarios



d. Suplementarios



28. **Escriban V (Verdadero) o F (Falso).**

a. Dos ángulos son suplementarios si suman 90º. F

b. Los ángulos adyacentes pueden ser no consecutivos. F

c. Los ángulos opuestos por el vértice son suplementarios. F

d. Los ángulos consecutivos tienen un vértice y un lado en común. V

e. Los ángulos complementarios son consecutivos. F

f. Algunos ángulos adyacentes son complementarios. F

29. **Escriban en lenguaje simbólico.**

a. El complemento de $\hat{\alpha}$. $90° - \hat{\alpha}$

b. El suplemento de $\hat{\beta}$. $180° - \hat{\beta}$

c. La tercera parte del suplemento de $\hat{\omega}$. $(180° - \hat{\omega}) : 3$

d. El complemento del triple de $\hat{\lambda}$. $90° - 3 . \hat{\lambda}$

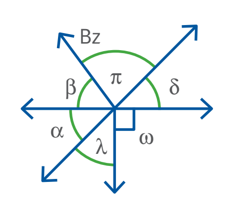


30. Completen el cuadro.

Dibujo de la situación	Incógnita	Justificación
$\hat{\varepsilon} = 39°$	$\hat{\lambda} = 51°$	$\hat{\varepsilon} + \hat{\lambda} + 90° = 180°$ $39° + \hat{\lambda} + 90° = 180°$ $\hat{\lambda} + 129° = 180°$ $\hat{\lambda} = 180° - 129°$ $\hat{\lambda} = 51°$
$\hat{\lambda} + \hat{\pi} = 136°$	$\hat{\omega} = 112°$	$\hat{\lambda} + \hat{\pi} = 136°$ y $\hat{\lambda} = \hat{\pi}$ $\hat{\lambda} + \hat{\lambda} = 136°$ $\hat{\lambda} = 68°$ $\hat{\omega} + \hat{\lambda} = 180°$ $\hat{\omega} + 68° = 180°$ $\hat{\omega} = 180° - 68°$ $\hat{\omega} = 112°$

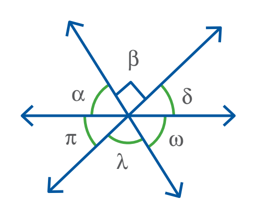
31. Calculen el valor de los ángulos.

a. $\hat{\delta} = 37° \, 49' \, 22''$



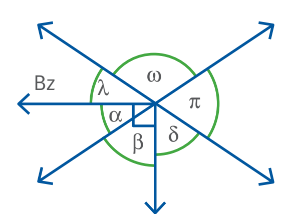
$\hat{\alpha}$ = 37° 49' 22''
$\hat{\beta}$ = 71° 5' 19''
$\hat{\omega}$ = 90°
$\hat{\pi}$ = 71° 5' 19''
$\hat{\lambda}$ = 52° 10' 38''

b. $\hat{\alpha} = 22° \, 15'$



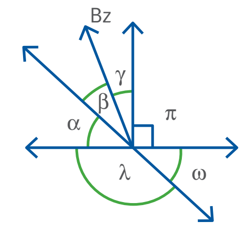
$\hat{\beta}$ = 90°
$\hat{\delta}$ = 67° 45'
$\hat{\omega}$ = 22° 15'
$\hat{\pi}$ = 67° 45'
$\hat{\lambda}$ = 90°

c. $\hat{\beta} = 43° \, 12' \, 18''$



$\hat{\alpha}$ = 46° 47' 42''
$\hat{\lambda}$ = 46° 47' 42''
$\hat{\pi}$ = 93° 35' 24''
$\hat{\delta}$ = 43° 12' 18''
$\hat{\omega}$ = 86° 24' 36''

d. $\hat{\beta} = 19° \, 37' \, 46''$

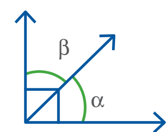


$\hat{\alpha}$ = 50° 44' 28''
$\hat{\lambda}$ = 129° 15' 32''
$\hat{\pi}$ = 90°
$\hat{\omega}$ = 50° 44' 28''
$\hat{\gamma}$ = 19° 37' 46''

Nombre: ____________________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

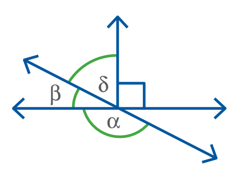
32. Calculen el valor de *x* y la medida de los ángulos.

a. $\hat{\alpha} = x + 30^\circ$
$\hat{\beta} = 2x$



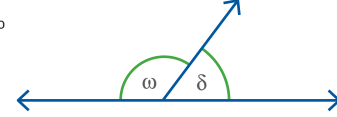
$x = 20^\circ$ $\hat{\beta} = 40^\circ$
$\hat{\alpha} = 50^\circ$

d. $\hat{\beta} = 6x - 25^\circ$
$\hat{\delta} = 3x + 15^\circ$



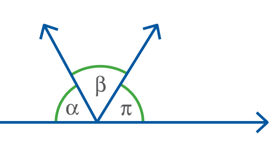
$x = 11^\circ\ 6'\ 40''$ $\hat{\pi} = 41^\circ\ 40'$
$\hat{\alpha} = 138^\circ\ 20'$ $\hat{\delta} = 48^\circ\ 20'$
$\hat{\beta} = 41^\circ\ 40'$

b. $\hat{\alpha} = x$
$\hat{\omega} = x - 23^\circ$



$x = 101^\circ\ 30'$ $\hat{\delta} = 101^\circ\ 30'$
$\hat{\omega} = 78^\circ\ 30'$

e. $\hat{\alpha} = 6x - 10^\circ$
$\hat{\beta} = 5x + 45^\circ$
$\hat{\pi} = 4x - 5^\circ$



$x = 15^\circ$ $\hat{\beta} = 95^\circ$
$\hat{\alpha} = 50^\circ$ $\hat{\pi} = 35^\circ$

c. $\hat{\alpha} = 2x + 20^\circ$
$\hat{\pi} = x + 80^\circ$

$x = 60^\circ$ $\hat{\pi} = 140^\circ$
$\hat{\alpha} = 140^\circ$ $\hat{\delta} = 40^\circ$
$\hat{\beta} = 40^\circ$

f. $\hat{\alpha} = 2x + 25^\circ$
$\hat{\beta} = x - 2^\circ$
$\hat{\pi} = 2x + 17^\circ$

$x = 28^\circ$ $\hat{\pi} = 73^\circ$
$\hat{\alpha} = 81^\circ$ $\hat{\omega} = 154^\circ$
$\hat{\beta} = 26^\circ$ $\hat{\delta} = 26^\circ$

33. Planteen la ecuación y calculen el valor de $\hat{\alpha}$.

a. El triple del complemento de $\hat{\alpha}$ es igual al suplemento de $\hat{\alpha}$.

$3 \,.\, (90^\circ - \hat{\alpha}) = 180^\circ - \hat{\alpha}$ $\hat{\alpha} = 45^\circ$

b. El complemento de $\hat{\alpha}$ es igual al suplemento del triple de $\hat{\alpha}$.

$90^\circ - \hat{\alpha} = 180^\circ - 3 \,.\, \hat{\alpha}$ $\hat{\alpha} = 45^\circ$

c. El quíntuple del complemento de $\hat{\alpha}$ es igual al suplemento de la mitad de $\hat{\alpha}$.

$5 \,.\, (90^\circ - \hat{\alpha}) = 180^\circ - \hat{\alpha} : 2$ $\hat{\alpha} = 60^\circ$

















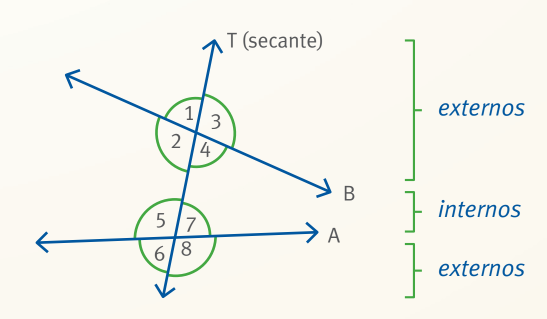


51

Ángulos determinados por dos rectas y una transversal

INFOACTIVA

- Ángulos **correspondientes**: son los pares de ángulos no adyacentes que están en el mismo semiplano respecto de la secante, siendo uno interno y otro externo.
- Ángulos **alternos**: son los pares de ángulos (internos o externos) no adyacentes que están en distintos semiplanos respecto de la secante.
- Ángulos **conjugados**: son los pares de ángulos (internos o externos) que están en el mismo semiplano respecto de la secante.



La recta T es secante porque interseca a A y B; T divide el plano en dos semiplanos.

Por ejemplo:

$\hat{7}$ y $\hat{3}$ son correspondientes.
$\hat{4}$ y $\hat{5}$ son alternos internos.
$\hat{3}$ y $\hat{6}$ son alternos externos.
$\hat{2}$ y $\hat{5}$ son conjugados internos.
$\hat{1}$ y $\hat{6}$ son conjugados externos.

Si las rectas A y B son paralelas, se cumplen las siguientes propiedades:

Los ángulos correspondientes son congruentes.
Los ángulos alternos son congruentes.
Los ángulos conjugados son suplementarios.

FUI A LA CASA DE TOMÁS PARA HACER LA TAREA DE ÁNGULOS Y ME EMPAPÉ.

EN ESTE CASO LO IMPORTANTE ES LA **SECANTE**.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

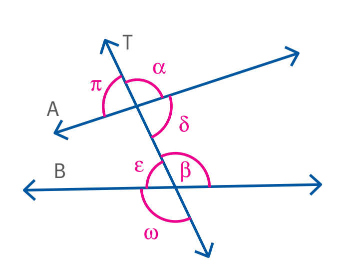
a. Las palabras transversal y secante, ¿tienen el mismo significado?
b. Los ángulos correspondientes, ¿siempre son congruentes?
c. Los ángulos alternos externos entre paralelas, ¿son suplementarios?
d. $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son conjugados internos entre paralelas. Si $\hat{\alpha} = 120°$, ¿cuánto mide $\hat{\beta}$?

a. Sí. **b.** No, solo cuando se encuentran determinados por dos rectas paralelas. **c.** No, son congruentes.
d. 60°.

Nombre: ______________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES
Ángulos determinados por dos rectas y una transversal

34. Dibujen los pares de ángulos pedidos.

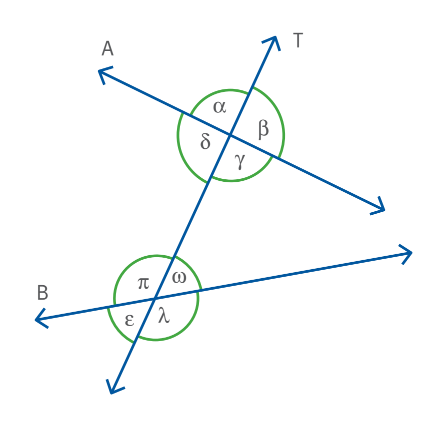


a. Dos ángulos correspondientes $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$.

b. Dos ángulos alternos internos $\hat{\delta}$ y $\hat{\varepsilon}$.

c. Dos ángulos conjugados $\hat{\omega}$ y $\hat{\pi}$.

35. Clasifiquen los ángulos pedidos.



a. $\hat{\pi}$ y $\hat{\lambda}$ son opuestos por el vértice.

b. $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ son adyacentes.

c. $\hat{\alpha}$ y $\hat{\varepsilon}$ son adyacentes.

d. $\hat{\pi}$ y $\hat{\gamma}$ son alternos internos.

e. $\hat{\beta}$ y $\hat{\omega}$ son correspondientes.

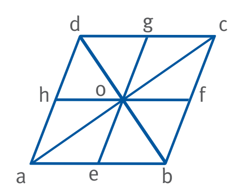
f. $\hat{\varepsilon}$ y $\hat{\beta}$ son alternos externos.

g. $\hat{\gamma}$ y $\hat{\omega}$ son conjugados internos.

h. $\hat{\delta}$ y $\hat{\varepsilon}$ son correspondientes.

36. Marquen los ángulos pedidos. Indiquen las rectas paralelas y la transversal que los determinan.

a. *e*, *f*, *g* y *h* son puntos medios de los lados del paralelogramo abcd.

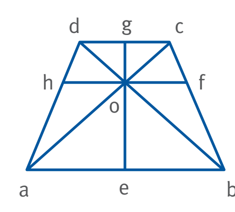


1. Un par de ángulos alternos internos. $a\hat{b}d$ y $b\hat{d}c$

2. Un par de ángulos correspondientes. $b\hat{e}g$ y $f\hat{o}g$

3. Un par de ángulos conjugados internos. $b\hat{a}o$ y $a\hat{o}f$

b. La recta que pasa por *f* y *h* es paralela a las bases del trapecio isósceles abcd.

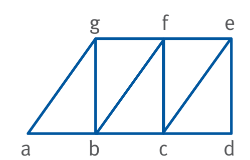


1. Un par de ángulos conjugados internos $e\hat{a}o$ y $a\hat{o}f$

2. Un par de ángulos alternos internos $a\hat{e}g$ y $e\hat{g}c$

3. Un par de ángulos correspondientes $e\hat{b}o$ y $h\hat{o}d$

c. abfg y aceg son paralelogramos y bcfg y bdeg son rectángulos.



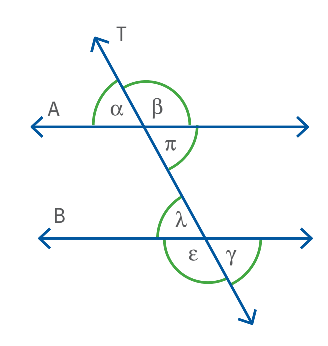
1. Un par de ángulos correspondientes $g\hat{a}b$ y $f\hat{b}c$

2. Un par de ángulos alternos internos $a\hat{b}f$ y $b\hat{f}e$

3. Un par de ángulos conjugados externos $a\hat{b}f$ y $d\hat{c}e$

37. **Calculen la medida de los ángulos. Expliquen la respuesta.**

a. A // B



$\hat{\alpha} = 47°$

$\hat{\beta} =$ 133° adyacente con $\hat{\alpha}$.

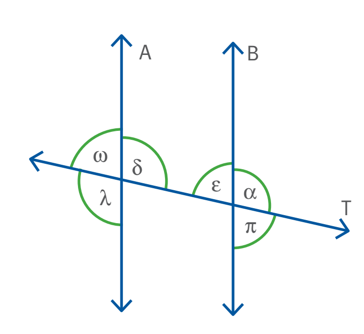
$\hat{\lambda} =$ 133° correspondiente con $\hat{\alpha}$.

$\hat{\varepsilon} =$ 133° conjugado externo con $\hat{\alpha}$.

$\hat{\pi} =$ 47° opuesto por el vértice con $\hat{\alpha}$.

$\hat{\gamma} =$ 47° alterno externo con $\hat{\alpha}$.

b. A // B



$\hat{\delta} = 108° 26'$

$\hat{\varepsilon} =$ 71° 34' conjugado interno a $\hat{\delta}$.

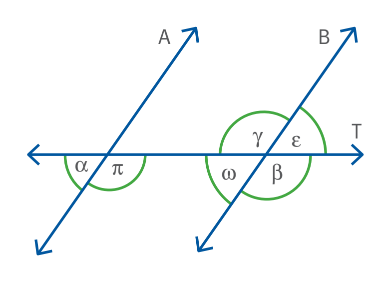
$\hat{\omega} =$ 71° 34' adyacente a $\hat{\delta}$.

$\hat{\lambda} =$ 108° 26' opuesto por el vértice a $\hat{\delta}$.

$\hat{\pi} =$ 71° 34' opuesto por el vértice a $\hat{\varepsilon}$.

$\hat{\alpha} =$ 108° 26' correspondientes a $\hat{\delta}$.

c. A // B



$\hat{\varepsilon} = 39° 52''$

$\hat{\gamma} =$ 140° 59' 8'' adyacente a $\hat{\varepsilon}$.

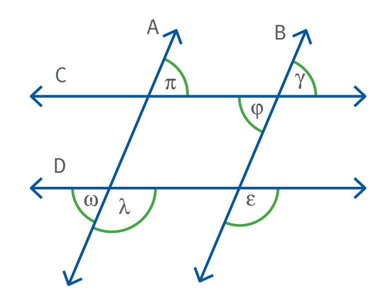
$\hat{\beta} =$ 140° 59' 8'' adyacente a $\hat{\varepsilon}$.

$\hat{\omega} =$ 39° 52'' opuesto por el vértice a $\hat{\varepsilon}$.

$\hat{\alpha} =$ 39° 52'' alterno externo a $\hat{\varepsilon}$.

$\hat{\pi} =$ 140° 59' 8'' adyacente con $\hat{\alpha}$.

d. A // B y C // D



$\hat{\pi} = 56° 41' 5''$

$\hat{\varepsilon} =$ 123° 18' 55' conjugado externo a $\hat{\omega}$.

$\hat{\varphi} =$ 56° 41' 5'' alterno interno a $\hat{\pi}$.

$\hat{\omega} =$ 56° 41' 5'' alterno externo a $\hat{\pi}$.

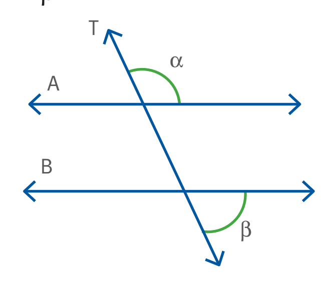
$\hat{\lambda} =$ 123° 18' 55' conjugado externo a $\hat{\pi}$.

$\hat{\gamma} =$ 56° 41' 5'' correspondiente a $\hat{\pi}$.

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

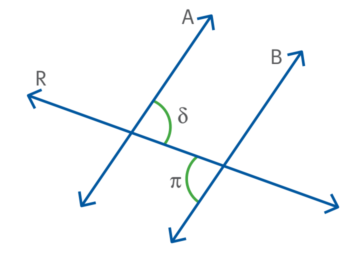
38. **Calculen el valor de *x* y la medida de los ángulos.**

a. A // B
$\hat{\alpha} = 3x + 40°$
$\hat{\beta} = 5x - 20°$



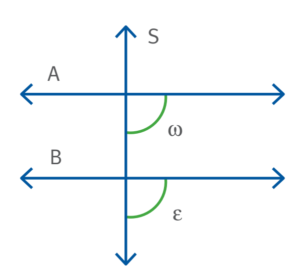
x = 20° $\hat{\alpha}$ = 100° $\hat{\beta}$ = 80°

b. A // B
$\hat{\delta} = 6x - 90°$
$\hat{\pi} = 2x + 10°$



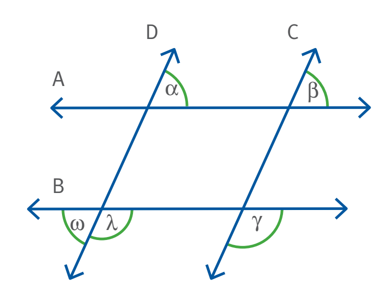
x = 25° $\hat{\delta}$ = 60° $\hat{\pi}$ = 60°

c. A // B
$\hat{\omega} = 7x - 15°$
$\hat{\varepsilon} = 3x + 50°$



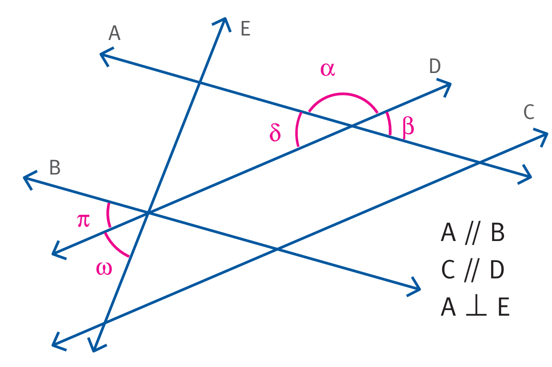
x = 16° 15' $\hat{\omega}$ = 98° 45' $\hat{\varepsilon}$ = 98° 45'

d. A // B y C // D
$\hat{\alpha} = 3x - 23°$
$\hat{\omega} = 8x - 157°$



x = 26° 48' $\hat{\alpha}$ = 57° 24' $\hat{\beta}$ = 57° 24'
$\hat{\lambda}$ = 122° 36' $\hat{\gamma}$ = 122° 36' $\hat{\omega}$ = 57° 24'

39. **Marquen en el siguiente gráfico los pares de ángulos pedidos. Nómbrenlos para poder identificarlos.**



a. Un par de ángulos complementarios.
b. Un par de ángulos suplementarios.
c. Un par de ángulos opuestos por el vértice.
d. Un par de ángulos adyacentes.
e. Un par de ángulos consecutivos y complementarios.

a. $\hat{\pi}$ y $\hat{\omega}$ **b.** $\hat{\pi}$ y $\hat{\alpha}$ **c.** $\hat{\delta}$ y $\hat{\beta}$ **d.** $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ **e.** $\hat{\pi}$ y $\hat{\omega}$

40. **Respondan.**

a. ¿En qué casos los ángulos consecutivos son adyacentes?
b. ¿En qué casos los ángulos adyacentes son consecutivos?
c. ¿En qué casos los ángulos opuestos por el vértice son suplementarios?
d. ¿En qué casos los ángulos opuestos por el vértice son consecutivos?
e. ¿En qué casos los ángulos suplementarios son consecutivos?
f. ¿En qué casos los ángulos complementarios son congruentes?

a. Forman un llano. **b.** Siempre. **c.** Son rectos. **d.** Nunca. **e.** Son adyacentes. **f.** Miden 45°.

41. **Traduzcan al lenguaje simbólico.**

a. El suplemento del doble de $\hat{\alpha}$.
b. El complemento de la cuarta parte de $\hat{\beta}$.
c. El suplemento de la suma de $\hat{\pi}$ y $\hat{\omega}$.
d. El triple del complemento de un ángulo $\hat{\lambda}$.
e. La mitad del suplemento de $\hat{\varepsilon}$.
f. La suma entre el complemento y el suplemento de $\hat{\lambda}$.
g. El adyacente de $\hat{\alpha}$ menos el complemento de $\hat{\beta}$.

a. $180° - 2\hat{\alpha}$ **b.** $90° - \hat{\beta} : 4$ **c.** $180° - (\hat{\pi} + \hat{\omega})$
d. $3 \,.\, (90° - \hat{\lambda})$ **e.** $(180° - \hat{\varepsilon}) : 2$
f. $(90° - \hat{\lambda}) + (180° - \hat{\lambda})$ **g.** $(180° - \hat{\alpha}) - (90° - \hat{\beta})$

42. **Calculen el valor de cada ángulo.**

a. $\hat{\alpha} = x - 37°$
$\hat{\beta} = 2x - 15°$
$x = 47°\ 20'$
$\hat{\alpha} = 10°\ 20'$
$\hat{\beta} = 79°\ 40'$

b. $\hat{\omega} = x + 4°\ 53'$
$\hat{\pi} = 3x + 8°\ 12'$
$x = 41°\ 43'\ 45''$
$\hat{\omega} = 46°\ 36'\ 45''$
$\hat{\pi} = 133°\ 23'\ 15''$

c. $\hat{\alpha} = x + 4°\ 15'$
$\hat{\omega} = 3x - 10°\ 12'$
$x = 7°\ 13'\ 30''$
$\hat{\alpha} = 11°\ 28'\ 30''$
$\hat{\beta} = 168°\ 31'\ 30''$
$\hat{\omega} = 11°\ 28'\ 30''$

d. $\hat{\delta} = x + 4°\ 16'$
$\hat{\pi} = 3x - 10°\ 12'$
$x = 7°\ 14'$
$\hat{\alpha} = 84°\ 15'$
$\hat{\beta} = 84°\ 15'$
$\hat{\omega} = 168°\ 30'$
$\hat{\pi} = 11°\ 30'$
$\hat{\delta} = 11°\ 30$



e. $\hat{\alpha} = 2x + 35°\ 10'$
$\hat{\omega} = 4x + 15°$
$\hat{\pi} = x + 17°\ 39'$
$x = 10°\ 5'$
$\hat{\alpha} = 55°\ 20'$
$\hat{\omega} = 55°\ 20'$ $\hat{\beta} = 96°\ 56'$
$\hat{\lambda} = 96°\ 56'$ $\hat{\pi} = 27°\ 44'$ $\hat{\varepsilon} = 27°\ 44'$

f. $\hat{\alpha} = 5x - 40°$
$\hat{\beta} = 2x + 32°$
$\hat{\omega} = 5x + 10°$
$x = 9°$
$\hat{\alpha} = 5°$
$\hat{\omega} = 55°$
$\hat{\beta} = 50°$
$\hat{\pi} = 125°$

43. **Calculen el valor de $\hat{\beta}$.**

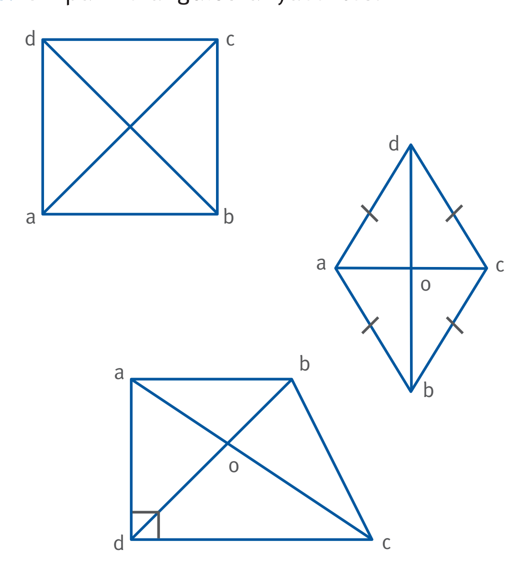
a. La mitad del suplemento de $\hat{\beta}$ es igual a la quinta parte del complemento de $\hat{\beta}$.
b. El suplemento del triple de $\hat{\beta}$ es igual al cuádruple del complemento de $\hat{\beta}$.
c. El adyacente de $\hat{\beta}$ es igual al ángulo $\hat{\beta}$ aumentado en el cuádruple de su complemento.

a. 240° **b.** 180° **c.** 90°

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

44. **Observen las figuras y marquen los pares de ángulos pedidos en cada una.**

a. Un par de ángulos alternos internos.
b. Un par de ángulos conjugados internos.
c. Un par de ángulos opuestos por el vértice.
d. Un par de ángulos suplementarios.
e. Un par de ángulos adyacentes.



Solución a cargo del alumno.

45. **Completen con "siempre", "a veces" o "nunca" según corresponda.**

a. Los ángulos alternos [a veces] son congruentes.

b. Los ángulos alternos entre paralelas [siempre] son congruentes.

c. Los ángulos alternos entre paralelas [a veces] son suplementarios.

d. Los ángulos correspondientes entre paralelas [a veces] son suplementarios.

e. Los ángulos correspondientes entre paralelas [siempre] son congruentes.

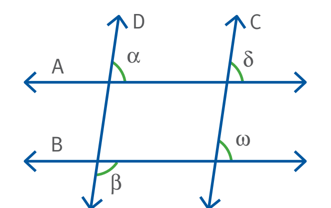
f. Los ángulos correspondientes [nunca] son adyacentes.

g. Los ángulos conjugados [a veces] son suplementarios.

h. Los ángulos conjugados [a veces] son congruentes.

46. **Calculen el valor de cada ángulo. Expliquen las respuestas.**

a. A // B y C // D $\hat{\alpha} = x + 12^\circ\ 25'$
$\hat{\beta} = 3x + 34^\circ\ 27'$

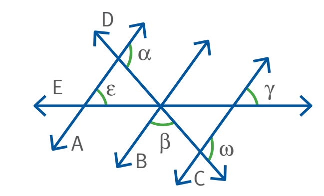


$x = 33^\circ\ 17'$
$\hat{\alpha} = 45^\circ\ 42'$
$\hat{\beta} = 134^\circ\ 18'$
$\hat{\omega} = 45^\circ\ 42'$
$\hat{\delta} = 45^\circ\ 42'$

b. A // B // C $\hat{\alpha} = \frac{3}{4}x + 27^\circ\ 54'$
$\hat{\beta} = 2x + 10^\circ\ 43'$ $\hat{\omega} = 3x$

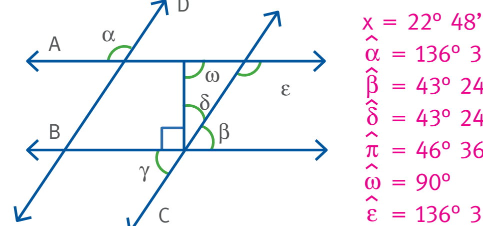
$x = 13^\circ\ 44'\ 48''$
$\hat{\alpha} = 38^\circ\ 12'\ 36''$
$\hat{\beta} = 38^\circ\ 12'\ 36''$
$\hat{\pi} = 138^\circ\ 45'\ 36''$
$\hat{\omega} = 41^\circ\ 14'\ 24''$
$\hat{\delta} = 41^\circ\ 14'\ 24''$
$\hat{\varepsilon} = 141^\circ\ 47'\ 24''$

c. A // B // C $\hat{\alpha} = 5x + 21^\circ\ 5'$
$\hat{\omega} = 3x + 42^\circ\ 5'$ $\hat{\gamma} = \frac{13}{5}x$



$x = 10^\circ\ 30'$
$\hat{\alpha} = 73^\circ\ 35'$
$\hat{\beta} = 106^\circ\ 25'$
$\hat{\gamma} = 27^\circ\ 18'$
$\hat{\omega} = 73^\circ\ 35'$
$\hat{\varepsilon} = 27^\circ\ 18'$

d. A // B y C // D
$\hat{\alpha} = 7x - 23^\circ$ $\hat{\beta} = 3x - 25^\circ$



$x = 22^\circ\ 48'$
$\hat{\alpha} = 136^\circ\ 36'$
$\hat{\beta} = 43^\circ\ 24'$
$\hat{\delta} = 43^\circ\ 24'$
$\hat{\pi} = 46^\circ\ 36'$
$\hat{\omega} = 90^\circ$
$\hat{\varepsilon} = 136^\circ\ 36'$

e. A // B // C
$\hat{\alpha} = 3x + 49^\circ$ $\hat{\omega} = 5x + 28^\circ\ 15'$

$x = 10^\circ\ 22'\ 30''$
$\hat{\alpha} = 80^\circ\ 7'\ 30''$
$\hat{\omega} = 80^\circ\ 7'\ 30''$
$\hat{\beta} = 99^\circ\ 52'\ 30''$
$\hat{\lambda} = 99^\circ\ 52'\ 30''$
$\hat{\pi} = 9^\circ\ 52'\ 30''$

AUTOEVALUACIÓN

47. Realicen la construcción en una hoja aparte.

a. Construyan una circunferencia de centro *o* y radio 3,5 cm.

b. Tracen un radio $\overline{oa}$.

c. Tracen una recta R perpendicular al radio $\overline{oa}$ que pase por el punto *a*.

d. Tracen una cuerda $\overline{bc}$.

e. Tracen una recta S paralela a la cuerda $\overline{bc}$ que corte a la circunferencia en dos puntos.

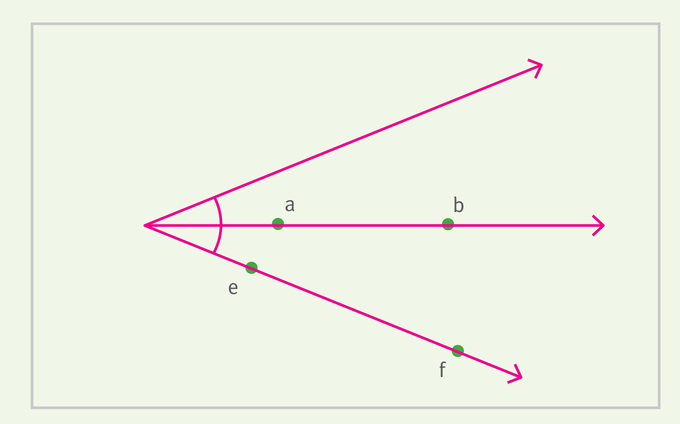
f. Tracen una recta T oblicua a la recta S que no corte a la circunferencia.

Solución gráfica.

48. Lean atentamente y resuelvan.

Los puntos *a* y *b* pertenecen a la bisectriz de un ángulo y los puntos *e* y *f* pertenecen a uno de sus lados.

Dibujen el ángulo correspondiente.



49. Planteen y resuelvan.

a. El triple del complemento de $\hat{\beta}$ es igual a las dos quintas partes de su suplemento.

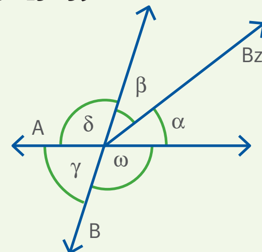
$\hat{\alpha}$ = 76° 9' 14''

b. El suplemento de las tres cuartas partes de $\hat{\beta}$ es igual a la tercera parte de su complemento.

$\hat{\beta}$ = 360°

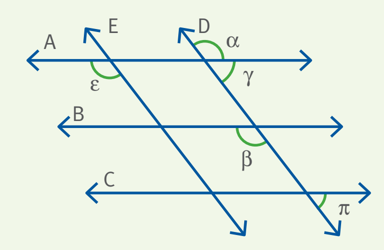
50. Calculen la medida de cada ángulo. Expliquen las respuestas.

a. $\hat{\alpha}$ = x + 18° 12' 32''
$\hat{\delta}$ = 3x + 58° 15' 59''



x =	17° 3' 47''	$\hat{\delta}$ =	109° 27' 22''
$\hat{\alpha}$ =	35° 16' 19''	$\hat{\omega}$ =	109° 27' 22''
$\hat{\beta}$ =	35° 16' 19''	$\hat{\gamma}$ =	70° 32' 38''

b. $\hat{\alpha}$ = 3x + 23° 15''
$\hat{\pi}$ = 2x + 37° 12'

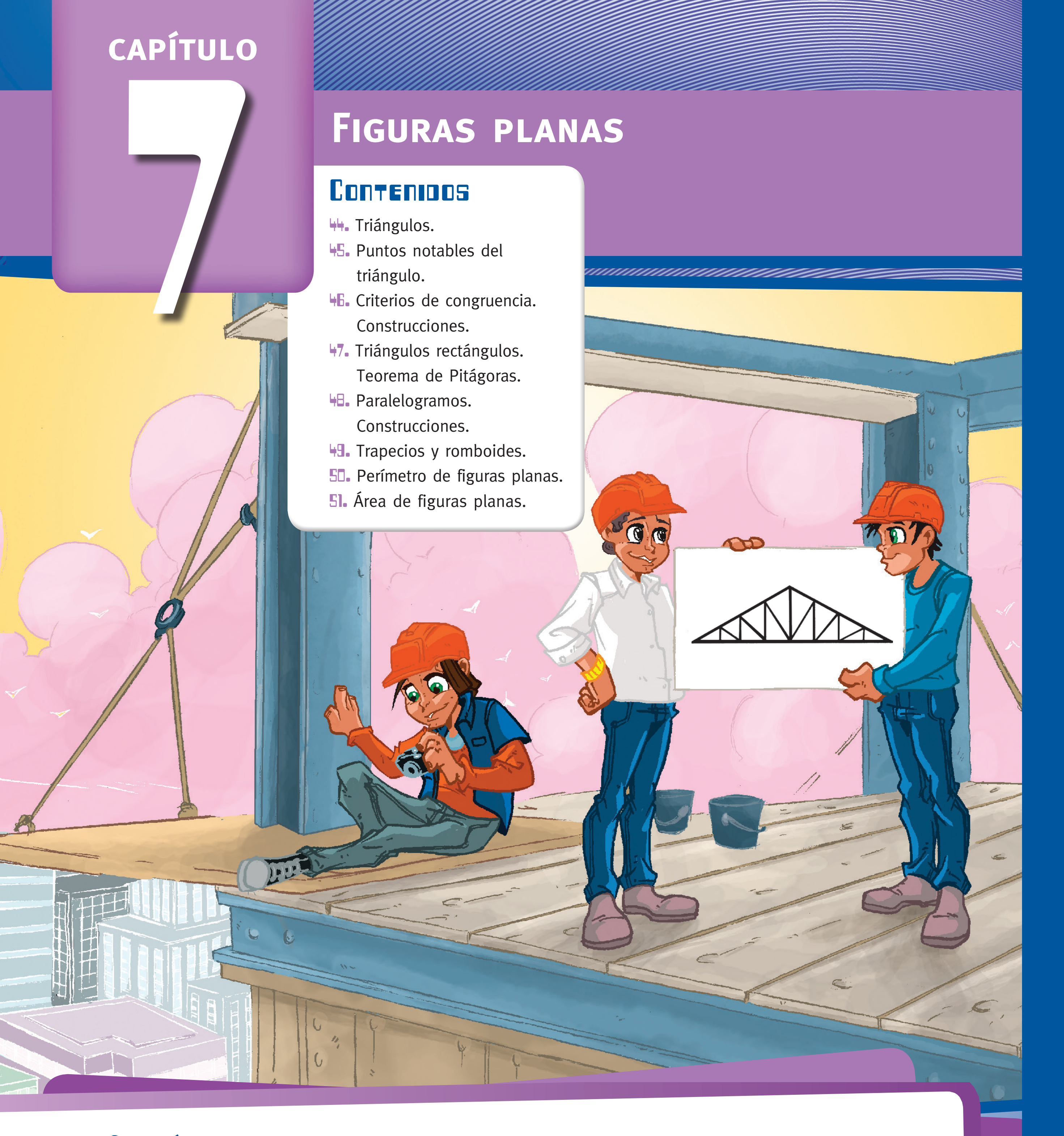


x =	23° 57' 33''	$\hat{\pi}$ =	85° 7' 6''
$\hat{\alpha}$ =	94° 52' 54''	$\hat{\gamma}$ =	85° 7' 6''
$\hat{\beta}$ =	94° 52' 54''	$\hat{\varepsilon}$ =	94° 52' 54''

CAPÍTULO

7 Figuras planas

Contenidos



Situación inicial de aprendizaje

1. Observen la imagen y resuelvan.

a. El siguiente texto tiene datos incorrectos. Léanlo atentamente y escríbanlo en forma correcta.

La estructura que están observando los ingenieros está compuesta por un conjunto de perfiles agrupados geométricamente formando una red de triángulos.

La estructura tiene forma de triángulo equilátero y los tres ángulos interiores son congruentes. En total se pueden observar 14 triángulos de distintos tipos. Solo hay triángulos rectángulos y acutángulos.

b. Comparen el texto que escribieron con sus compañeros.

a. La estructura tiene forma de triángulo isósceles y dos de sus ángulos son congruentes. En total se pueden observar 27 triángulos de distintos tipos. Algunos son obtusángulos, otros son rectángulos y también hay acutángulos.

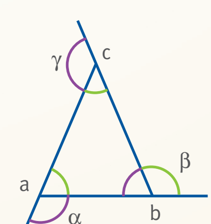
Triángulos

INFOACTIVA

En todo triángulo se cumplen las siguientes propiedades:

- La medida de cada lado es menor que la suma de las medidas de los otros dos.
- La suma de los ángulos interiores es igual a 180º.
- La suma de los ángulos exteriores es igual a 360º.
- Todo ángulo exterior es igual a la suma de los dos interiores no adyacentes.

Esta última propiedad se puede demostrar de la siguiente manera:



$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180º$ $\qquad$ $\hat{\alpha} + \hat{a} = 180º$

Se igualan los primeros miembros.

$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = \hat{\alpha} + \hat{a}$

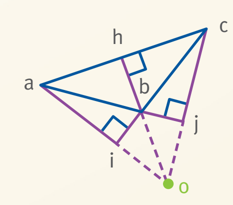
$\hat{\alpha} = \hat{b} + \hat{c}$

De la misma forma,

$\hat{\beta} = \hat{a} + \hat{c}$ y $\hat{\gamma} = \hat{a} + \hat{b}$

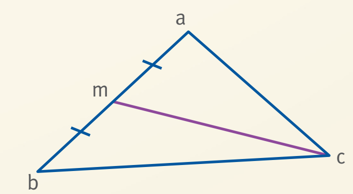
La **altura** correspondiente al lado de un triángulo es un segmento perpendicular al lado, que tiene por extremos al vértice opuesto y a un punto de dicho lado o de su prolongación.

$\overline{cj}$ es la altura de $\overline{ab}$.
$\overline{hb}$ es la altura de $\overline{ac}$.
$\overline{ai}$ es la altura de $\overline{bc}$.



La **mediana** es un segmento que tiene por extremos al punto medio de uno de los lados y al vértice del ángulo opuesto a dicho lado.

$\overline{am} = \overline{mb}$
$\overline{mc}$ es la mediana correspondiente al lado $\overline{ab}$.



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cómo se clasifican los triángulos según sus lados? ¿Y según sus ángulos?

b. ¿A qué es igual la suma de los ángulos interiores en un triángulo escaleno? ¿Y la suma de los ángulos exteriores?

c. Un triángulo rectángulo, ¿puede ser equilátero?

a. Según sus lados: equilátero, isósceles y escaleno. Según sus ángulos: acutángulo, rectángulo, obtusángulo. **b.** A 180º. A 360º. **c.** No. Si fuese posible, por el teorema de Pitágoras $2L^2 = L^2$, y esto no es correcto.

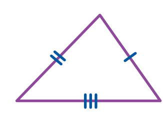
Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____



ACTIVIDADES
Triángulos

1. **Clasifiquen cada triángulo según sus lados y sus ángulos.**

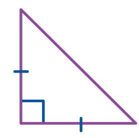
a.



Según sus lados: escaleno

Según sus ángulos: acutángulo

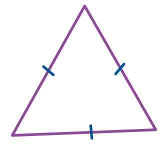
c.



Según sus lados: isósceles

Según sus ángulos: rectángulo

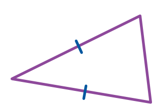
e.



Según sus lados: equilátero

Según sus ángulos: acutángulo

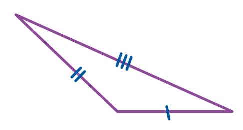
b.



Según sus lados: isósceles

Según sus ángulos: acutángulo

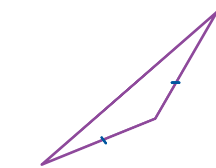
d.



Según sus lados: escaleno

Según sus ángulos: obtusángulo

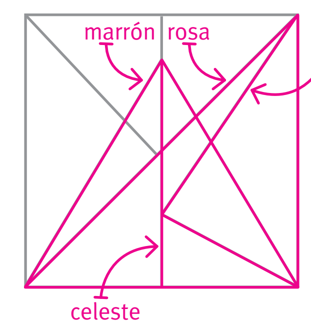
f.



Según sus lados: isósceles

Según sus ángulos: obtusángulo

2. **Marquen los triángulos según los colores indicados.**



- En celeste, un triángulo rectángulo escaleno.
- En marrón, un triángulo isósceles acutángulo.
- En rosa, un triángulo isósceles rectángulo.
- En azul, triángulo escaleno acutángulo.

3. **Completen con “siempre”, “a veces” o “nunca”.**

a. Un triángulo isósceles es equilátero. a veces

b. Un triángulo equilátero es isósceles. siempre

c. Un triángulo rectángulo es isósceles. a veces

d. Un triángulo obtusángulo es rectángulo. nunca

e. Un triángulo rectángulo es escaleno. a veces

f. Un triángulo rectángulo es equilátero. nunca

4. **Coloquen una X en las ternas que pueden representar los lados de un triángulo.**

a. 12 cm, 18 cm y 20 cm X

b. 2 cm, 8 cm y 12 cm ☐

c. 25 cm, 17 cm, 7 cm ☐

d. 45 cm, 34 cm, 40 cm X

5. **Completen con una medida de tal forma que no se pueda formar el triángulo.**

a. $\overline{ab}$ = 10 cm; $\overline{bc}$ = 18 cm; $\overline{ac}$ = 29 cm

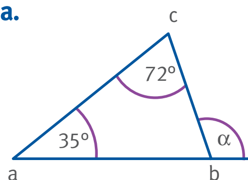
b. $\overline{ab}$ = 12 m; $\overline{bc}$ = 7 m; $\overline{ac}$ = 20 m

c. $\overline{ab}$ = 5 m; $\overline{bc}$ = 13 m; $\overline{ac}$ = 19 m

d. $\overline{ab}$ = 4 m; $\overline{bc}$ = 3 m; $\overline{ac}$ = 9 m

6. **Calculen, cuando sea posible, el valor de los ángulos. Clasifiquen los triángulos según sus ángulos. Expliquen las respuestas.**

a.

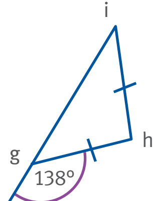


$\hat{\alpha}$ = 107°

$\hat{b}$ = 73°

Acutángulo

c.



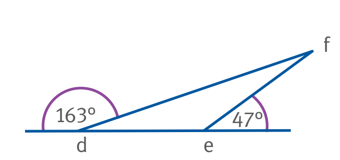
$\hat{g}$ = 42°

$\hat{h}$ = 96°

$\hat{i}$ = 42°

Obtusángulo

b.



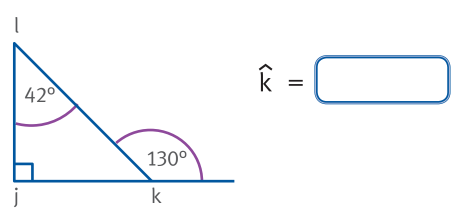
$\hat{d}$ = 17°

$\hat{e}$ = 133°

$\hat{f}$ = 30°

Obtusángulo

d.



$\hat{k}$ =

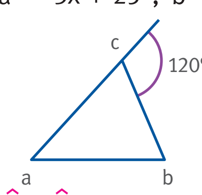
La medida del ángulo exterior no es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes.

7. **Completen teniendo en cuenta que $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ son ángulos exteriores de $\hat{a}$, $\hat{b}$ y $\hat{c}$, respectivamente.**

Ángulos interiores			Ángulos exteriores			Clasificación del triángulo según sus ángulos
$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	
125° 30'	32° 18'	22° 12'	54° 30'	147° 42'	157° 48'	Obtusángulo
24° 18' 30''	90° 18' 15''	65° 23' 15''	155° 41' 30''	89° 41' 45''	114° 36' 45''	Obtusángulo

8. **Calculen el valor de *x* y la medida de los ángulos.**

a. $\hat{a} = 3x + 25°$; $\hat{b} = 2x + 45°$



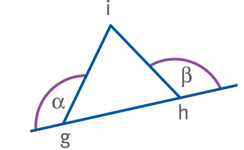
$\hat{a}$ = 55°

$\hat{b}$ = 65°

$\hat{a} + \hat{b} = 120°$

$x = 10°$

c. $\hat{\alpha} = 3x + 21°$; $\hat{\beta} = 230° - 4x$; $\hat{i} = 171° - 5x$



$\hat{\alpha}$ = 96°

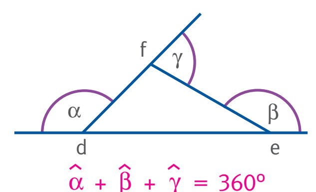
$\hat{\beta}$ = 130°

$\hat{i}$ = 46°

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + (180° - \hat{i}) = 360°$

$x = 25°$

b. $\hat{\alpha} = 3x - 80°$; $\hat{\beta} = 2x + 20°$; $\hat{\gamma} = x - 18°$



$\hat{\alpha}$ = 139°

$\hat{\beta}$ = 166°

$\hat{\gamma}$ = 55°

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 360°$

$x = 73°$

d. $\hat{\alpha} = 82° + x$; $\hat{k} = \frac{1}{5}x + 50°$

$\hat{\alpha}$ = 112°

$\hat{k}$ = 56°

$\hat{l}$ = 56°

$\hat{\alpha} = 2 \, . \, \hat{k}$

$x = 30°$

9. **Resuelvan los siguientes problemas.**

a. ¿Cuáles son las medidas de los lados de un triángulo equilátero si la altura es de 10,4 m y el área es de 62,4 m^2?

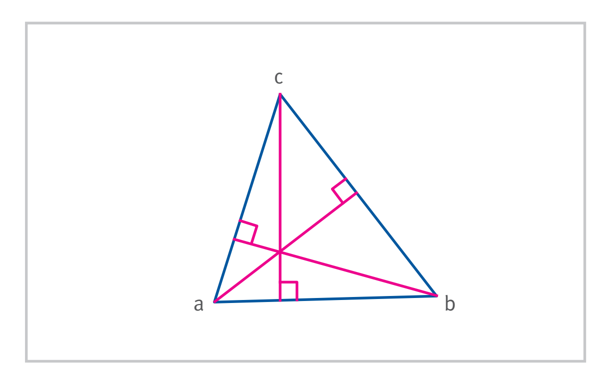
Lado = 12 m.

b. El perímetro de un triángulo isósceles es de 123 m. ¿Cuál es el valor de los lados congruentes si el lado desigual mide 47 m?

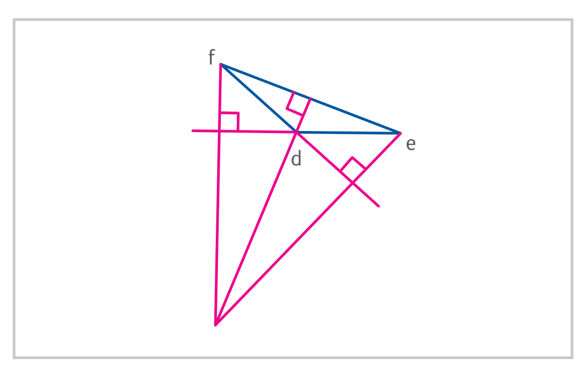
Los lados iguales miden 38 m.

10. **Tracen las alturas de los siguientes triángulos.**

a.



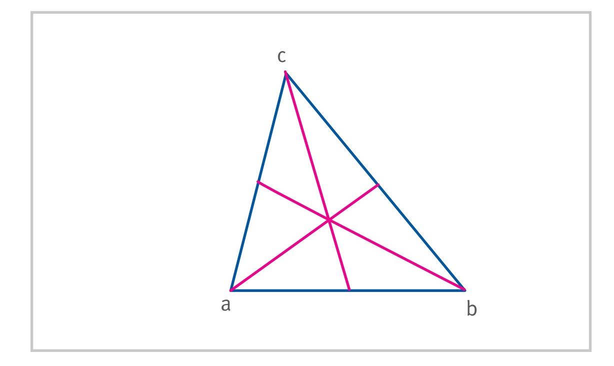
b.



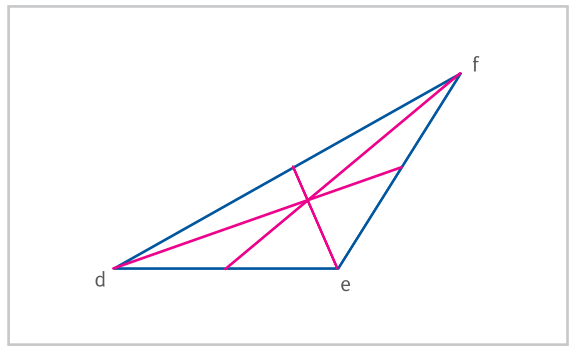


11. **Tracen las medianas correspondientes a cada lado.**

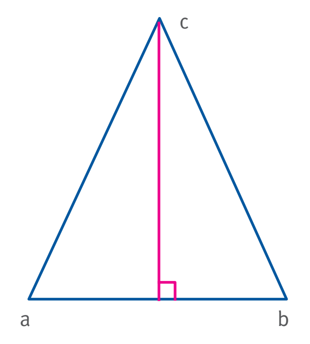
a.



b.



12. **Tracen la altura y la mediana del triángulo isósceles con respecto al lado $\overline{ab}$. Luego, respondan.**



¿Qué observación pueden hacer con respecto a la altura y a la mediana de la base en un triángulo isósceles?

La altura y la mediana de un triángulo isósceles coinciden con respecto al lado distinto de los otros dos.

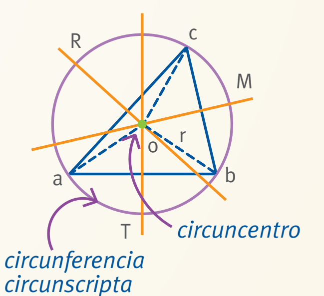
Puntos notables del triángulo

INFOACTIVA

El **circuncentro** es el punto de intersección de las **mediatrices** de un triángulo.

El circuncentro de un triángulo es el centro de la circunferencia circunscripta en el mismo. El radio de la circunferencia es un segmento cuyos extremos son el circuncentro y uno de los vértices del triángulo.

La circunferencia circunscripta en un triángulo es la que pasa por los tres vértices.



El **incentro** es el punto de intersección de las **bisectrices** de un triángulo.

El incentro de un triángulo es el centro de la circunferencia inscripta en el mismo. El radio de la circunferencia es un segmento perpendicular a los lados, cuyos extremos son el incentro y un punto del lado.

La circunferencia inscripta en un triángulo es tangente a cada uno de los lados del mismo.

c
o
b
a
incentro
circunferencia inscripta

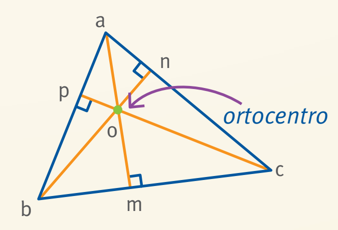
El **baricentro** es el punto de intersección de las **medianas** de un triángulo.

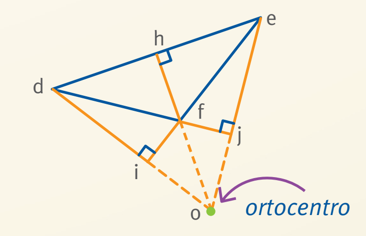
La distancia del baricentro a cualquier vértice del triángulo es igual a los $\frac{2}{3}$ de la longitud total de la mediana correspondiente.

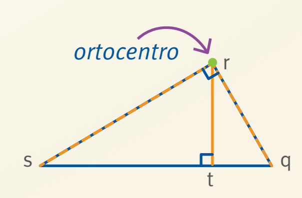
$\overline{ao} = \frac{2}{3}\,\overline{am} \qquad \overline{bo} = \frac{2}{3}\,\overline{br} \qquad \overline{co} = \frac{2}{3}\,\overline{cn}$

b
n
$\frac{2}{3}$
o
m
a
$\frac{1}{3}$
r
c
baricentro

El **ortocentro** es el punto de intersección de las **alturas** de un triángulo.







La **recta de Euler** es la que contiene al ortocentro, al circuncentro y al baricentro.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿En qué tipo de triángulos la altura y la mediatriz coinciden?

b. ¿Por qué al circuncentro se lo llama de esa manera?

a. Por ejemplo, en un triángulo isósceles coinciden la altura y la mediatriz del lado desigual.

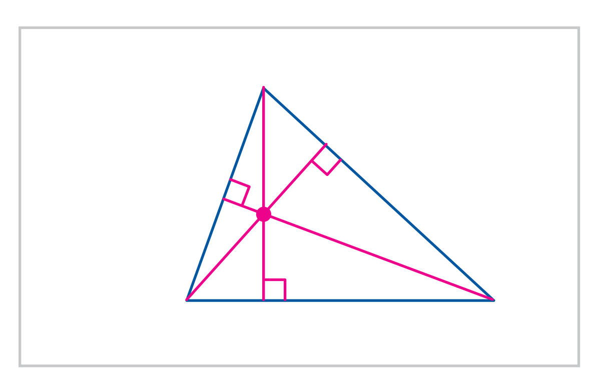
b. Porque es el centro de la circunferencia que pasa por los vértices del triángulo.

Nombre: ______________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

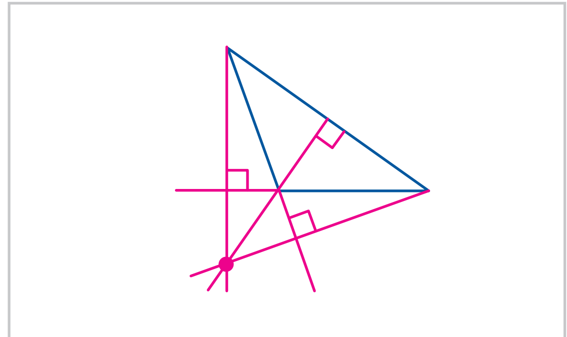


13. **Tracen el ortocentro de los siguientes triángulos.**

a.

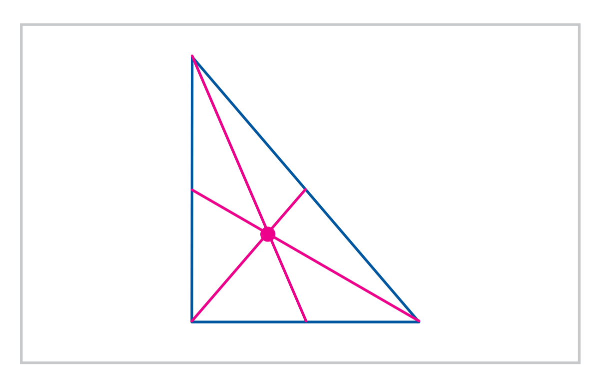


b.

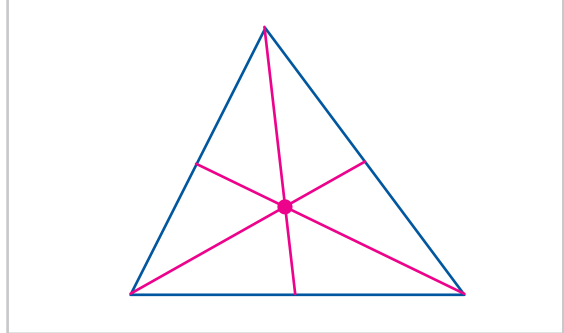


14. **Marquen el baricentro de los triángulos.**

a.

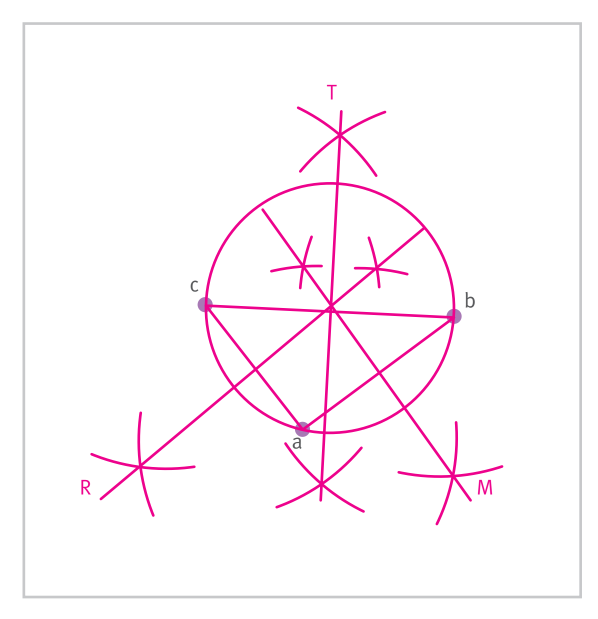


b.

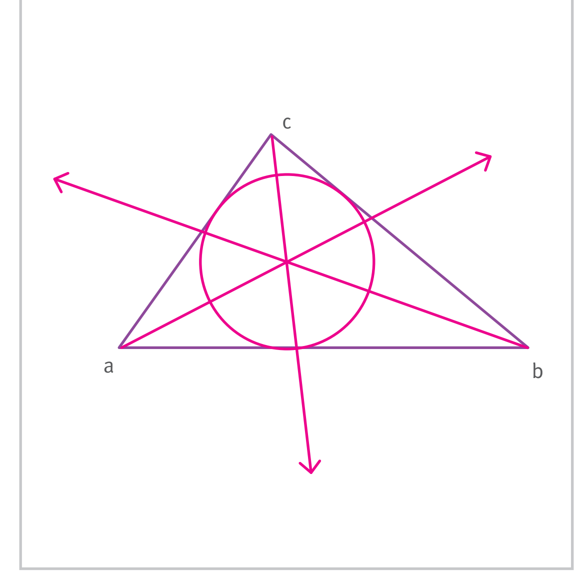


15. **Construyan según lo pedido en cada caso.**

a. Una circunferencia que pase por los tres puntos.



b. Una circunferencia inscripta en el triángulo.



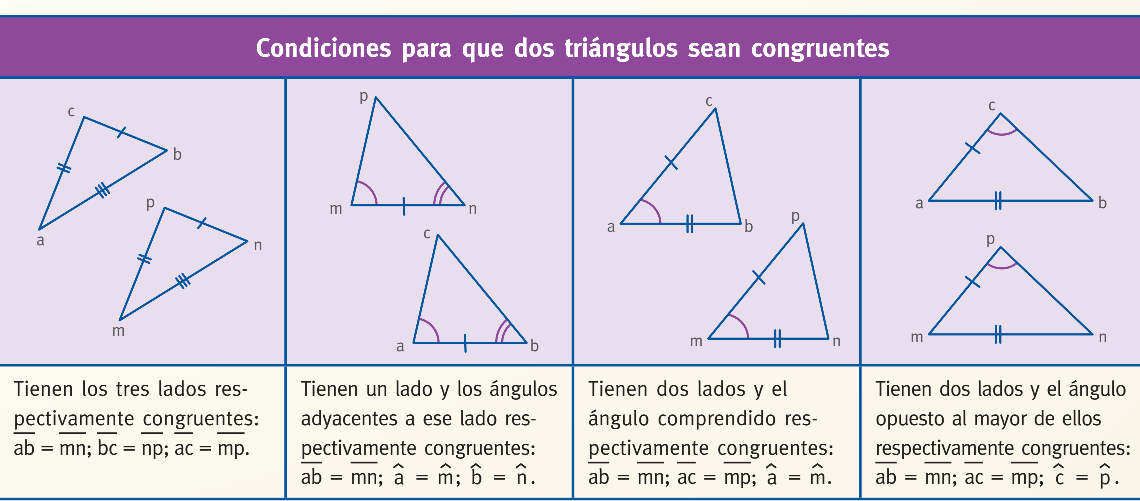
Criterios de congruencia. Construcciones

INFOACTIVA

Criterios de congruencia

Dos triángulos son **congruentes** cuando tienen sus tres lados y sus tres ángulos interiores respectivamente congruentes. Cuando se superponen dos triángulos congruentes, estos coinciden en todos sus puntos.

- Para demostrar si dos triángulos son congruentes, no es necesario comparar todos sus lados y sus ángulos interiores. Existen criterios que permiten asegurar la congruencia teniendo en cuenta algunos de esos elementos.



Condiciones para que dos triángulos sean congruentes			
Tienen los tres lados respectivamente congruentes: $\overline{ab} = \overline{mn}$; $\overline{bc} = \overline{np}$; $\overline{ac} = \overline{mp}$.	Tienen un lado y los ángulos adyacentes a ese lado respectivamente congruentes: $\overline{ab} = \overline{mn}$; $\hat{a} = \hat{m}$; $\hat{b} = \hat{n}$.	Tienen dos lados y el ángulo comprendido respectivamente congruentes: $\overline{ab} = \overline{mn}$; $\overline{ac} = \overline{mp}$; $\hat{a} = \hat{m}$.	Tienen dos lados y el ángulo opuesto al mayor de ellos respectivamente congruentes: $\overline{ab} = \overline{mn}$; $\overline{ac} = \overline{mp}$; $\hat{c} = \hat{p}$.

Construcción de triángulos

Para **construir** un único triángulo, se deben conocer:

- sus tres lados.
- un lado y los dos ángulos adyacentes a ese lado.
- dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.
- dos lados y el ángulo opuesto al mayor de ellos.

Si en uno de estos casos falta alguno de los datos, se pueden construir distintos triángulos.

¡ESTOS DOS TRIÁNGULOS PRIMERO DICEN UNA COSA Y DESPUÉS, OTRA!

ENTONCES MUY CONGRUENTES NO SON...

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Si dos triángulos tienen dos lados y un ángulo congruente, ¿son congruentes?

b. Si dos triángulos tienen los tres ángulos congruentes, ¿son congruentes?

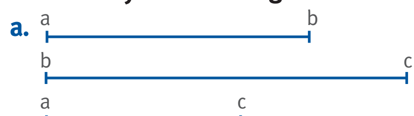
c. Si dos triángulos rectángulos tienen los catetos congruentes, ¿son congruentes?

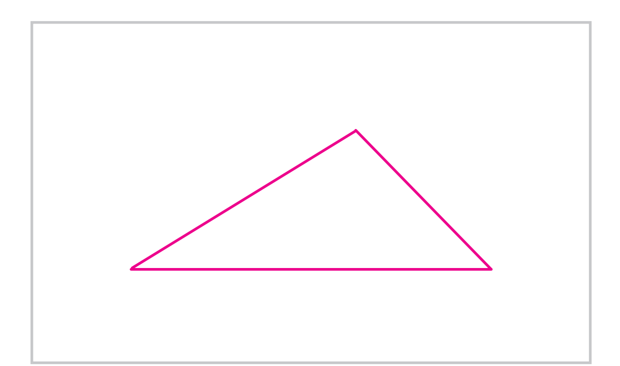
a. No, depende de qué ángulo es el congruente. **b.** No, deben tener un lado congruente entre los dos ángulos respectivamente congruentes. **c.** Sí, porque el ángulo comprendido (90°) es congruente.

Nombre: ____________ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

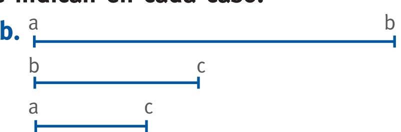
16. **Construyan los triángulos con los datos que se indican en cada caso.**

a.



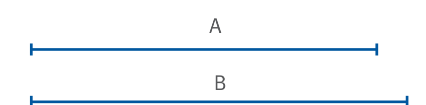


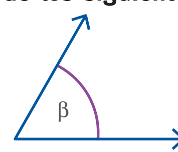
b.



No es posible construir un triángulo con esos lados.

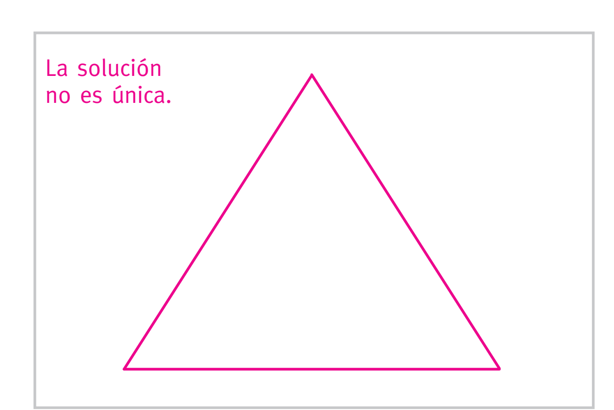
17. **Construyan los triángulos usando al menos dos de los siguientes elementos.**





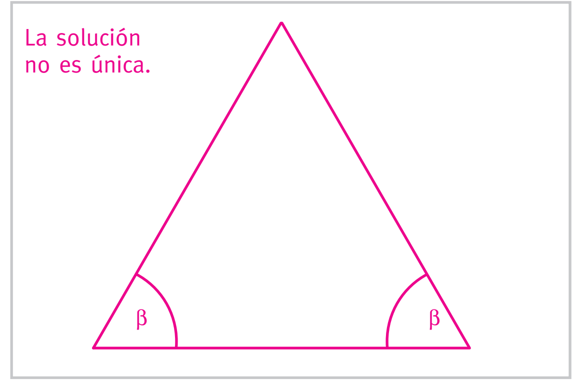
a. Un triángulo isósceles.

La solución no es única.



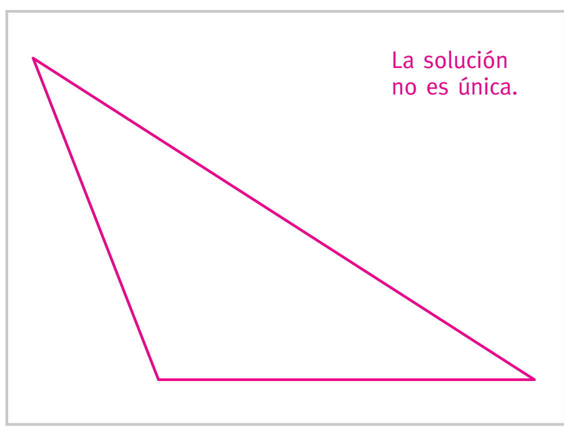
c. Un triángulo isósceles con un ángulo interior congruente al $\hat{\beta}$.

La solución no es única.



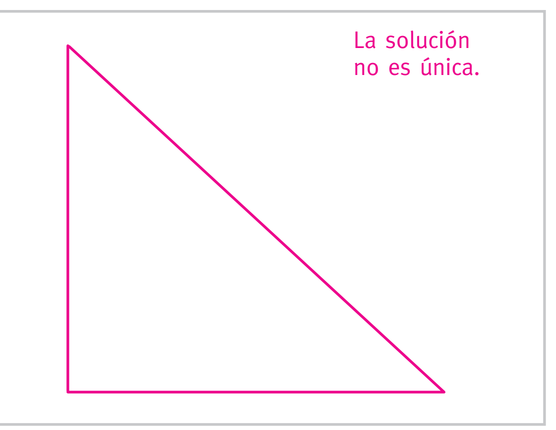
b. Un triángulo obtusángulo.

La solución no es única.



d. Un triángulo rectángulo.

La solución no es única.



18. **Respondan y expliquen la respuesta.**

Los triángulos que se forman trazando una de las diagonales de un rectángulo, ¿son congruentes?

Sí. Por ejemplo, al trazar la diagonal quedan determinados dos triángulos rectángulos que tienen tres lados respectivamentes congruentes (los lados del rectángulo y la diagonal que tienen en común).

19. **Lean atentamente y respondan.**

La profesora de matemática les entregó a sus alumnos una fotocopia que contiene tres segmentos A, B y C.

a. ¿Se pueden dibujar dos triángulos distintos?

No, porque el criterio de congruencia de triángulos dice que si dos triángulos tienen los tres lados respectivamente congruentes, los triángulos son congruentes.

b. ¿Cuántos triángulos distintos se pueden construir usando solo los segmentos A y B?

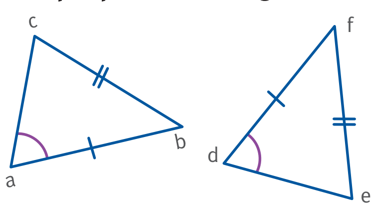
Se pueden construir infinitos triángulos utilizando esas medidas de segmentos, ya que no cumple con ningún criterio de congruencia de triángulos.

c. ¿Cuántos triángulos isósceles distintos se pueden construir usando dos veces el segmento A y una vez el B?

Se puede construir un solo triángulo con esas características ya que cumple con el criterio de congruencia de triángulos.

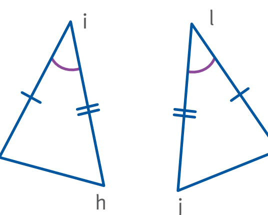
20. **Indiquen qué pares de triángulos son congruentes. Expliquen el criterio utilizado.**

a.



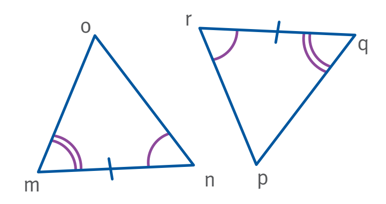
Sí, porque tienen dos lados y el ángulo opuesto al mayor de ellos respectivamente congruentes.

c.



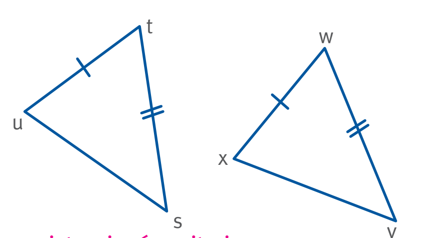
Sí, porque tienen dos lados y el ángulo comprendido respectivamente congruente.

b.



Sí, porque tienen un lado y los dos ángulos adyacentes a esos lados respectivamente congruentes.

d.

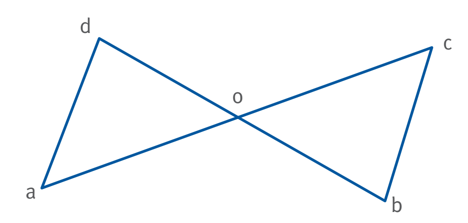


No, no existe ningún criterio que asegure que los triángulos son congruentes.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

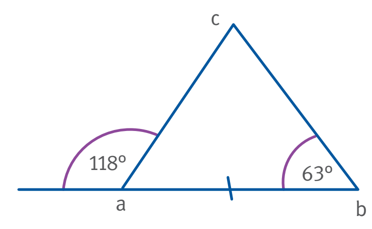
21. Respondan.

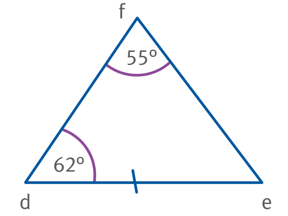
Si *o* es el punto medio de $\overline{ac}$ y $\overline{db}$, ¿se puede asegurar que los triángulos aod y bco son congruentes?



Sí, por el criterio de congruencia de triángulos que dice que dos triángulos son congruentes si tienen dos lados (por punto medio) y el ángulo comprendido (opuesto por el vértice) respectivamente congruentes. (LAL)

22. Indiquen si los triángulos son congruentes. Expliquen la respuesta.

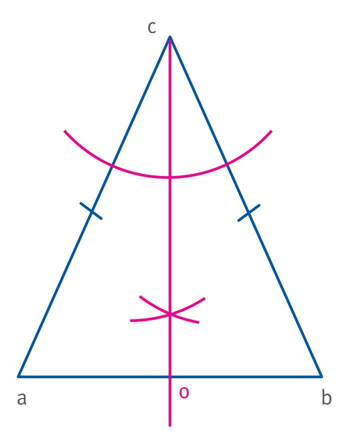




Sí, son congruentes por el criterio de congruencia ALA. $\hat{a} = 62°$ por adyacente al de 118°. $\hat{e} = 63°$ por suma de ángulos interiores ($62° + 55° + \hat{e} = 180°$).

23. Resuelvan.

- Tracen la bisectriz del $\hat{c}$ en el siguiente triángulo isósceles.
- Llamen *o* a la intersección entre la bisectriz y el lado.



a. ¿Cómo son los dos triángulos que quedan determinados por la bisectriz? ¿Por qué?

Son congruentes por el criterio de congruencia LAL.

b. ¿Cuál es la medida de $c\hat{o}a$ y $c\hat{o}b$?

Son ángulos rectos por formar un ángulo llano entre los dos y ser congruentes.

c. Si $\overline{co}$ es perpendicular a $\overline{oa}$ y *o* es punto medio de $\overline{ab}$, ¿qué se puede concluir?

Que además de ser $\overrightarrow{co}$ bisectriz, la recta co es mediatriz y el segmento co es mediana.





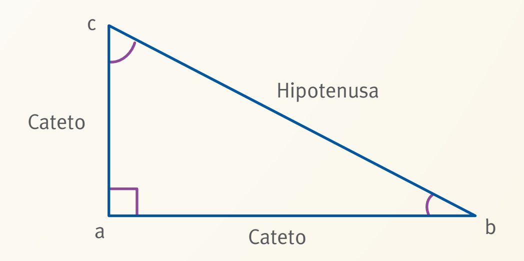





Triángulos rectángulos. Teorema de Pitágoras

INFOACTIVA

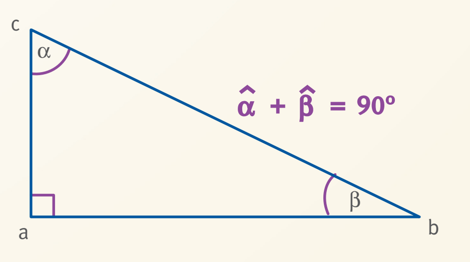
Un **triángulo** es **rectángulo** cuando tiene un ángulo recto.



En los triángulos rectángulos, los lados que forman el ángulo recto se llaman **catetos** y el opuesto al ángulo recto es la **hipotenusa**, que es el mayor de los tres lados.

Los triángulos rectángulos pueden ser escalenos o isósceles, nunca equiláteros.

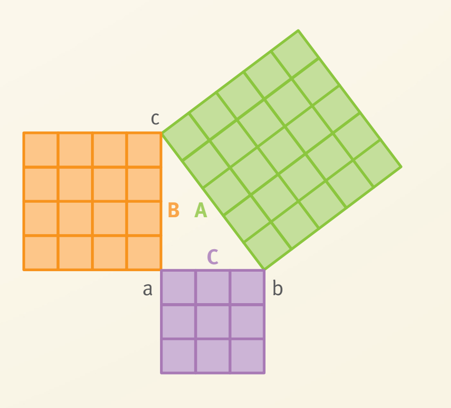
La suma de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es igual a 90°, es decir, son complementarios.





Propiedad pitagórica

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la medida de la hipotenusa es igual a la suma de los dos cuadrados de las medidas de los catetos. Esta relación se denomina **relación pitagórica**



$A^2 = B^2 + C^2$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿A qué lado de un triángulo se lo llama hipotenusa?

b. ¿Se puede aplicar el Teorema de Pitágoras en un triángulo acutángulo?

c. Si se sabe que los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 cm y 4 cm, para obtener la medida de la hipotenusa se hace $H^2 = 3^2 + 4^2$, ¿es cierto que hay dos resultados posibles?

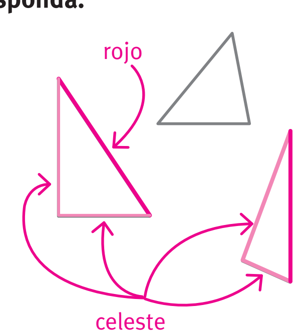
a. Al lado opuesto del ángulo recto de un triángulo rectángulo. **b.** No, el Teorema de Pitágoras solo se aplica en triángulos rectángulos. **c.** No, porque no hay que tener en cuenta el resultado negativo.

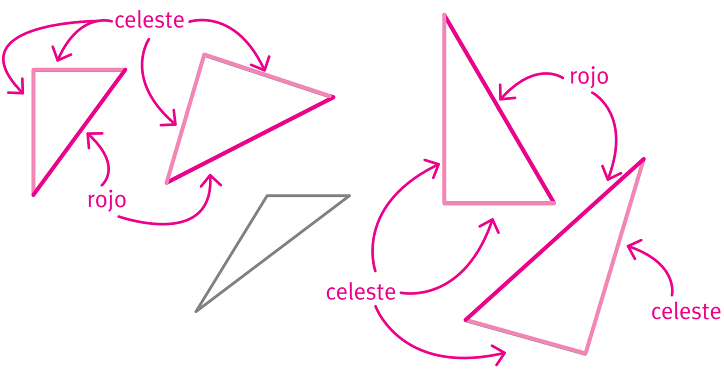
Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____



ACTIVIDADES
Triángulos rectángulos. Teorema de Pitágoras

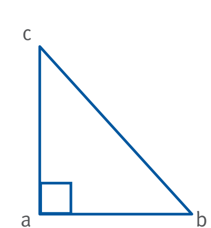
24. **Marquen en cada triángulo la hipotenusa con color rojo y los catetos con celeste, cuando corresponda.**





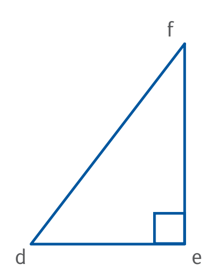
25. **Calculen el valor de los lados que faltan en cada triángulo.**

a. Datos: $\overline{ac}$ = 8 cm
$\overline{ab}$ = 6 cm



$\overline{bc}$ = 10 cm

b. Datos: $\overline{df}$ = 13 m
$\overline{ef}$ = 12 m



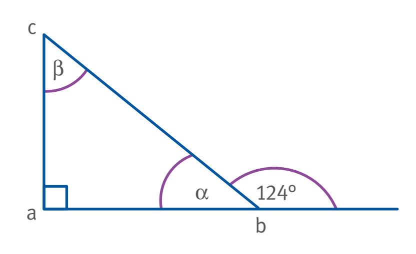
$\overline{de}$ = 5 m

26. **Coloquen una X en las ternas que pueden ser medidas de los lados de un triángulo rectángulo. Expliquen la respuesta.**

a. 8 m, 5 m y 7 m ☐ **b.** 5 m, 4 m y 3 m X **c.** 0,8 cm, 1 cm y 0,6 cm X

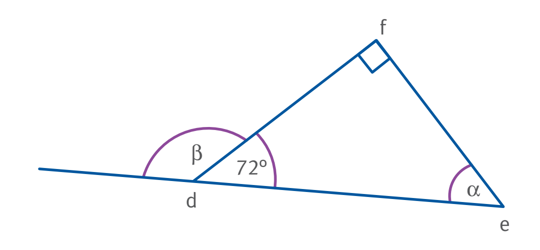
27. **Calculen los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ en los triángulos rectángulos.**

a.



$\hat{\alpha}$ = 56° $\hat{\beta}$ = 34°

b.

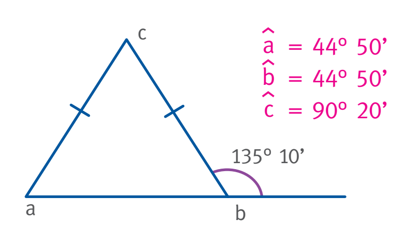


$\hat{\alpha}$ = 18° $\hat{\beta}$ = 108°

INTEGRACIÓN

28. **Calculen la medida de los ángulos interiores de cada triángulo.**

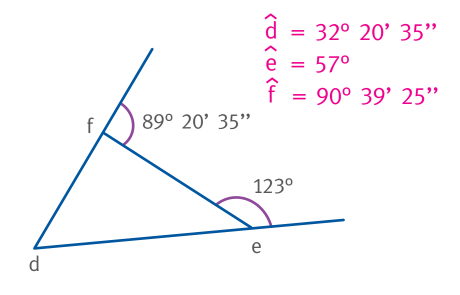
a.



$\hat{a}$ = 44° 50'
$\hat{b}$ = 44° 50'
$\hat{c}$ = 90° 20'

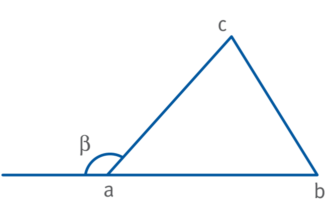
b.

$\hat{d}$ = 32° 20' 35''
$\hat{e}$ = 57°
$\hat{f}$ = 90° 39' 25''



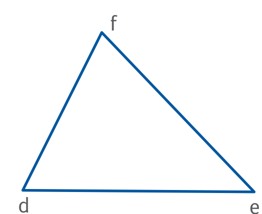
29. **Calculen el valor de *x* y de los ángulos pedidos.**

a. $\hat{\beta}$ = 7x + 20°; $\hat{b}$ = x + 38°; $\hat{c}$ = 2x + 42°



$\hat{\beta}$ = 125°
$\hat{a}$ = 55°
$\hat{b}$ = 53°
$\hat{c}$ = 72°

b. $\hat{d}$ = 2x + 15°; $\hat{e}$ = x + 20°; $\hat{f}$ = 75° – x



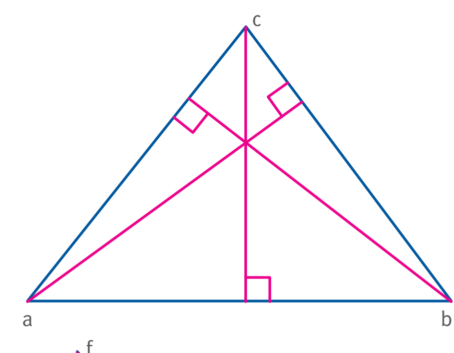
$\hat{d}$ = 85°
$\hat{e}$ = 55°
$\hat{f}$ = 40°

30. **Realicen las siguientes construcciones.**

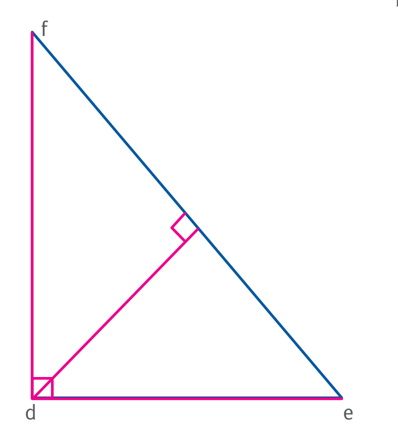
a. Dibujen un triángulo rectángulo y hallen gráficamente el circuncentro.
b. Dibujen un triángulo obtusángulo y hallen gráficamente el ortocentro.
c. Dibujen un triángulo acutángulo y hallen gráficamente el baricentro.
Solución gráfica.

31. **Tracen las alturas de los triángulos.**

a.

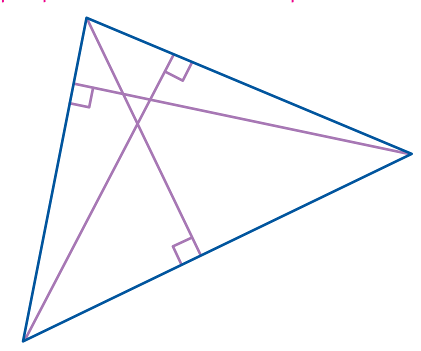


b.

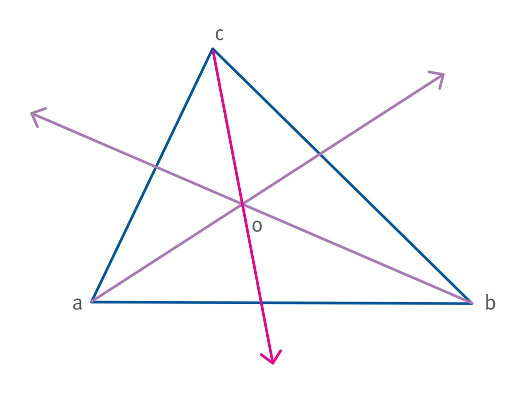


32. **Sin utilizar regla ni escuadra, ¿pueden decir si las alturas se trazaron correctamente?**

No, porque no coinciden en un punto.



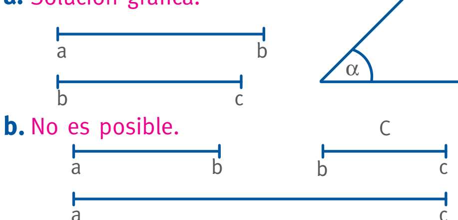
33. **Tracen la bisectriz del ángulo que falta utilizando solo regla. Expliquen cómo lo pensaron.**



Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

34. **Construyan, cuando sea posible, los triángulos teniendo en cuenta los datos.**

a. Solución gráfica.



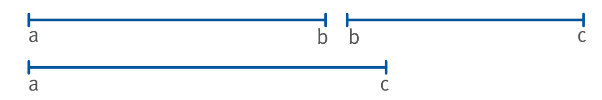
b. No es posible.

C

a b b c

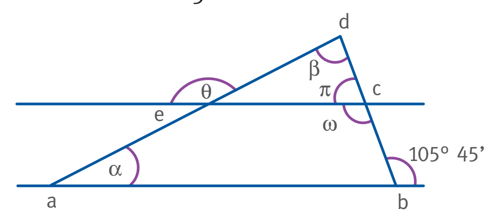
a c

c. Solución gráfica.



35. **Calculen el valor de los ángulos pedidos.**

a. $\overline{ce} \, // \, \overline{ab}$ y $\hat{\alpha} = \frac{1}{3}\,\hat{\omega}$



$\hat{\omega}$ = 105° 45'

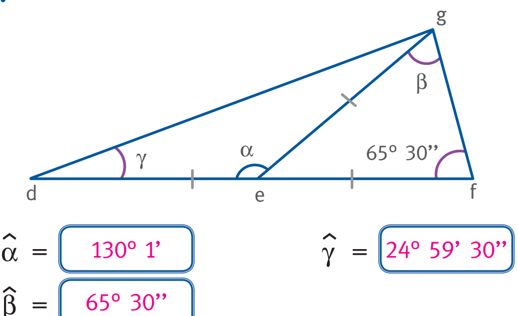
$\hat{\pi}$ = 74° 15'

$\hat{\alpha}$ = 35° 15'

$\hat{\theta}$ = 144° 45'

$\hat{\beta}$ = 70° 30'

b.



$\hat{\alpha}$ = 130° 1'

$\hat{\beta}$ = 65° 30''

$\hat{\gamma}$ = 24° 59' 30''

36. **Coloquen una X en las ternas que pueden ser medidas de los lados de un triángulo rectángulo. Expliquen la respuesta.**

a. 40 cm, 42 cm y 58 cm X

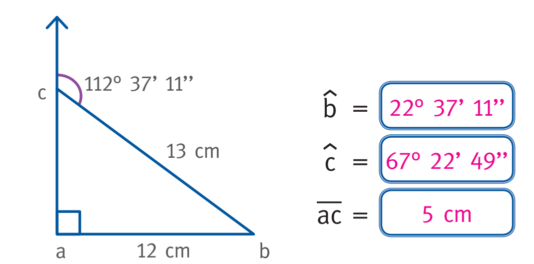
b. 15 cm, 112 cm, 113 cm X

c. 17 cm, 12 cm, 20 cm

d. 1,19 m, 1,2 m, 1,69 m X

37. **Calculen los lados y los ángulos pedidos en cada caso.**

a.

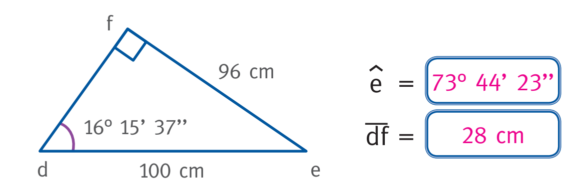


$\hat{b}$ = 22° 37' 11''

$\hat{c}$ = 67° 22' 49''

$\overline{ac}$ = 5 cm

b.



$\hat{e}$ = 73° 44' 23''

$\overline{df}$ = 28 cm

38. **Lean atentamente y respondan.**

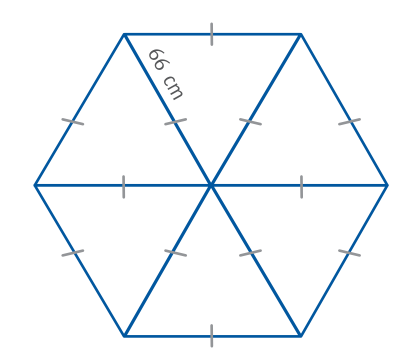
a. Martín quiere calcular la altura de una máquina que tiene en su fábrica. La misma tiene forma de cono y sabe que su radio mide 28 cm y su generatriz, 53 cm. ¿Cuál es la altura de la máquina? 45 cm.

b. Si en un momento del día un faro de 35 m proyecta una sombra de 11 m, ¿cuál es la distancia que hay entre la punta del faro y el extremo de la sombra? 36,69 m.

c. Rubén tiene que cambiar el vidrio de una ventana rectangular de su habitación. Pero cuenta solo con un hilo que mide 90 cm. Si la diagonal tiene la misma medida que el hilo y uno de sus lados es igual a la mitad del hilo, ¿cuáles son las dimensiones de la ventana? Las dimensiones de la ventana son 45 cm por 77,94 cm.

39. **Respondan.**

¿Cuánto mide la apotema del hexágono regular?

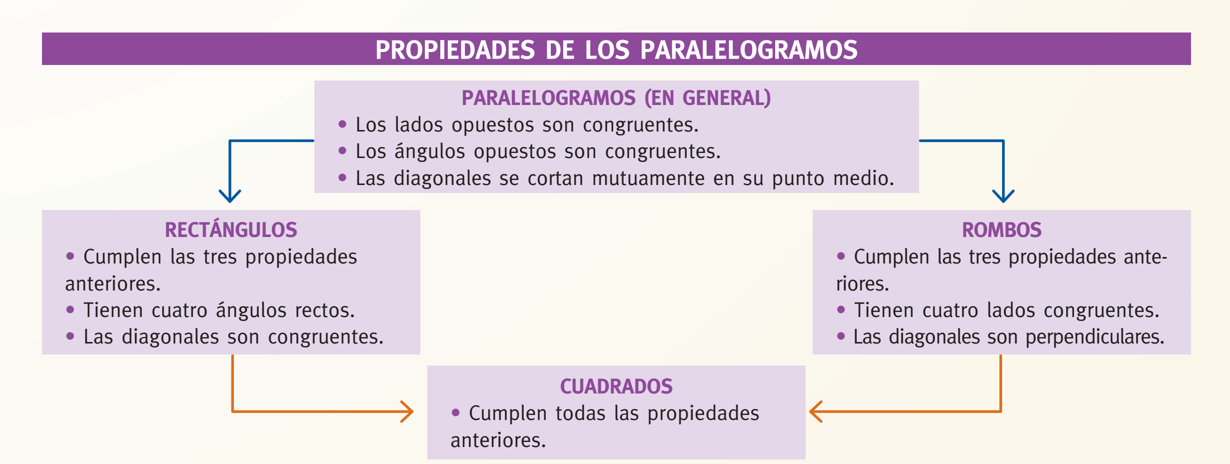


57,16 cm

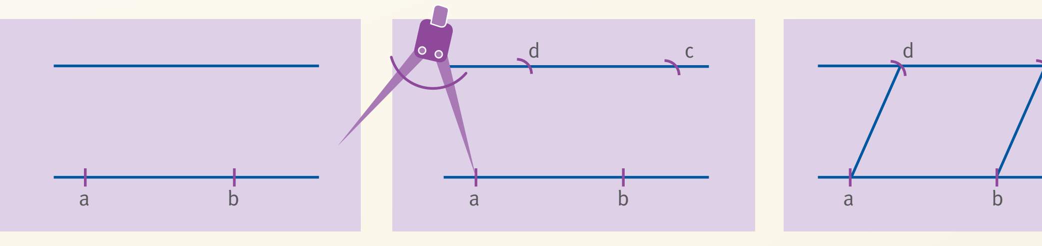
Paralelogramos. Construcciones

INFOACTIVA

Se denomina **paralelogramo** a todo cuadrilátero que tiene sus lados opuestos paralelos. En todo cuadrilátero, la suma de los ángulos interiores es de 360°.



Para **construir un paralelogramo** propiamente dicho con regla, escuadra y compás, pueden seguir estos pasos:



1. Se traza una recta y se determina sobre ella el lado $\overline{ab}$. Se traza una recta paralela a la primera.

2. Se pincha el compás sobre el punto *a* y se determina el punto *d* sobre la recta paralela. Con la misma abertura se pincha el compás en *b* y se determina *c*.

3. Se trazan los segmentos $\overline{ad}$ y $\overline{bc}$ para formar el paralelogramo.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Las diagonales de un cuadrado, ¿son congruentes? ¿Y las del rombo?

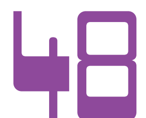
b. Las diagonales de un rectángulo, ¿se cortan mutuamente en su punto medio? ¿Y las del rombo?

c. Un cuadrado, ¿es un rombo?

d. Un rectángulo, ¿es un cuadrado?

a. Sí. No. **b.** Sí. Sí. **c.** Sí. **d.** No.

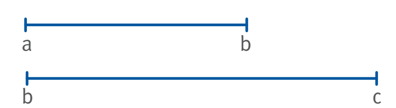
Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

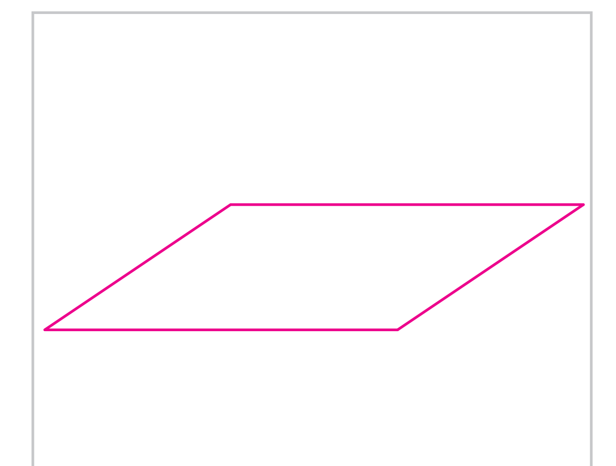


40. Realicen las siguientes construcciones con los datos disponibles. En cada caso, indiquen la cantidad de figuras distintas que se pueden construir.

a. Paralelogramo.



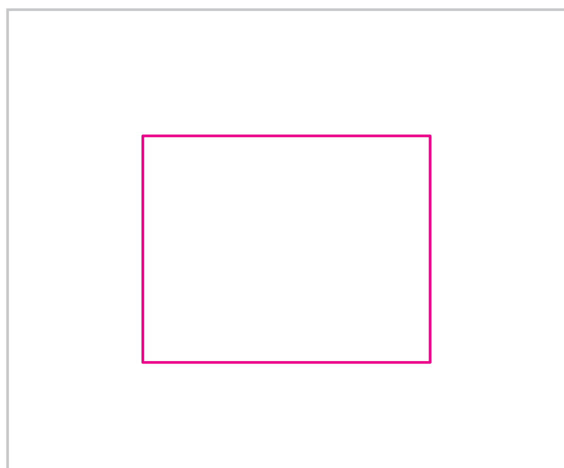




Infinitas figuras distintas.

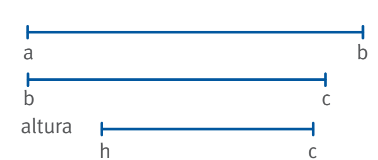
c. Rectángulo.

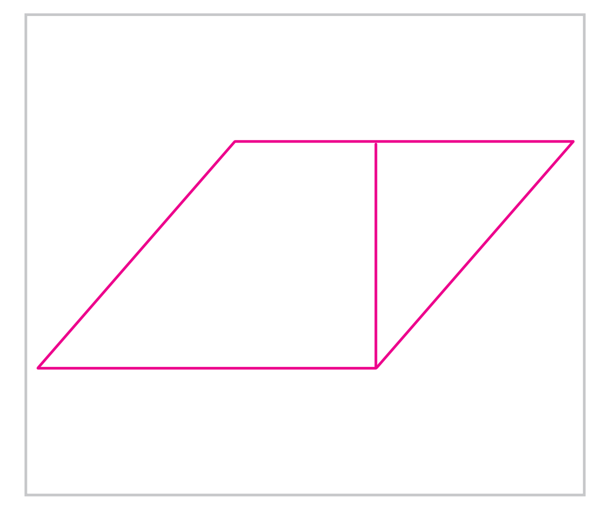




Un único rectángulo.

b. Paralelogramo.



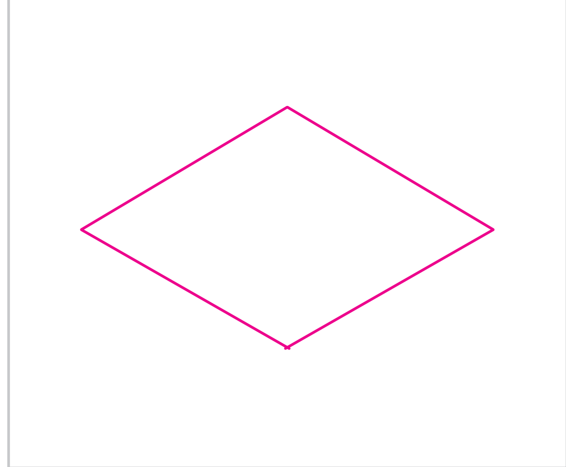


Un único paralelogramo.

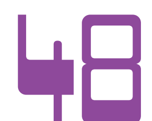
d. Rombo.







Infinitas figuras distintas.



ACTIVIDADES
Paralelogramos. Construcciones

41. Escriban V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda.

a. En un paralelogramo las diagonales son siempre congruentes. F

b. Un cuadrado no es un paralelogramo. F

c. Los lados opuestos en un paralelogramo son siempre congruentes. V

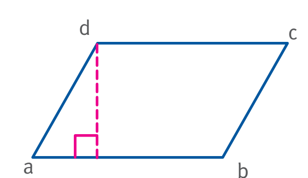
d. Las diagonales en un paralelogramo son siempre perpendiculares. F

e. Las diagonales en un paralelogramo siempre se cortan mutuamente en su punto medio. V

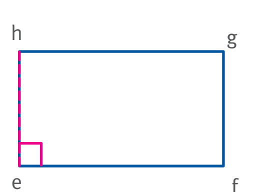
f. Los ángulos opuestos en un paralelogramo no son congruentes. F

42. Tracen las alturas de cada paralelogramo.

a.

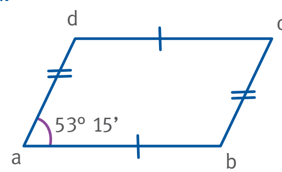


b.



43. Calculen la medida de los ángulos indicados.

a.

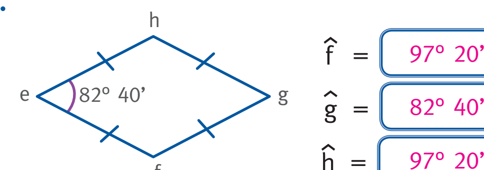


$\hat{b}$ = 126° 45'

$\hat{c}$ = 53° 15'

$\hat{d}$ = 126° 45'

b.



$\hat{f}$ = 97° 20'

$\hat{g}$ = 82° 40'

$\hat{h}$ = 97° 20'

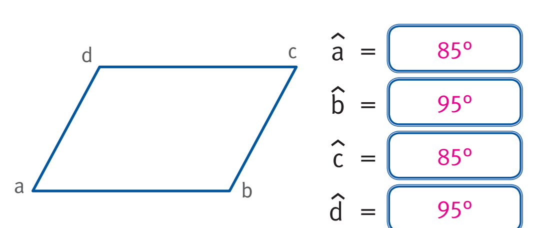
44. Respondan.

¿Es posible que los ángulos de un paralelogramo sean $\hat{a} = \hat{c} = 60°$, $\hat{b} = 150°$ y $\hat{d} = 90°$?

No, porque los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes; en este caso, solo dos son iguales.

45. Calculen el valor de *x* y la medida de los ángulos interiores del paralelogramo.

a. $\hat{a} = 2x + 15°$; $\hat{c} = 3x - 20°$



$\hat{a}$ = 85°

$\hat{b}$ = 95°

$\hat{c}$ = 85°

$\hat{d}$ = 95°

$2x + 15° = 3x - 20°$

$x = 35°$

b. $\hat{e} = x + 6°$; $\hat{f} = 5x - 14°$

g

d f

e

$\hat{d}$ = 142° 40'

$\hat{e}$ = 37° 20'

$\hat{f}$ = 142° 40'

$\hat{g}$ = 37° 20'

$x + 6° + 5x - 14° = 180°$

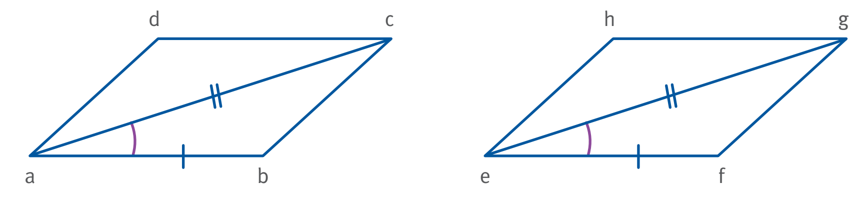
$x = 31° 20'$

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___



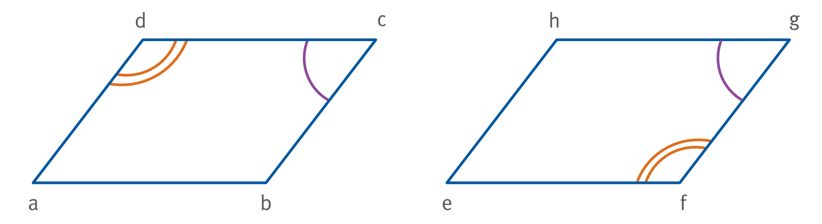
46. **Indiquen si los siguientes paralelogramos son congruentes. Expliquen cómo lo pensaron.**

a.



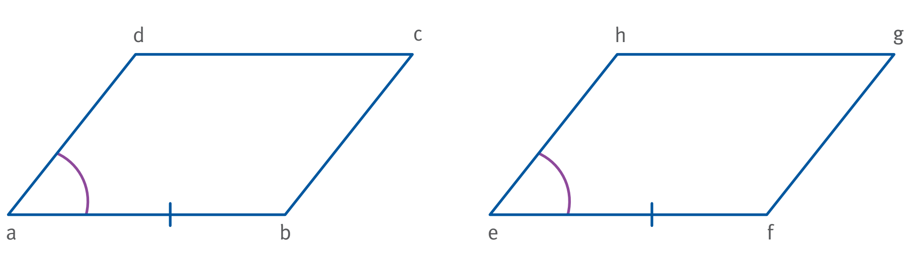
Sí. Por LAL el triángulo abc es congruente con el triángulo efg. Entonces abcd es congruente con efgh.

b.



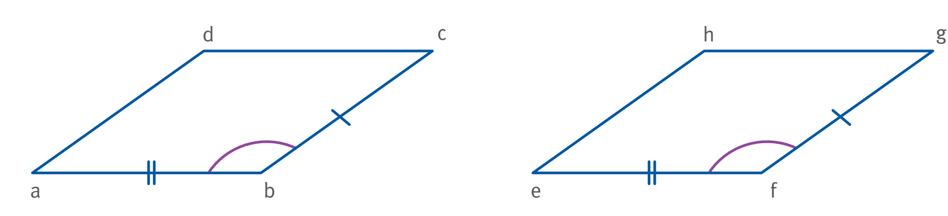
No. No hay datos suficientes.

c.



Sí. Por ALA (ya que al conocer que dos ángulos son iguales, el resto también lo son) $\widehat{abd} = \widehat{efh}$.

d.



Sí. Por LAL el triángulo abc es congruente con afg. Entonces abcd es congruente con efgh.

47. **Escriban V (Verdadero) o F (Falso).**

a. Dos paralelogramos son congruentes si tienen dos ángulos respectivamente congruentes.  F

b. Dos paralelogramos son congruentes si tienen un par de lados respectivamente congruentes.  F

c. Dos paralelogramos son congruentes si tienen sus diagonales respectivamente congruentes.  F

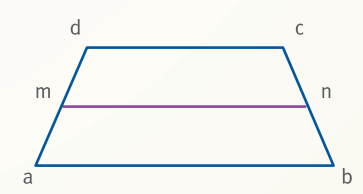
d. Dos paralelogramos son congruentes si tienen dos lados y el ángulo comprendido respectivamente congruentes.  V

e. Dos paralelogramos son congruentes si tienen dos lados no paralelos y la diagonal respectivamente congruentes. V

Trapecios y romboides

INFOACTIVA

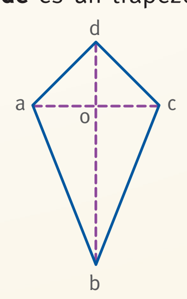
Se denomina **trapecio** a todo cuadrilátero que tiene un solo par de lados paralelos.



$\overline{ab} \,//\, \overline{dc}$
$\overline{ab}$ es la base mayor.
$\overline{dc}$ es la base menor.
$\overline{mn}$ es la base media del trapecio.

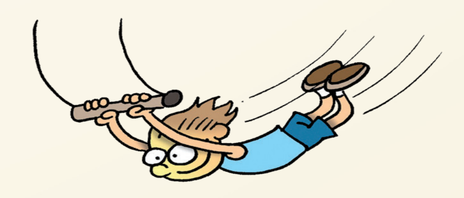
- Se denomina **trapecio isósceles** al que tiene los dos lados no paralelos congruentes.
- Se denomina **trapecio rectángulo** al que tiene dos ángulos rectos.
- La **base media** es el segmento determinado por los puntos medios de los lados no paralelos; su medida es igual a la mitad de la suma de las medidas de las bases.

Se denomina **trapezoide** a todo cuadrilátero que no tiene lados paralelos.
Un **romboide** es un trapezoide que tienen dos pares de lados consecutivos congruentes.



$\overline{bd}$ es la diagonal principal. La diagonal principal de un romboide está incluida en la bisectriz de los ángulos cuyos vértices une (*d* y *b*). La diagonal principal de un romboide está incluida en una recta que es mediatriz de la otra diagonal.





TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Un trapecio, ¿es un paralelogramo?
b. Las diagonales del romboide, ¿se cortan en un punto medio?
c. El trapecio rectángulo, ¿tiene más de un ángulo recto?
d. Con dos ángulos y la altura, ¿cuántos trapecios distintos se pueden construir?

a. No, porque el trapecio tiene solo un par de lados paralelos. **b.** La diagonal principal corta a la otra diagonal en su punto medio. **c.** Sí, tiene solo dos ángulos rectos. **d.** Infinitos trapecios.

Nombre: ______________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

48. **Resuelvan.**

Construyan un trapezoide y un romboide usando diagonales de 5 cm y 2,5 cm. Indiquen cuántas figuras distintas se pueden construir en cada caso.

Solución gráfica.

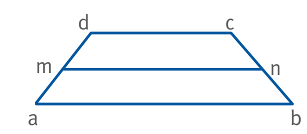
Se pueden construir infinitos romboides. Se pueden construir infinitos trapezoides.

49. **Calculen el valor de *x* y la medida de las bases del trapecio.**

a.

$\overline{mn}$ = 16 cm, base media.

$\overline{ab}$ = 3x + 10 cm $\overline{cd}$ = x + 8 cm



x = 3,5 cm

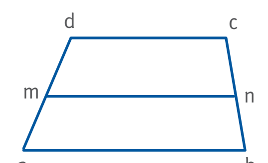
$\overline{ab}$ = 20,5 cm

$\overline{cd}$ = 11,5 cm

b.

$\overline{mn}$ = 3x + 2 m, base media.

$\overline{ab}$ = 4x + 7 m $\overline{cd}$ = 19 m



x = 11 m

$\overline{ab}$ = 51 m

$\overline{mn}$ = 35 m

50. **Calculen la medida de los ángulos de los siguientes romboides.**

a.

$\hat{\alpha}$ = 18° $\hat{\beta}$ = 25°

$\hat{a}$ = 137°

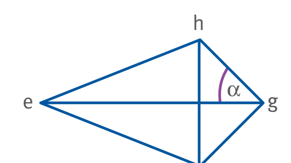
$\hat{b}$ = 50°

$\hat{c}$ = 137°

$\hat{d}$ = 36°

b.

$\hat{\alpha}$ = 42° 40' $\hat{f}$ = 105° 30'



$\hat{e}$ = 63° 40'

$\hat{g}$ = 85° 20'

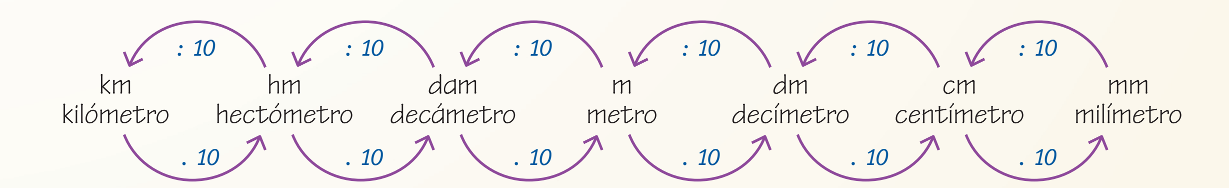
$\hat{h}$ = 105° 30'

51. **Dibujen en sus carpetas un trapecio isósceles de base mayor 6 cm, base menor 4 cm y altura 3 cm.**
Solución gráfica.

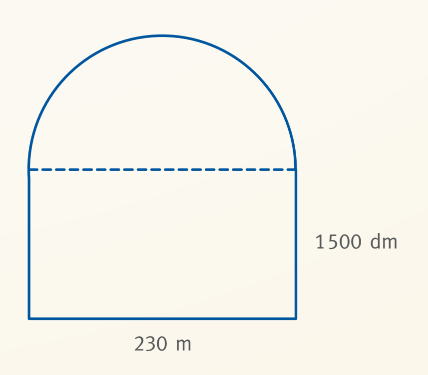
Perímetro de figuras planas

INFOACTIVA

El **perímetro** de una figura se obtiene sumando las medidas de todos los lados. Antes de calcular el perímetro, cada medida debe estar expresada en la misma unidad.



Juan quiere cercar un sector de su campo que tiene forma de un rectángulo unido a un semicírculo (como se ve en la figura). ¿Cuánto alambre necesita?







Se expresa todo en la misma unidad:

1500 dm = 150 m

Perímetro del sector de campo = largo + ancho + ancho + longitud de la semicircunferencia

= 230 m + 150 m + 150 m + (2 . π . 115 m) : 2

= 891,1 m

Juan necesita 891,1 m de alambre.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Para calcular el perímetro de una figura, ¿se pueden sumar las longitudes de los lados si están expresadas en distintas unidades de medida?

b. ¿A cuántos metros es igual 1 dm? ¿Y 1 mm?

c. Para calcular el perímetro de un cuadrilátero, ¿se puede multiplicar por 4 a la medida de uno de sus lados?

d. ¿Cómo se realiza el pasaje de decámetro a decímetro?

a. No, para poder calcular el perímetro tengo que expresar todas las longitudes de los segmentos en la misma unidad. **b.** 0,1 m; 0,001 m **c.** Esta forma de calcular el perímetro solo se puede usar para los cuadrados y rombos. **d.** Multiplicando al número por 100.

Nombre: ____________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

52. **Marquen con una X las equivalencias correctas. Corrijan los casos donde no colocaron una cruz.**

a. 30 m = 300 mm ☐
30 m = 30 000 mm

b. 10 000 m = 100 km ☐
10 000 m = 10 km

c. 50 km = 5 000 dam ☒ X

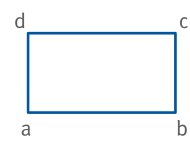
d. 6,32 dam = 632 dm ☒ X

e. 0,08 hm = 0,8 km ☐
0,08 hm = 0,008 km

f. 153,9 cm = 0,01539 hm ☒ X

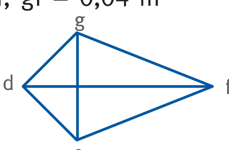
53. **Calculen el perímetro de cada figura.**

a. $\overline{ab}$ = 900 cm; $\overline{ad}$ = 3 m



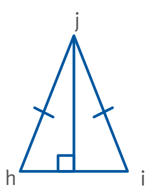
P = 24 m

b. $\overline{de}$ = 2 cm; $\overline{gf}$ = 0,04 m



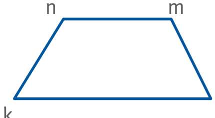
P = 0,12 m

c. $\overline{hj}$ = 0,5 dam; $\overline{hi}$ = 60 dm



P = 16 m

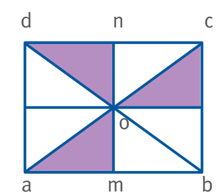
d. $\overline{kl}$ = 4 000 mm; $\overline{lm}$ = 17 dm;
$\overline{mn}$ = 0,23 dam; $\overline{nk}$ = 0,02 hm



P = 10 m

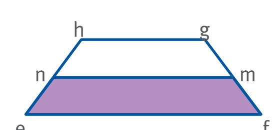
54. **Calculen el perímetro de la región pintada.**

a. abcd rectángulo.
m punto medio de $\overline{ab}$ y *n* punto medio de $\overline{dc}$
$\overline{ad}$ = 7 m; $\overline{ab}$ = 24 m



P = 84 m

b. efgh trapecio isósceles.
$\overline{mn}$ base media.
$\overline{ef}$ = 8 cm; $\overline{hg}$ = 4 cm; $\overline{fg}$ = 3,5 cm



P = 17,5 cm










Área de figuras planas

INFOACTIVA

Para **medir una superficie** se debe elegir una unidad de medida y determinar la cantidad de veces que entra en esa superficie.

Se llama **área** a la cantidad de veces que entra en la superficie la unidad de medida elegida.

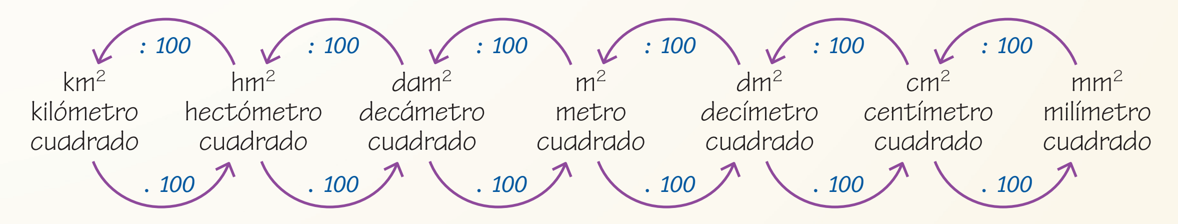
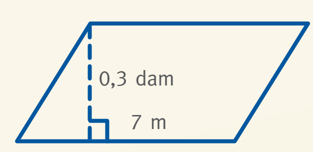


FIGURA	DIBUJO	ÁREA	FIGURA	DIBUJO	ÁREA
Triángulo	H, B	$\frac{B \cdot H}{2}$	**Trapecio**	b, H, B	$\frac{(B + b) \cdot H}{2}$
Rectángulo	H, B	$B \cdot H$	**Rombo**	D_2, D_1	$\frac{D_1 \cdot D_2}{2}$
Cuadrado	L	L^2	**Romboide**	D_2, D_1	$\frac{D_1 \cdot D_2}{2}$
Paralelogramo	H, B	$B \cdot H$	**Círculo**	R	$\pi \cdot R^2$

Para calcular el área del paralelogramo pueden seguir estos pasos:



Se expresa todo en la misma unidad.
0,3 dam = 3 m

Área del paralelogramo = 7 m . 3 m
Área del paralelogramo = 21 m^2

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuánto mide el área de un cuadrado de 1 m de lado?

b. ¿Es cierto que 1 m^2 representa lo mismo que 1 m?

c. ¿Cómo se realiza el pasaje de m^2 a cm^2?

a. 1 m^2. **b.** No, 1 m^2 representa una superficie y 1 m representa una longitud.
c. Se multiplica por 10 000.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

55. **Completen las siguientes equivalencias.**

a. $23\ m^2 =$ 230 000 cm^2

b. $20\ hm^2 =$ 200 000 m^2

c. $0{,}043\ km^2 =$ 430 000 000 cm^2

d. $0{,}2\ cm^2 =$ 0,00002 m^2

e. $0{,}51\ dam^2 =$ 51 000 000 mm^2

f. $435\ cm^2 =$ 4,35 dm^2

g. $23\ km^2 =$ 23 000 000 m^2

h. $453\ mm^2 =$ 0,00000453 dam^2

i. $45\ m^2 =$ 0,45 dam^2

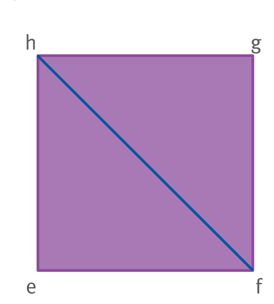
j. $3\ dm^2 =$ 30 000 mm^2

56. **Calculen el área de las siguientes figuras. Expresen el resultado en m².**

a. $\overline{co} = 40$ m

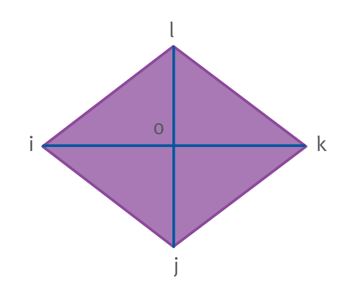
A = 1560 m²

b. efgh cuadrado. $\overline{fh} = 0{,}03$ hm



A = 4,5 m²

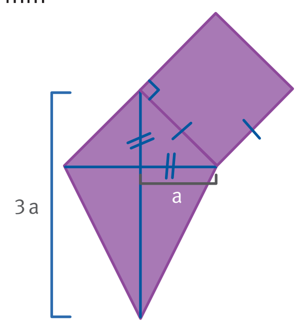
c. ijkl rombo; $\overline{jo} = 300$ cm, $\overline{io} = 0{,}25$ hm



A = 150 m²

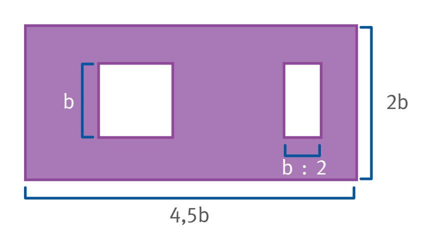
57. **Calculen el área pintada.**

a. a = 23 mm



A = 2 645 mm²

b. b = 3 dam



A = 6 750 m²

mente ACTIVA

Se desea colocar cerámicas en el piso de una habitación de 3,5 m por 2,4 m. Si las cerámicas son cuadradas de 20 cm de lado, ¿cuántas se necesitan?

Se necesitan comprar 210 cerámicas.

58. **Escriban V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda en cada caso.**

a. En un paralelogramo, los lados opuestos son distintos. F

b. En un rectángulo, las diagonales son perpendiculares. F

c. Las diagonales de un rombo se cortan en el punto medio. V

d. El cuadrado cumple con todas las propiedades del rombo. V

e. El rombo cumple con todas las propiedades del rectángulo. F

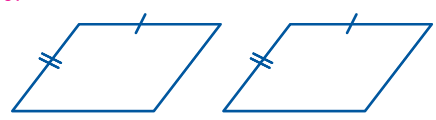
f. Los lados opuestos de un rombo son distintos. F

g. Un rectángulo es un cuadrado. F

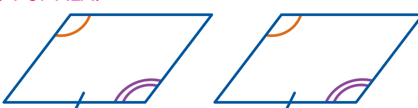
h. Un cuadrado es un rectángulo. V

59. **Tengan en cuenta los datos e indiquen si los siguientes paralelogramos son congruentes.**

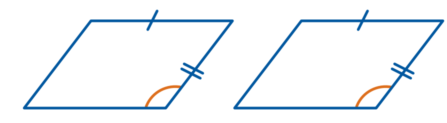
a. No.



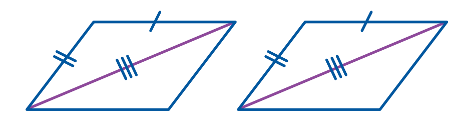
b. Sí. Por ALA.



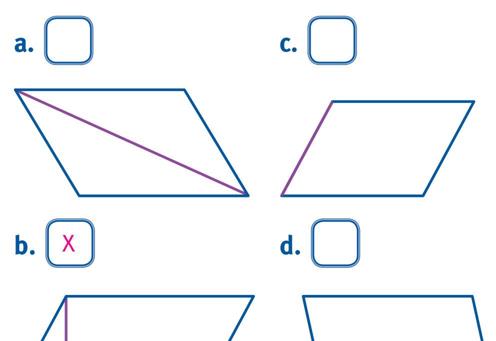
c. Sí. Por ALA o LAL.



d. Sí. Por LLL.

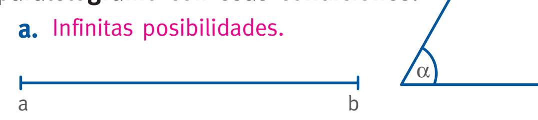


60. **Coloquen una X en las figuras cuyas alturas están trazadas correctamente.**

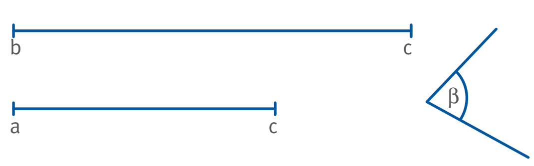


61. **Construyan un paralelogramo que tenga los datos dados. Indiquen si existe más de un paralelogramo con esas condiciones.**

a. Infinitas posibilidades.



b. Única posibilidad.

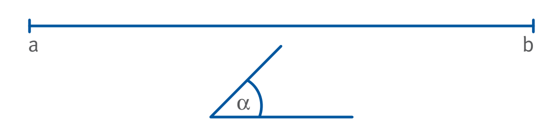


62. **Construyan un cuadrado y un rombo utilizando el siguiente segmento como diagonal.**

Solución gráfica.



63. **Construyan un trapecio isósceles conociendo la base mayor y un ángulo interior. Luego, respondan.**



¿Cuántos trapecios isósceles se pueden construir con esos datos?

Infinitos.

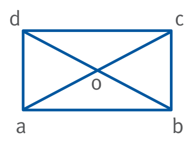
64. **Indiquen los pasos que hay que realizar para construir un paralelogramo conociendo los lados ab y ac y la diagonal bc.**

Solución a cargo del alumno.

Nombre: ______________________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

65. **Calculen la medida de las diagonales de los paralelogramos.**

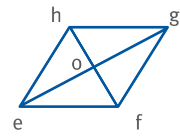
a.



$\overline{ao} = 2 \cdot (3x - 4 \text{ cm})$
$\overline{ob} = 5x + 4 \text{ cm}$

$x = 12$ cm; $\overline{ac} = \overline{bd} = 128$ cm

b.



$\overline{oe} = 12$ cm
$\overline{oh} = 3x - 4$ cm
$\overline{of} = x + 10$ cm

$x = 7$ cm; $\overline{hf} = 34$ cm; $\overline{ge} = 24$ cm

66. **Realicen el pasaje a la unidad que corresponda.**

a. 0,23 dm = 23 mm

b. 5,42 cm = 0,0542 m

c. 5 km = 5 000 m

d. 12,4 dam = 1 240 dm

e. 500 m^2 = 0,05 hm^2

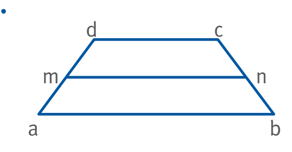
f. 2 m^2 = 2 000 000 mm^2

g. 5 000 dam^2 = 0,5 km^2

h. 1 000 m^2 = 10 dam^2

67. **Calculen el valor de *x* y la medida de las bases del trapecio.**

a.



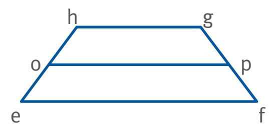
$\overline{ab} = 3x + 5$ cm
$\overline{cd} = x + 3$ cm
$\overline{mn} = 20$ cm

x = 8 cm

$\overline{ab}$ = 29 cm

$\overline{cd}$ = 11 cm

b.



$\overline{gh} = x + 12$ cm
$\overline{ef} = 3x + 4$ cm
$\overline{op} = 3x - 4$ cm

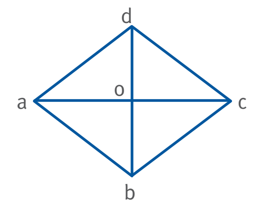
x = 12 cm

$\overline{ef}$ = 40 cm

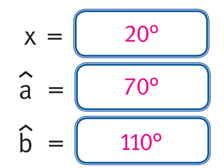
$\overline{gh}$ = 24 cm

$\overline{op}$ = 32 cm

68. **Calculen los ángulos interiores del rombo.**



$o\widehat{c}b = x + 15°$
$o\widehat{a}d = 2x - 5°$



x = 20°

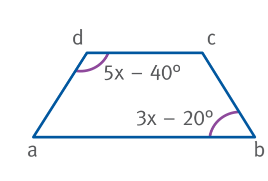
$\widehat{a}$ = 70°

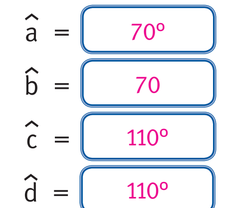
$\widehat{b}$ = 110°

$\widehat{c}$ = 70°

$\widehat{d}$ = 110°

69. **Calculen los ángulos interiores del trapecio isósceles.**





$\widehat{a}$ = 70°

$\widehat{b}$ = 70

$\widehat{c}$ = 110°

$\widehat{d}$ = 110°

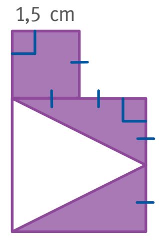
70. **Calculen las diagonales del romboide sabiendo que su área es de 150 m^2 y que $d = \frac{1}{3}D$.**

D = 30 m, d = 10 m.

71. **Calculen el área de un cuadrado si su perímetro es de 10 000 mm. Expresen el resultado en m^2.**

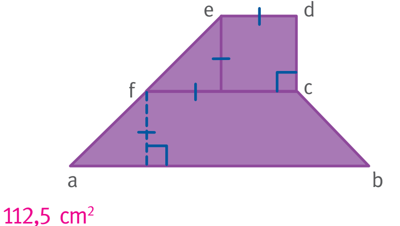
6,25 m^2

72. **Calculen el área y el perímetro de la región sombreada.**



A = 6,75 cm^2; P = 18,7 cm

73. **Calculen el área de la siguiente figura.**



$\overline{ab} = 20$ cm
$\overline{fc} = 10$ cm

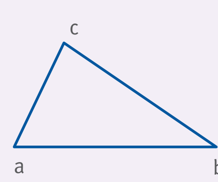
112,5 cm^2



AUTOEVALUACIÓN

74. **Calculen los ángulos interiores de los triángulos.**

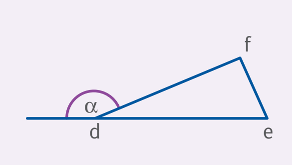
a. $\hat{a} = \frac{1}{2}x + 55°$; $\hat{b} = \frac{1}{4}x + 30°$; $\hat{c} = 4x$



$x =$ 20°
$\hat{a} =$ 65°
$\hat{b} =$ 35°
$\hat{c} =$ 80°

$\frac{1}{2}x + 55° + \frac{1}{4}x + 30° + 4x = 180°$

b. $\hat{d} = 2x + 15°$; $\hat{e} = 3x - 2°$; $\hat{\alpha} = 4x + 43°$

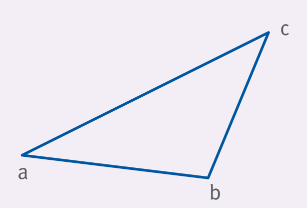


$x =$ 20° 20'
$\hat{d} =$ 55° 40'
$\hat{e} =$ 59°
$\hat{f} =$ 65° 20'

$2x + 15° + 4x + 43° = 180°$

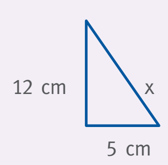
75. **Dibujen el triángulo en sus carpetas y hallen la recta de Euler.**

Solución a cargo del alumno.

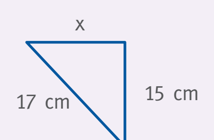


76. **Calculen el valor de *x*.**

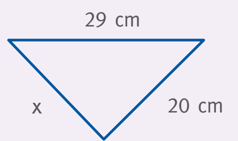
a. $x =$ 13 cm



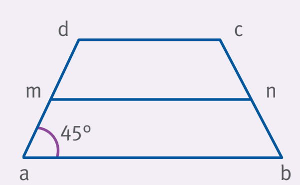
b. $x =$ 8 cm



c. $x =$ 21 cm



77. **Calculen las medidas de las bases.**



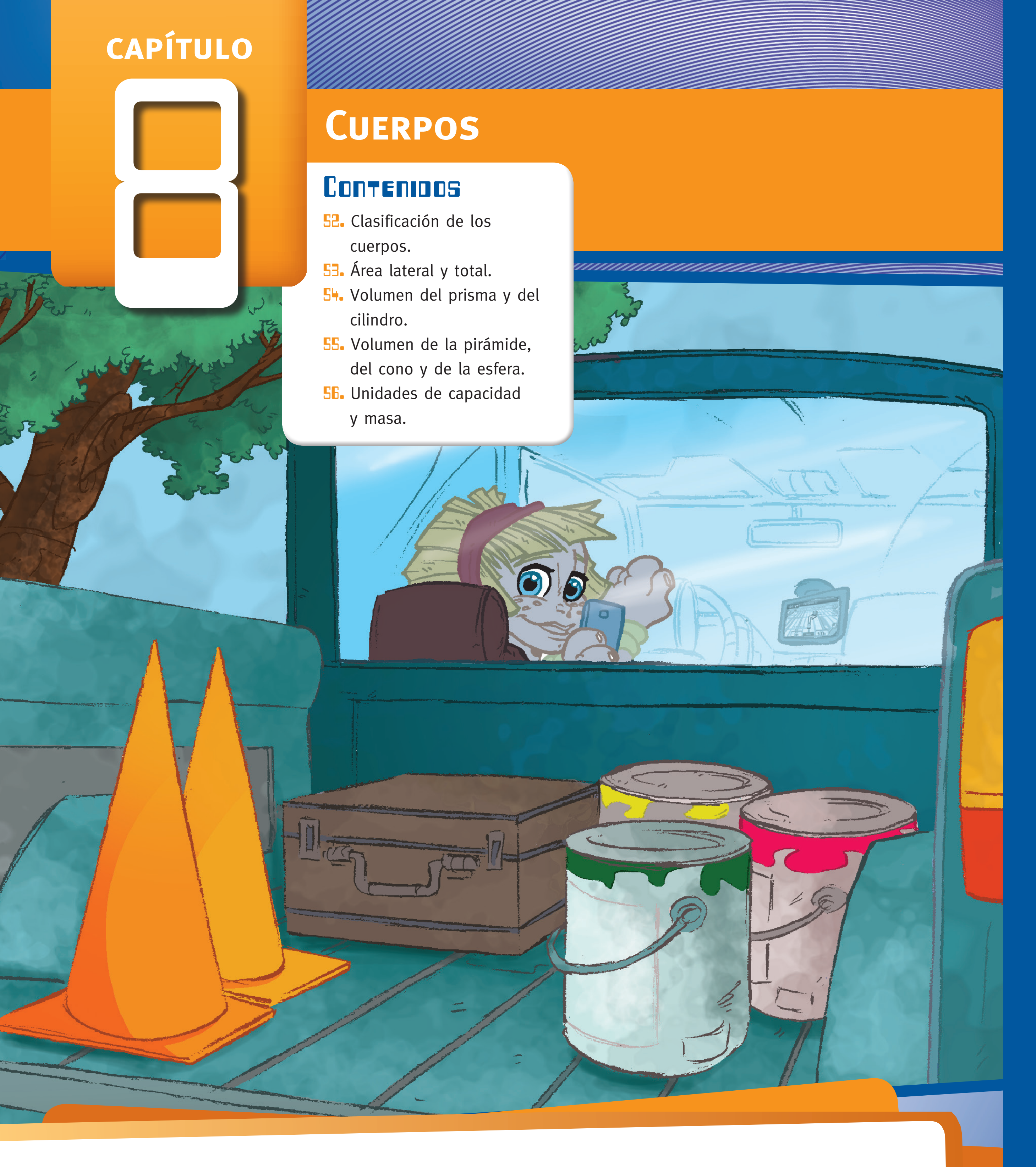
$\overline{ab} = 2x + 4$ cm
$\overline{dc} = x + 3$ cm
$\overline{mn} = 0{,}5x + 4$ cm

$x = 0{,}5$ cm; $\overline{ab} = 5$ cm; $\overline{dc} = 3{,}5$ cm; $\overline{mn} = 4{,}25$ cm

CAPÍTULO 8

Cuerpos

Contenidos



Situación inicial de aprendizaje

1. Observen la imagen y resuelvan.

a. Los objetos que lleva la camioneta ¿con qué cuerpos se los puede identificar?

b. Inventen tres preguntas que se refieran a las características de los cuerpos cuyas respuestas sean:

- La caja de herramientas.
- La lata de pintura.
- El cono de seguridad.

c. Comparen las propuestas con sus compañeros.

a. La lata de pintura con un cilindro, la caja de herramientas con un prisma de base rectangular y el cono con un cono. **b.** Por ejemplo: ¿Cuál de estos objetos tiene todas sus caras planas? ¿Cuál puede rodar y tiene dos caras planas? ¿Cuál tiene una cara curva y una plana?



















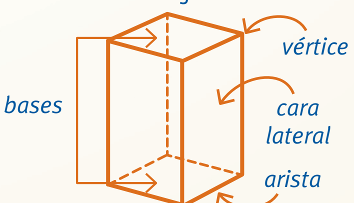
Clasificación de los cuerpos

INFOACTIVA

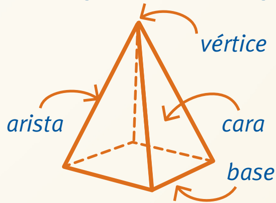
Los **cuerpos** se clasifican en poliedros y redondos.

- **Poliedros:** son los cuerpos que tienen todas sus caras planas y se clasifican en **prismas** y **pirámides**.

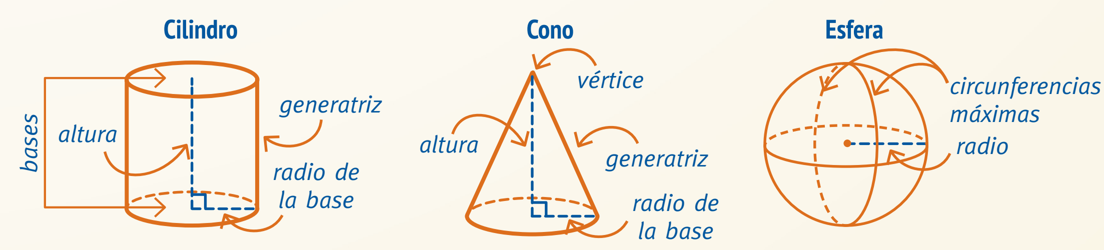
Prisma: Tiene dos caras paralelas (bases) y sus caras laterales son paralelogramos. En los prismas rectos las caras laterales son rectángulos.



Pirámide: Tiene una sola base y sus caras laterales son triángulos. En las pirámides rectas las caras laterales son triángulos isósceles congruentes.



- **Redondos:** son los cuerpos que tienen al menos una cara no plana y pueden rodar en alguna posición.



En los poliedros convexos se verifica la **relación de Euler:**

cantidad de caras + cantidad de vértices = cantidad de aristas + 2

Existen solo cinco **poliedros regulares** en los que todas sus caras son polígonos regulares congruentes.

Tetraedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
Sus caras son cuatro triángulos equiláteros.	Sus caras son seis cuadrados.	Sus caras son ocho triángulos equiláteros.	Sus caras son doce pentágonos regulares.	Sus caras son veinte triángulos equiláteros.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Qué diferencias existen entre los poliedros y los cuerpos redondos?

b. Un prisma, ¿puede tener una base triangular? ¿Y caras triangulares?

c. Una pirámide, ¿puede tener una cara lateral cuadrada?

d. En un poliedro convexo, la suma entre la cantidad de caras y de vértices, ¿es mayor que la cantidad de aristas?

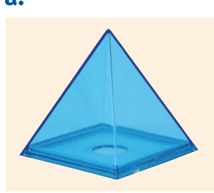
a. Los cuerpos poliedros tienen todas sus caras planas y los cuerpos redondos tienen al menos alguna que no lo es. **b.** Puede tener sus dos bases triangulares; sus caras, no.
c. No, deben ser triangulares. **d.** Sí, la suma da dos más que la cantidad de aristas.

Nombre: ______________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES
Clasificación de los cuerpos

1. **Identifiquen la forma de qué cuerpo tiene cada objeto. Luego, clasifiquen los cuerpos.**

a.



Pirámide de base cuadrada.

c.



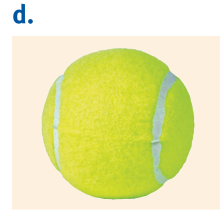
Prisma de base triangular.

b.



Cono.

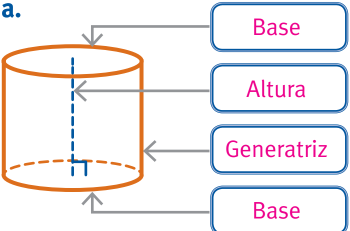
d.



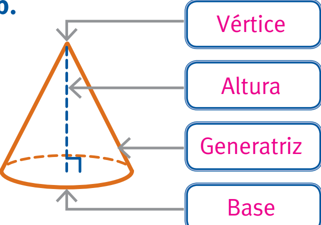
Esfera.

2. **Completen escribiendo los elementos de cada cuerpo.**

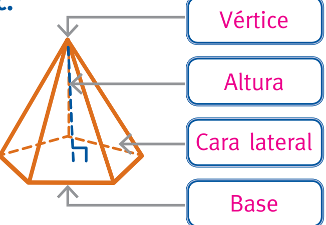
a.



b.



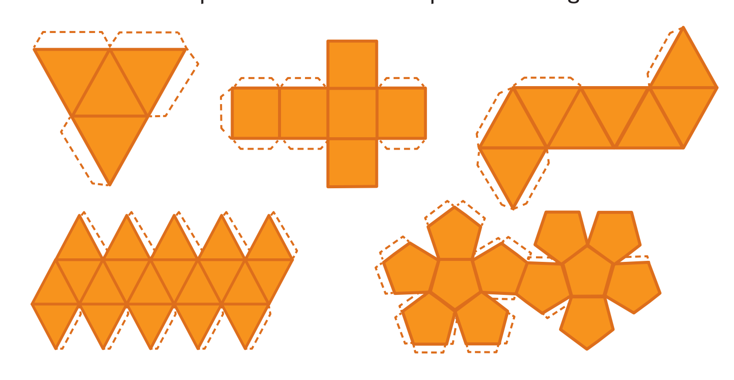
c.



3. **Resuelvan.**

a. Lean la información y completen la tabla.

Los siguientes desarrollos corresponden a los cinco poliedros regulares.



Nombre del poliedro	Caras	Vértices	Aristas
Tetraedro	4	4	6
Cubo	6	8	12
Octaedro	8	6	12
Dodecaedro	12	20	30
Icosaedro	20	12	30

b. La propiedad de Euler, ¿se cumple en los poliedros no regulares?

Sí.











Área lateral y total

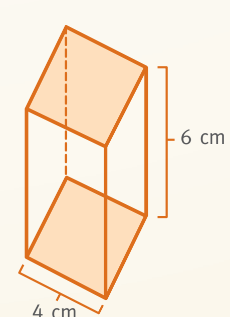
INFOACTIVA

El **área lateral** de un cuerpo se obtiene sumando las áreas de sus caras laterales.

El **área total** de un cuerpo se obtiene sumando las áreas de las bases con las áreas de las caras laterales.

Cuerpo	Área lateral	Área total
Prisma recto	Perímetro de la base . altura	área lateral + 2 . área de la base
Pirámide regular	$\frac{\text{perímetro de la base . altura de la cara lateral}}{2}$	área lateral + área de la base
Cilindro	$2 . \pi . r$. altura	área lateral + $2 . \pi . r^2$
Cono	$\pi . r . g$ (g: generatriz)	área lateral + $\pi . r^2$
Esfera	———	$4 . \pi . r^2$

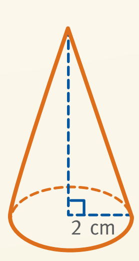
- Para calcular el área lateral y total del siguiente prisma de base cuadrada, pueden seguir estos pasos:



Área lateral = perímetro de la base . altura
= 16 cm . 6 cm
= 96 cm^2

Área total = área lateral + 2 . área de la base
= 96 cm^2 + 32 cm^2
= 128 cm^2

- Cuando se conoce el área total y el radio de un cono, se puede encontrar el área lateral mediante el siguiente procedimiento:



Área total = 50,24 cm^2
Área total = área lateral + $\pi . r^2$
50,24 cm^2 = área lateral + 3,14 . 4 cm^2
50,24 cm^2 – 12,56 cm^2 = área lateral
Área lateral = 37,68 cm^2



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cómo se calcula el área lateral de un cubo de arista 4 cm? ¿Y el área total?

b. ¿Es verdad que siempre el área total es mayor que el área lateral de un cuerpo?

c. Si un cono y una pirámide tienen la misma altura, ¿cuál tiene mayor área lateral?

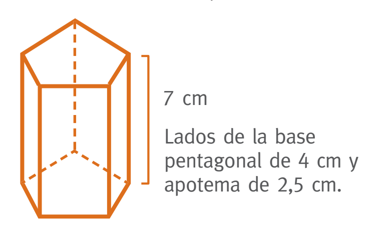
a. Se debe sumar el área de todas las caras, sin incluir las bases. Es el área de todas las caras del cuerpo, incluyendo sus bases. **b.** Sí. **c.** El que tenga una base con mayor perímetro.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

Área lateral y total

4. Calculen el área lateral y total de cada poliedro.

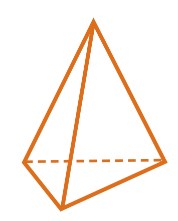
a.



Área lateral = 5 . 4 . 7 = 140 m^2

Área total = 5 . 4 . 2,5 + 140 = 190 m^2

b.

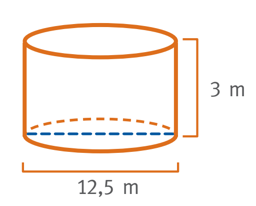


Área lateral = (5 . 8,2) : 2 . 3 = 61,5 dm^2

Área total = (5 . 8,2) : 2 . 4 = 82 dm^2

5. Calculen el área lateral y total de cada cuerpo redondo.

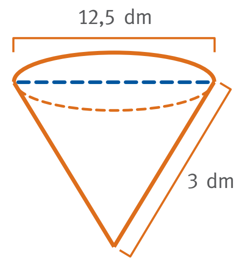
a.



Área lateral = π . 12,5 . 3 = 117,8 m^2

Área total = 117,8 + π . $(12,5)^2$: 2 = 363,23 m^2

b.

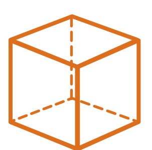


Área lateral = π . 12,5 : 2 . 3 = 58,9 dm^2

Área total = 58,9 + π . $(12,5 : 2)^2$ = 181,61 dm^2

6. Calculen los datos pedidos en cada caso.

a. Todas sus caras son cuadrados y su área total es de 150 cm^2.



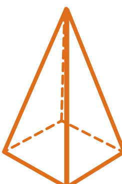
$arista^2$. 6 = 150 cm^2

área lat. = $(5\ cm)^2$. 4

Arista = 5 cm

Área lateral = 100 cm^2

b. Base cuadrada de lado 46 m.
El área total es de 79,12 dam^2



(4 . 46 m . h) : 2 + $(46\ m)^2$ = 79,12 dam^2

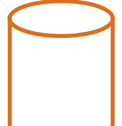
h = 6,3 dam

á. lat. = (4 . 4,6 dam . 6,3 dam) : 2

Arista de la cara lateral = 6,3 dam

Área lateral = 57,96 dam^2

c. La altura del cilindro es de 84 dam y el área lateral es de 24,27 hm^2.



24,27 hm^2 = 2 . π . r . 84 dam

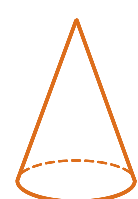
r = 0,46 hm

á. t. = 2π . $(0,46)^2$ + 24,27 hm^2

Radio de la base = 0,46 hm

Área total = 25,60 hm^2

d. La generatriz del cono mide 0,07 m y el área lateral es de 8,22 cm^2.



π . r . 0,07 m = 8,22 cm^2

r = 0,37 cm

á. t. = 8,22 cm^2 + π . $(0,37\ cm)^2$

Radio de la base = 0,37 cm

Área total = 8,65 cm^2

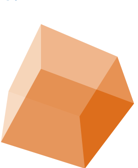
7. **Calculen el área total de los siguientes poliedros regulares.**

a.



Arista = 4,5 mm
Altura de cada cara = 6,36 mm
Área total = 57,24 mm^2

c.



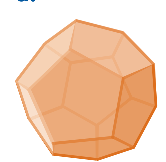
Arista = 6,3 cm
Área total = 238,14 cm^2

b.



Arista = 2,5 dm
Apotema = 1,3 dm
Área total = 13 dm^2

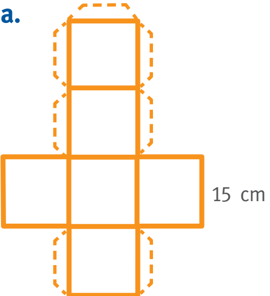
d.



Arista = 3,45 m
Apotema = 4,8 m
Área total = 49 680 dm^2

8. **Escriban el nombre del cuerpo que corresponde a cada desarrollo. Luego, calculen el área lateral y total.**

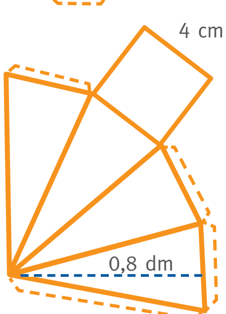
a.



Nombre del cuerpo: cubo.

Área lateral = 900 cm^2 Área total = 1 350 cm^2

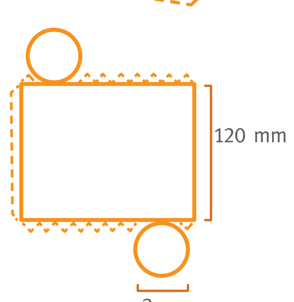
b.



Nombre del cuerpo: pirámide de base cuadrada.

Área lateral = 64 cm^2 Área total = 80 cm^2

c.



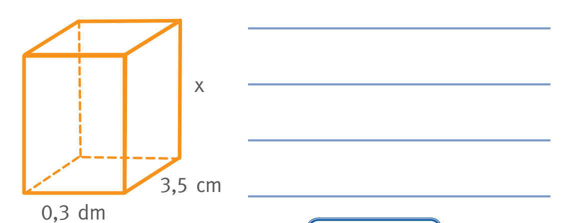
Nombre del cuerpo: cilindro.

Área lateral = 113,04 cm^2 Área total = 120,1 cm^2

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

9. **Calculen el valor de *x*.**

a. área total = 86 cm²



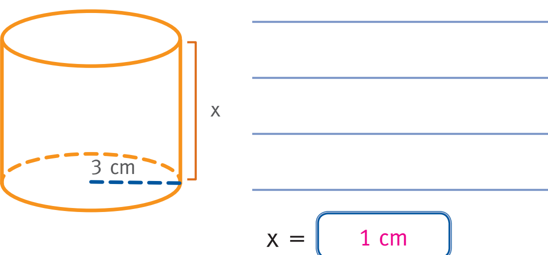
x = 5 cm

b. área lateral = 44 cm²

5,5 cm
2x − 3

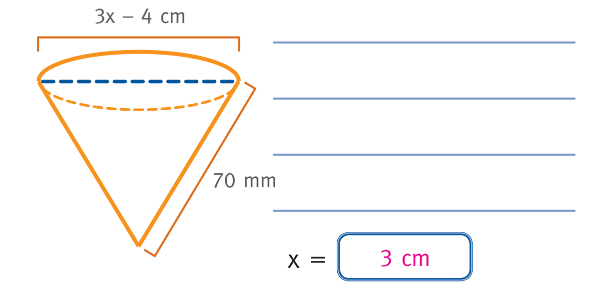
x = 3,5 cm

c. área lateral = 18,84 cm²



x = 1 cm

d. área lateral = 54,95 cm²



x = 3 cm

10. **Resuelvan.**

a. Lara desea forrar una lata cilíndrica de base 200,96 cm² y altura 6 dm. Si el papel que va a utilizar tiene un área de 4 000 cm², ¿le alcanza para forrar la lata? ¿Le sobra papel? ¿Cuánto?

Sí. Sí, sobra 583,68 cm².

b. Lucas desea cubrir con cuadrados de área 9 cm² las caras laterales de un prisma regular de altura 180 mm, cuya base es octogonal y sus lados miden 6 cm. ¿Cuántos cuadrados necesita?

Necesita 96 cuadrados.

c. Maia quiere envolver una caja cúbica de 20 cm de arista. ¿Cuál de los papeles le conviene utilizar para envolver la caja?

Papel A: 50 cm de largo y 50 cm de ancho
Papel B: 85 cm de largo y 65 cm de ancho
Papel C: 70 cm de largo y 50 cm de ancho

Le conviene el papel B.

mente ACTIVA

Para formar un prisma, Pedro pegó dos cajas de fósforos por la cara de mayor superficie y Marcos las pegó por la cara de menor superficie. ¿Cuál de los dos prismas tiene mayor área total?

El prisma de Marcos.

11. Nombren tres objetos que tengan la forma pedida en cada caso.

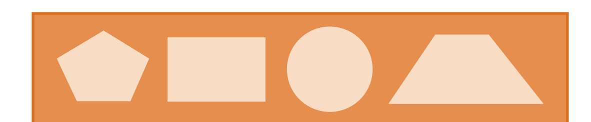
a. Prisma.
b. Pirámide.
c. Cilindro.
d. Esfera.

Solución a cargo del alumno.

12. Resuelvan.

a. Se desean guardar unos apoyavasos circulares de 6,5 cm de radio en una lata cilíndrica cuyo diámetro de la base es 14 cm. Si el espesor de los apoyavasos es de 2 mm y la altura de la lata es de 18 cm, ¿cuántos apoyavasos se pueden colocar apilándolos uno encima del otro? 90.

b. Federico construyó cuatro cuerpos y los fotografió desde arriba, según se muestra en la imagen.

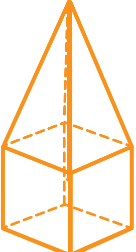


¿Qué cuerpos construyó? ¿Es posible saberlo con exactitud? Expliquen las respuestas.

b. Prisma de base pentagonal y de base rectangular. Esfera o cilindro. Prisma de base trapecio isósceles.

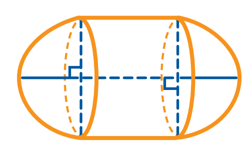
13. Calculen el área total de los siguientes cuerpos.

a. Cubo de lado 4,5 dm.
Altura de la cara de la pirámide = 53 cm.



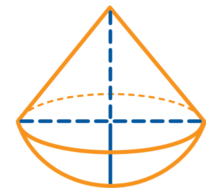
148,95 dm^2

b. Cilindro de altura 72 dm.
Esfera de radio 3,5 m.



312,12 m^2

c. Radio = 5,2 mm
Generatriz = 1,2 cm



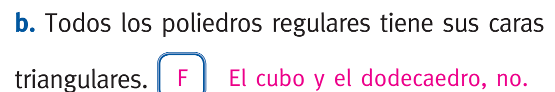
3,66 cm^2

14. Resuelvan.

Camila debe realizar una tarea para el colegio. Le pidieron que construya los 5 poliedros regulares con palillos y esferas de telgopor. Los palillos representarán las aristas y las esferas de telgopor, los vértices.

a. ¿Cuántos palillos deberá comprar para formar cada cuerpo?

b. ¿Cuántas esferas de telgopor deberá comprar para formar cada cuerpo?



a. Por ejemplo, tetraedro: 6 palillos.
b. Por ejemplo, tetraedro: 4 esferas.

15. Escriban V (Verdadero) o F (Falso).

a. Todos los cubos son prismas regulares. V

b. Todos los poliedros regulares tiene sus caras triangulares. F El cubo y el dodecaedro, no.

c. No existe una pirámide cuyas caras sean todas iguales. F El tetraedro sí las tiene.

d. El área lateral de un cono es igual al producto entre la longitud de la circunferencia de la base y la altura dividido dos. V

e. El área total de una esfera es igual al área de cuatro de sus círculos máximos. V

16. Resuelvan.

a. Martín necesita forrar una pirámide y un prisma que tienen la misma base cuadrada de 16 cm^2 de área y altura 8 cm.
¿Cuánto mide la altura de la cara lateral de la pirámide?
¿En cuál de los dos deberá usar más papel? ¿Por qué?

b. Verónica debe forrar un cilindro y un cono que tienen la misma base de 78,5 cm^2 y la misma altura de 9 cm.
¿Cuánto mide la generatriz del cono?
¿Qué cantidad de papel necesita para forrar los dos cuerpos?
Si el papel rectangular de 25 cm^2 cuesta $1,50, ¿cuánto dinero gastará?

a. 8,25 cm. En el prisma, porque el área lateral es mayor.
b. g = 10,3 cm. Necesita 28 papeles. Gastará $42.

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

17. Resuelvan.

a. Un prisma de base hexagonal tiene altura 13,5 dm. El área de la base es de 15,75 dm^2 y el área lateral es de 283,5 dm^2. Calculen la longitud de la apotema. Apotema = 1,5 dm.

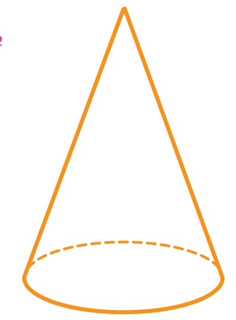
b. La generatriz de un cono es de 5 mm y el área lateral es de 47,1 mm^2. Calculen el radio de la base. Radio = 3 mm.

c. El área total de un dodecaedro es de 375 m^2 y cada arista mide 5 m. Calculen la longitud de la apotema. Apotema = 2,5 m.

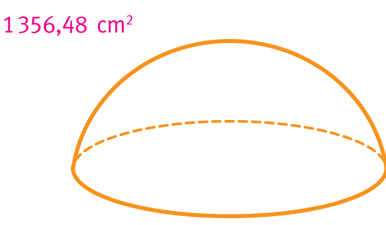
d. El área total de un icosaedro es de 866 cm^2 y cada arista mide 1 dm. Calculen la longitud de la apotema. Apotema = 8,66 cm

18. Calculen el área total.

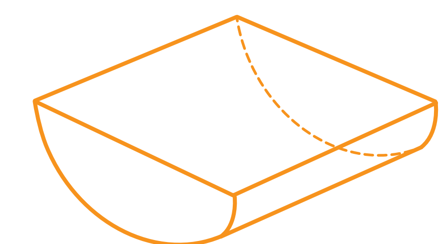
a. r = 6 m
g = 11 m
320,28 m^2



b. r = 12 cm
1 356,48 cm^2



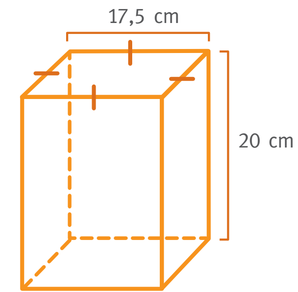
c. Diámetro = 12 dm
Largo = 14 dm
544,8 dm^2



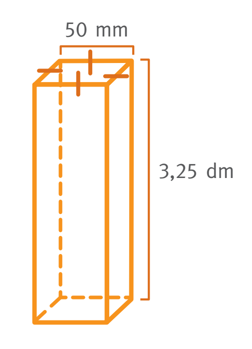
19. Respondan.

¿Cuántos cuadrados de 2,5 cm de lado se necesitan para cubrir cada cuerpo?

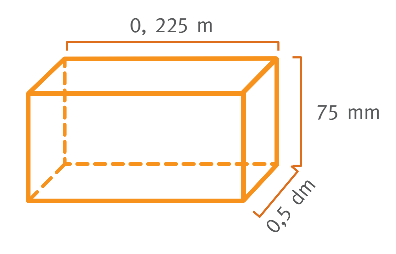
a. 322 cuadrados.



b. 60 cuadrados.



c. 122 cuadrados.



20. Respondan.

a. ¿Se puede construir un cilindro y un prisma que tengan la misma área lateral? ¿Y la misma área total?

b. ¿Se puede construir un cono y una pirámide que tengan la misma área lateral? ¿Y la misma área total?

c. ¿Se puede construir un cubo y una esfera que tengan la misma área total?
No, nunca es posible porque π no es un número racional.

21. Resuelvan.

Se tiene una esfera de 16 cm de diámetro y un cono cuyo radio es igual a la mitad del de la esfera y la altura es 40 mm menor que el radio de la esfera. Calculen la diferencia entre las áreas totales. 682,555 cm^2

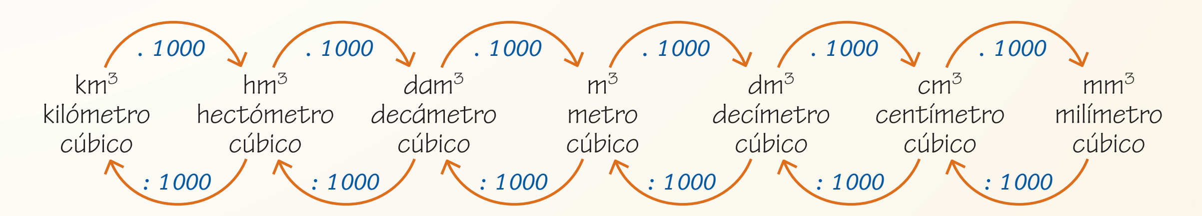
Volumen del prisma y del cilindro

INFOACTIVA

Medir una cantidad de **volumen** significa comparar dicha cantidad con otra tomada como unidad de medida.

El **metro cúbico** (se escribe m³) es el volumen de un cubo de 1 m de arista.

$$1\ m^3 = 1000\ dm^3$$

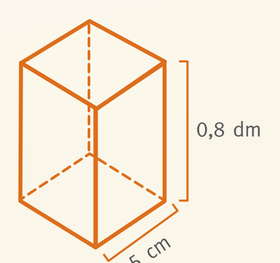


El **volumen** del **prisma** y del **cilindro** se obtiene a través de las siguientes fórmulas.

Cuerpo	Volumen
Prisma recto	área de la base . altura
Cilindro	π . r² . altura

Para calcular el volumen del prisma recto de base cuadrada, pueden seguir estos pasos:

Se expresan las medidas en la misma unidad. Por ejemplo, en cm.



$$0{,}8\ dm = 8\ cm$$

$$\text{Volumen del prisma} = \text{área de la base} \cdot h$$
$$= 25\ cm^2 \cdot 8\ cm$$
$$= 200\ cm^3$$

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Qué es el volumen de un cuerpo?

b. ¿Cuánto mide el volumen de un cubo de área total 384 cm²?

c. ¿Se puede calcular el volumen de un cilindro conociendo el radio y la altura?

d. ¿A cuántos centímetros cúbicos equivale un metro cúbico?

a. El volumen es el espacio que ocupa dicho cuerpo. **b.** 512 cm³. **c.** Sí. **d.** Un millón.

Nombre: ______________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

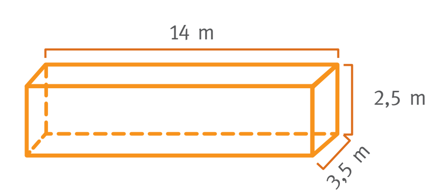
ACTIVIDADES
Volumen del prisma y del cilindro

22. **Completen la siguiente tabla.**

	a km^3	a m^3	a cm^3
1,34 dam^3	0,00000134	1 340	1 340 000 000
0,27 hm^3	0,00027	270 000	270 000 000 000
156 mm^3	$1,56 \cdot 10^{-16}$	$1,56 \cdot 10^{-7}$	0,156
5 812 hm^3	5,812	5 812 000 000	$5,812 \cdot 10^{15}$
2 879 dm^3	$2,879 \cdot 10^{-9}$	2,879	2 879 000

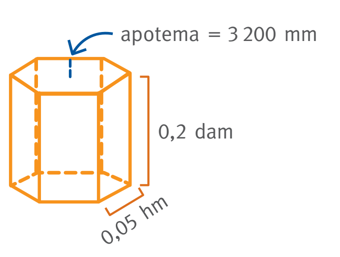
23. **Calculen el volumen de los siguientes cuerpos.**

a.



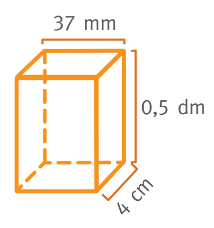
Volumen = 122,5 m^3

c.



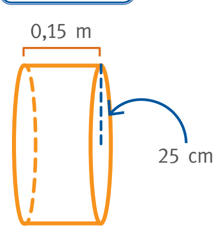
Volumen = 96 m^3

b.



Volumen = 74 cm^3

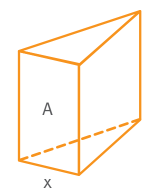
d



Volumen = 29 437,5 cm^3

24. **Escriban la expresión que representa el volumen de cada cuerpo.**

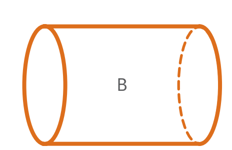
a.



Altura del cuerpo = 7x
Altura de la base = 4x

$V = 7x \cdot (4x \cdot x) : 2 = 14x^3$

b.



Altura = 4z
Radio = 0,5z

$V = (\pi \cdot 0,25z^2) \cdot 4z = 3,14z^3$

25. **Tengan en cuenta la actividad anterior y resuelvan.**

a. Calculen el valor de *x* si el volumen del cuerpo A es 378 dm^3.
x = 3 dm

b. Calculen el valor de *z* si el volumen del cuerpo B es 84,78 dam^3.
z = 3 dam

Volumen de la pirámide, del cono y de la esfera

INFOACTIVA

El **volumen** de la **pirámide**, del **cono** y de la **esfera** se obtiene a través de las siguientes fórmulas.

Cuerpo	Volumen
Pirámide	$\frac{1}{3}$. área de la base . altura
Cono	$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2$. altura
Esfera	$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

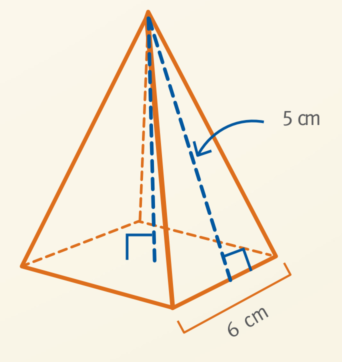
Para calcular el volumen de la pirámide de base cuadrada teniendo como dato la medida de la altura de una de las caras laterales y un lado de la base, pueden seguir estos pasos:

- *Se calcula la altura de la pirámide aplicando la propiedad pitagórica:*

$$(5\ cm)^2 = h^2 + (3\ cm)^2$$
$$25\ cm^2 = h^2 + 9\ cm^2$$
$$25\ cm^2 - 9\ cm^2 = h^2$$
$$\sqrt{16\ cm^2} = h$$
$$4\ cm = h$$

- *Se calcula el volumen de la pirámide:*

$$\text{Volumen de la pirámide} = \frac{1}{3}\ \text{área de la base} \cdot h$$
$$= \frac{1}{3} \cdot 36\ cm^2 \cdot 4\ cm$$
$$= 48\ cm^3$$



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Un cono y una pirámide, ¿pueden tener el mismo volumen?

b. ¿Se puede calcular el volumen de un cono conociendo la generatriz y su altura?

c. ¿Se puede calcular el volumen de una esfera conociendo su diámetro mayor?

d. ¿Cuántos conos se necesitan para igualar el volumen de una esfera si ambos tienen el mismo radio, y la altura del cono es igual al radio?

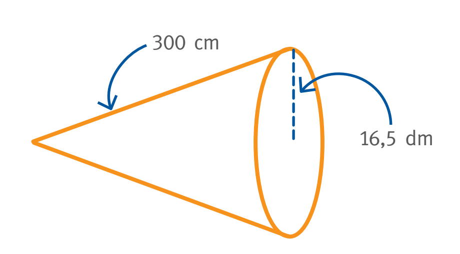
a. No, por el factor π. **b.** Sí. **c.** Sí. **d.** 4.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

Volumen de la pirámide, del cono y de la esfera

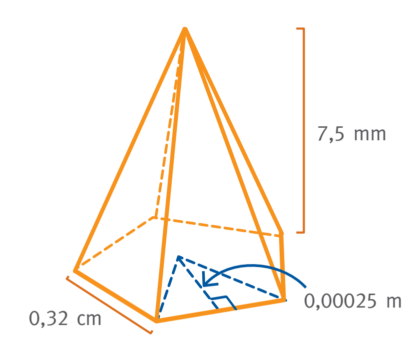
26. **Calculen el volumen de los siguientes cuerpos.**

a.



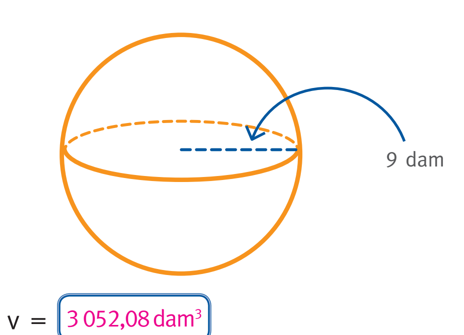
v = 7,12 m^3

c.



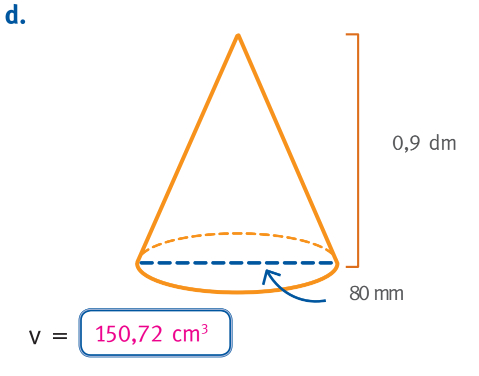
v = 5 mm^3

b.



v = 3 052,08 dam^3

d.



v = 150,72 cm^3

27. **Resuelvan.**

a. Mateo fue a la heladería y compró un cucurucho. El contenido del helado ocupa todo el cucurucho más media esfera. Si la semiesfera de helado tiene un volumen de 5 cm^3, el radio mayor del cucurucho es de 2,5 cm y la altura, de 12 cm, ¿cuántos cm^3 de helado ha comido?

Aproximadamente, 111,2 cm^3.

b. La medida de la longitud de la circunferencia mayor de una pelota de fútbol es de 70 cm. Calculen, aproximadamente, el volumen de aire que tiene en su interior.

Aproximadamente, 5 803,54 cm^3 (r = 11,15 cm).

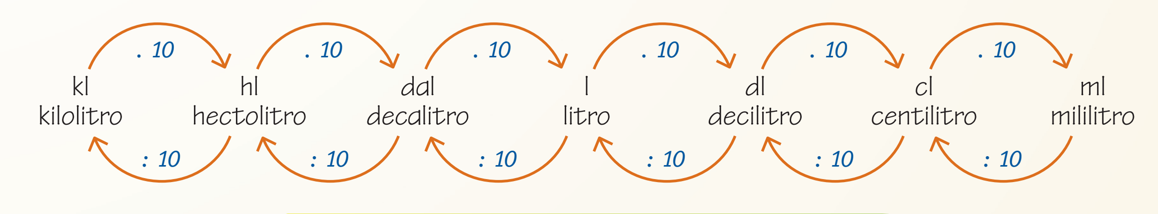
c. Se sabe que el volumen de un octaedro es de 6 400 mm^3. Calculen la altura del cuerpo, sabiendo que la arista tiene una longitud de 40 mm.

12 mm.

Unidades de capacidad y masa

INFOACTIVA

La **capacidad** de un recipiente indica la cantidad de sustancia que puede contener.

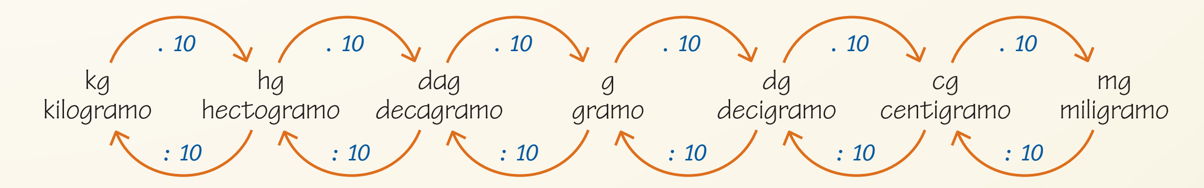


Relaciones entre las unidades de capacidad y volumen
1 kl = 1 m^3 1 l = 1 dm^3 1 ml = 1 cm^3

El **peso** de un cuerpo es la fuerza con la que el cuerpo es atraído hacia el centro de la Tierra. La unidad para medir el peso es el kilogramo fuerza (se escribe kgf).

La **masa** de un cuerpo es la cantidad de materia que forma ese cuerpo. La unidad para medir la masa de un cuerpo es el gramo (se escribe g).

Por ejemplo, la masa de una persona que está en la Luna es igual a la que tiene en la Tierra, pero su peso es menor debido a que la atracción lunar es menor que la terrestre.



Existen otras unidades de masa como la tonelada (t) para medir cuerpos más pesados.

1 t = 1000 kg

Se define como **densidad** (se escribe δ) de una sustancia a la masa por unidad de volumen de la misma.

$$\delta = \frac{M}{V}$$

Una unidad utilizada para medir la densidad es el $\frac{g}{cm^3}$.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Cuál es la unidad fundamental para medir una capacidad?

b. ¿Cuál es la relación entre el metro cúbico y el kilolitro?

c. ¿Qué es la masa de un cuerpo?

d. ¿Qué es la densidad? ¿Cuál es la unidad más utilizada para medirla?

a. Litro. **b.** Son iguales en dos sistemas de medición diferentes. **c.** Es la cantidad de materia contenida en el cuerpo; se mide en unidades de masa, cuya unidad es el gramo. **d.** Es el cociente entre la cantidad de masa contenida en un cuerpo y su volumen. La unidad es el g/cm^3.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

28. Completen.

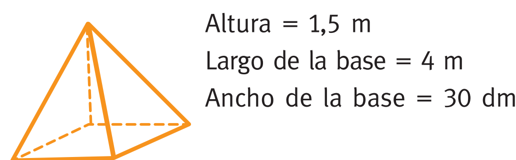
a. 0,12 hl = **12** l
b. 375 ml = **37,5** cl
c. 25 cl = **0,0025** hl
d. 4 kl = **400** dal
e. 0,012 l = **0,000012** kl
f. 25 dal = **250 000** ml
g. 0,0003 kg = **3** dg
h. 125 mg = **0,0125** dag
i. 84 kg = **84 000** g
j. 4 526 dag = **45,26** kg
k. 37 g = **37 000** mg
l. 12 mg = **1,2** cg

29. Completen con $>$, $<$ o $=$, según corresponda.

a. 52 cm^3 **$<$** 52 l
b. 0,0035 hm^3 **$>$** 3,5 l
c. 2 000 cm^3 **$=$** 2 l
d. 0,0069 dam^3 **$=$** 6,9 kl
e. 349 dm^3 **$>$** 349 cl
f. 0,00000044 dam^3 **$<$** 0,44 hl

30. Calculen la capacidad de los siguientes cuerpos.

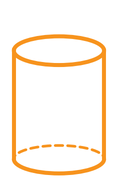
a.



Altura = 1,5 m
Largo de la base = 4 m
Ancho de la base = 30 dm

Capacidad = **600 hl**

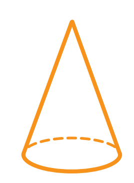
c.



Radio = 35 dm
Altura = 7,1 m

Capacidad = **2 731,015 hl**

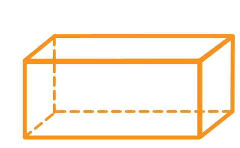
b.



Radio = 0,3 m
Altura = 12 dm

Capacidad = **113,04 l**

d



Largo = 12 m
Altura = 0,07 dam
Ancho de la base = 36 dm

Capacidad = **302 400 l**

31. Resuelvan.

a. La densidad del oxígeno que ingresa en nuestros pulmones es de 1,23 $\frac{kg}{m^3}$. Si la capacidad que tienen los pulmones para almacenar oxígeno es de 3 ml aproximadamente, calculen la cantidad de masa de oxígeno que ingresa en los pulmones en cada inspiración.

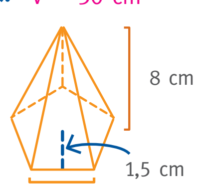
$3{,}69 \cdot 10^{-6}$ kg.

b. Un martillo de hierro de, aproximadamente, 2 kg de masa tiene una densidad de 7,9 $\frac{g}{cm^3}$. Calculen el volumen, en m^3, que ocupa dicho martillo.

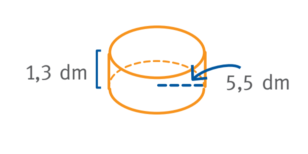
0,000253 m^3

32. **Calculen el volumen de los siguientes cuerpos.**

a. V = 30 cm^3

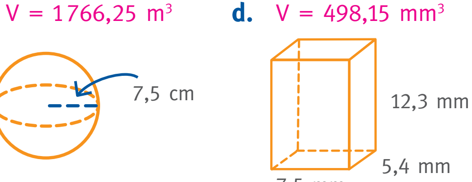


c. V = 123,5 dm^3



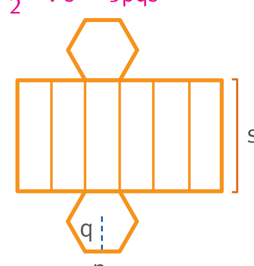
b. V = 1766,25 m^3

d. V = 498,15 mm^3



33. **Escriban la expresión del volumen de los cuerpos que tienen los siguientes desarrollos.**

a. $V = 6 \cdot \frac{p \cdot q}{2} \cdot s = 3pqs$



b. $V = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot a$

a

d

34. **Completen la siguiente tabla.**

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
35,4	35 400	35 400 000	$3,54 \cdot 10^{10}$
0,675	675	675 000	675 000 000
0,00000015	0,00015	0,15	150
0,0000152	0,0152	15,2	15 200
2 874	2 874 000	$2,874 \cdot 10^9$	$2,874 \cdot 10^{12}$
0,0005	0,5	500	500 000
0,000043	0,043	43	43 000
$5,3 \cdot 10^{-10}$	$5,3 \cdot 10^{-7}$	0,00053	0,53
$9,7 \cdot 10^{-4}$	0,97	970	970 000

35. **Resuelvan.**

a. Un camión que transporta algodón para ser manufacturado tiene una caja con un volumen máximo de 280 kl. Si la densidad del algodón es de 0,00028 $\frac{g}{cm^3}$, ¿cuál es el peso máximo que se puede transportar? 78,4 kg.

b. Un ladrillo cuya densidad es 2,4 $\frac{g}{cm^3}$ tiene las siguientes dimensiones: 25 cm de largo, 6 cm de alto y 12 cm de ancho. ¿Cuál es su masa? 4 320 g

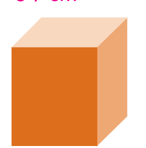
c. Una hoja A4 de 21 cm por 30 cm tiene un espesor de aproximadamente 1 mm.

- ¿Cuántas hojas caben en un metro cuadrado?
- Si el metro cuadrado de este tipo de papel pesa aproximadamente 80 g, ¿cuánto pesa una hoja?
- Si una resma trae 500 hojas, ¿cuánto pesa cada resma?
- ¿Cuál es la densidad de la hoja del papel?

c. 15 hojas y sobran 0,055 m^2. 5,04 g aprox. 2 520 g. densidad = 5,04 g : 63 cm^3 = 0,08 g/cm^3.

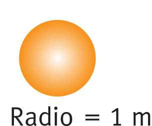
36. **Calculen los siguientes volúmenes.**

a. 64 cm^3



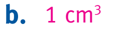
Arista = 4 cm

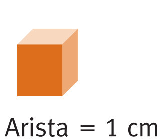
d. 4,19 m^3



Radio = 1 m

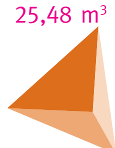
b. 1 cm^3





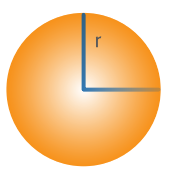
Arista = 1 cm

e. 25,48 m^3



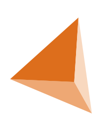
Arista = 6 cm
Altura = 4,9 cm

c. 113,04 m^3



Radio = 3 m

f. V = 0,118 cm^3



Arista = 1 cm
Altura = 8,16 mm

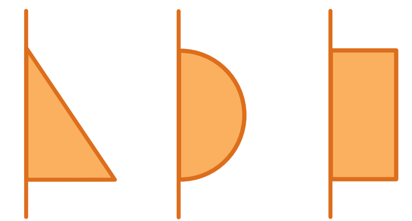
37. **Ordenen todos los resultados anteriores, de menor a mayor volumen.**

f. < b. < e. < a. < d. < c.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

38. **Respondan.**

a. Si se hace girar cada figura alrededor de su eje, ¿qué cuerpo geométrico se forma en la rotación? **a.** Cono, esfera, cilindro.



b. Si la base del triángulo mide 3,2 cm y la altura mide 7,8 cm, ¿cuál es el volumen del cuerpo que se forma?

c. Si el radio del círculo es de 2,5 dm, ¿cuál es el volumen del cuerpo que se forma?

d. Si el área del rectángulo es el doble del área del triángulo, ¿cuál es el volumen del cuerpo que se forma?

b. 83,6 cm^3. **c.** 65,42 dm^3. **d.** 250,8 dm^3.

39. **Resuelvan.**

a. Se desea llenar con agua una piscina con forma de cilindro. Si el diámetro de la base es de 25 dm y tiene 0,3 dam de alto, ¿cuántos litros de agua serán necesarios para llenarla hasta los 2 m de altura?

Si la densidad del agua es de 1 $\frac{g}{cm^3}$, ¿cuál es la masa del agua que va a contener la pileta?

b. Un pote de helado de 1 l cuesta $24,50 y otro de 1 kg cuesta $28. Si la densidad del helado es de 550 $\frac{g}{dm^3}$, ¿cuál de los dos potes conviene comprar?

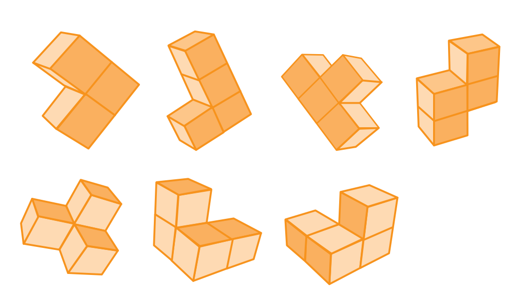
c. Sobre el techo de una casa se desea colocar un tanque de agua de 1 000 l de capacidad. Si se sabe que el techo de la casa no soporta más de 700 kg, ¿es posible colocar el tanque? Si no es posible, ¿cuál es la máxima capacidad que puede tener el tanque de agua? Tengan en cuenta que la densidad del agua es de 1 $\frac{g}{cm^3}$.

d. Una habitación de 4 paredes tiene 35,5 dm de ancho, 4,1 m de largo y 0,33 dam de alto. Si con 3 litros de pintura se logra cubrir 25 m^2, ¿cuántos litros se necesitan para pintar toda la habitación con 2 manos de pintura? Si la densidad de la pintura es 1,4 $\frac{kg}{dm^3}$, ¿cuántos baldes de 25 kg necesita comprar?

a. 9,81 kl, 9 810 kg de masa. **b.** Conviene comprar por kg, ya que 1 l son 0,55 kg. 2,5 l = 1,375 kg costaría $38,50. **c.** No. 700 kg. **d.** 12,12 l. Un balde de 25 kg (necesita 16,97 kg de pintura).

40. **Resuelvan.**

Los policubos son piezas tridimensionales con las que se pueden formar diversos poliedros.



a. Con la ayuda de cubos de telgopor y escarbadientes, construyan algunos policubos. Midan la arista de cada cubo y calculen el volumen de los policubos que armaron.

b. Con los policubos, construyan un cubo y un prisma. Calculen su volumen.

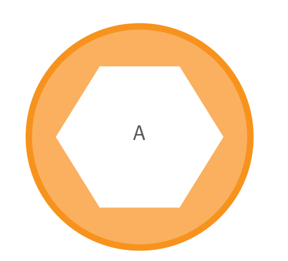
¿Cómo son los volúmenes de los dos cuerpos?

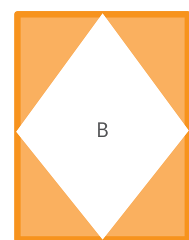
c. ¿Es posible construir una pirámide? ¿Por qué? ¿Qué cuerpos geométricos necesitarían?

a. Solución a cargo del alumno. **b.** Solución a cargo del alumno. **c.** No. Cuerpos con caras triangulares.

41. **Resuelvan.**

Los siguientes cuerpos fueron fotografiados desde arriba.





a. En la figura A, se trata de un cuerpo formado por un cilindro de radio 5 cm al que se le quitó un prisma recto de base hexagonal regular de lado 3 cm y apotema 1,5 cm. Si la altura del cuerpo es de 8 cm, ¿cuál es su volumen?

b. En la figura B, se trata de un cuerpo formado por un prisma de base 8 cm y 6 cm, al que se le quitó otro prisma cuya base es un rombo. Si la altura del cuerpo es de 10 cm, ¿cuál es su volumen?

a. En la figura A,
V = 628 cm^3 – 108 cm^3 = 520 cm^3 = 520 ml
b. En la figura B,
V = 480 cm^3 – 192 cm^3 = 288 cm^3 = 288 ml



42. Escriban el nombre del cuerpo que representa cada objeto.

a.



Hexaedro regular.

b.



Prisma de base hexagonal.

c.



Cilindro.

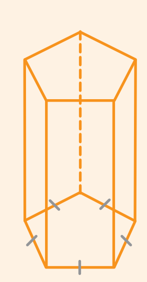
d.



Cono.

43. Calculen lo pedido en cada caso.

a.



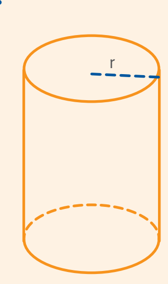
Lado de la base = 35 dm
Apotema = 2,41 m
Altura = 0,37 dam

Área total = 106,93 m^2

Volumen = 78,02 m^3

Capacidad = 78,02 kl

c.



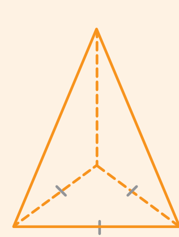
Radio = 35 dam
Altura = 10,5 km

Área total = 23,8483 km^2

Volumen = 4,038 km^3

Capacidad = $4{,}038 \cdot 10^9$ kl

b.



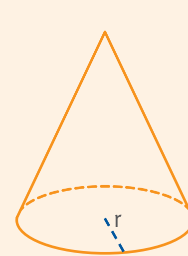
Lado de la base = 120 mm
Altura de la cara lat. = 7 cm
Altura del cuerpo = 0,05 m

Área total = 188,34 cm^2

Volumen = 126,55 cm^3

Capacidad = 126,55 ml

d.



Radio = 0,0000025 km
Altura = 6,5 mm

Área total = 74,26 mm^2

Volumen = 42,52 mm^3

Capacidad = 0,04252 ml

44. Planteen y resuelvan.

a. Gastón llenó un recipiente con forma de prisma de base cuadrada con bolitas de vidrio de forma esférica. Si el recipiente tiene una base cuya área es de 77,44 cm^2 y su altura es de 22 cm y cada bolita de vidrio tiene un radio de 22 mm, ¿cuántas bolitas pudo colocar en el recipiente?

Pudo guardar 20 bolitas.

b. Luciana colocó alcohol etílico en un frasco con forma cilíndrica de diámetro 0,5 dm y altura igual a 0,15 m. ¿Cuál es el volumen de alcohol que guardó en el recipiente? Si la densidad del alcohol etílico es de 0,789 $\frac{g}{cm^3}$, ¿cuál es la masa del alcohol?

Volumen = 1177,5 cm^3, masa = 929,05 g.

CAPÍTULO 9

Probabilidad y estadística

Contenidos

Situación inicial de aprendizaje

1. Observen la imagen y resuelvan.

a. Inventen un enunciado con preguntas cuyas respuestas sean:

- Alumnos de 2.º año.
- Tipo de música preferida.
- Veinte.
- Pop.

b. Comparen las propuestas con sus compañeros.

a. Las niñas están registrando los resultados obtenidos en una encuesta. ¿Quiénes fueron los encuestados? ¿Sobre qué se les preguntó a los encuestados? ¿Qué cantidad de encuestados hubo? ¿Cuál fue el tipo de música más elegido?

Población y muestra. Organización de la información

INFOACTIVA

Se denomina **población** al conjunto de individuos o elementos que se pretende estudiar estadísticamente mediante una encuesta, un censo o una investigación.

Cuando no se puede estudiar toda la población, se selecciona una parte de la misma que sea representativa. A esa parte se la denomina **muestra**.

Cada tema sobre el que se estudia una población se denomina **variable**. Las variabales pueden ser:

- **Cualitativas**: se miden a partir de datos no numéricos. Por ejemplo, el club de fútbol preferido de un grupo de alumnos.
- **Cuantitativas**: se miden a partir de datos numéricos. Por ejemplo, la edad de un grupo de profesores.

Los datos que se obtienen de una encuesta o investigación se pueden **organizar en tablas** que facilitan el **análisis de la información**.

Se denomina **frecuencia absoluta** (*f*) al número de veces que se repite cada valor de la variable.

Se denomina **frecuencia relativa** (fr) al cociente entre la frecuencia absoluta y el total de elementos que forman la muestra.

$$fr = \frac{f}{n}$$ *n* es el número de elementos que forman la muestra.

Se realizó una encuesta en una empresa para saber la cantidad de hijos de un grupo de empleados. Los resultados fueron: 2, 2, 3, 4, 3, 2, 4, 3, 2, 3.

Cantidad de hijos	2	3	4
f	4	4	2
fr	$\frac{4}{10} = 0,4$	$\frac{4}{10} = 0,4$	$\frac{2}{10} = 0,2$

Cuando los valores de las variables son números no enteros o si la muestra es muy grande, se pueden agrupar en **intervalos de clase** (en general, conviene que tengan la misma longitud).

Se registraron las medidas de 50 tornillos.
Se agrupan las medidas en intervalos de la misma longitud (10 mm).

[2,55;2,65)

desde 2,55 (incluido) — *hasta 2,65 (no incluido)*

Intervalo de clase	f
[2,55;2,65)	12
[2,65;2,75)	22
[2,75;2,85)	16

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Por qué conviene que una muestra sea representativa? Escriban un ejemplo.

b. Si se realiza una encuesta para averiguar la estatura de 250 alumnos de una escuela, ¿cómo conviene organizar los datos en una tabla?

c. Se consultó a 100 personas sobre la marca de teléfono preferida. ¿De qué tipo es la variable?

a. Para que dé una idea lo más cercana posible a la realidad. Por ejemplo, si se estudia la cantidad de varones de una ciudad de 500 000 habitantes, una muestra representativa puede ser de 5 000 personas. **b.** Conviene agrupar las alturas en intervalos de 5 cm. **c.** Es cualitativa.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

57 ACTIVIDADES

Población y muestra. Organización de la información

1. Lean atentamente y respondan.

En un instituto de formación docente se realizó una encuesta, en cinco de los once profesorados, acerca de la cantidad de mujeres y varones que cursaban las distintas carreras. Para ello, se analizaron datos de los profesorados de Matemática, Historia, Geografía, Química y Filosofía.

a. ¿Cuál es la población? Los alumnos de todo el instituto de formación docente.

b. ¿Cuál es la muestra? Los alumnos de los profesorados donde se registraron los datos.

c. ¿Es representativa la muestra? ¿Por qué? Habría que ver cuántos alumnos tiene cada profesorado; si la cantidad de alumnos es pareja en todos los profesorados, la muestra es representativa.

d. ¿Cuál es la variable en estudio? ¿De qué tipo es?

La cantidad de mujeres y varones que estudian. Cualitativa.

2. Resuelvan.

a. Completen la siguiente tabla con los datos sobre el color de cabello de 30 modelos de una agencia publicitaria.

Color de cabello	f	fr	%
Negro	12	0,4	40
Castaño oscuro	9	0,3	30
Castaño claro	2	0,066	6,6
Rubio	6	0,2	20
Pelirrojo	1	0,033	3,3

b. ¿Cuál es la población?

Todas las modelos de la agencia.

c. ¿Cuál es la muestra? ¿Es representativa?

30 modelos. No se puede saber si no se conoce cuántas modelos tiene la empresa.

d. ¿Qué tipo de variable está en estudio?

Cualitativa, el color del cabello.

e. ¿Cuántas modelos rubias tiene la agencia? 6 modelos.

f. ¿Qué porcentaje de las modelos no son ni rubias ni pelirrojas? 76,6%

3. Lean atentamente y resuelvan.

En un negocio se realizaron 25 ventas en un día determinado. Los montos (en pesos) de esas ventas aparecen en el siguiente listado.

106; 106,25; 116,8; 114,5; 128,5; 129; 103,5; 111,45; 107,3; 102; 111; 128; 127,3; 115,6; 108,1; 124; 123,6; 107,5; 105,5; 104,75; 108,25; 123,6; 117; 115,2; 109,25

a. ¿Cuál es la variable? Montos (en pesos) de las ventas de un negocio.

b. Completen la tabla.

c. ¿Cuántas ventas no superaron los $125?

21 ventas fueron inferiores a $125.

d. ¿Qué porcentaje de las ventas fueron como mínimo de $120?

El 28%.

Intervalos (en pesos)	f	fr	%
[100;105)	3	0,12	12
[105;110)	8	0,32	32
[110;115)	3	0,12	12
[115;120)	4	0,16	16
[120;125)	3	0,12	12
[125;130)	4	0,16	16
Total	25	1	100

Promedio, moda y mediana

INFOACTIVA

El **promedio** o **media aritmética** (se escribe $\bar{x}$) es el resultado de la división entre la suma de todos los valores de la variable y la cantidad de valores que forman la muestra. Esta medida se puede obtener solo si la variable es cuantitativa.

Las notas de un alumno durante el primer trimestre fueron: 6, 7, 9, 5, 9, 4, 5, 9.

$$\bar{x} = \frac{6+7+9+5+9+4+5+9}{8} = \frac{4+2.5+6+7+3.9}{8} = 6{,}75$$

La **moda** (se escribe m_o) es el valor de la variable que tiene la mayor frecuencia.

En el ejemplo anterior, $m_o = 9$.

La **mediana** (se escribe m_e) es el valor de la variable ubicado en el lugar central luego de ordenar todos los datos de menor a mayor. La mediana divide la muestra de forma tal que deja igual cantidad de datos a su izquierda que a su derecha.

Cuando la cantidad de datos es un número par, la mediana es igual al promedio de los dos valores centrales.

Teniendo en cuenta el ejemplo anterior:

4, 5, 5, 6, 7, 9, 9, 9

La mediana es: $\frac{6+7}{2} = 6{,}5$



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Si tenemos en cuenta el promedio, la moda y la mediana, ¿cuál de estas medidas siempre coincide con alguno de los valores de la muestra?

b. En una muestra, ¿puede haber más de una moda? Propongan un ejemplo.

c. ¿Cuál es el promedio entre 6, 7 y 8? ¿Y entre 10, 11 y 12?

a. La moda, ya que el promedio y la mediana pueden o no coincidir. **b.** Sí. Hay casos en los que puede haber más de un valor con la mayor frecuencia y por lo tanto que represente la moda. **c.** 7 en el primer caso y 11 en el segundo.

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES
Promedio, moda y mediana

4. Lean atentamente y resuelvan.

Los siguientes datos muestran la cantidad de personas que se presentaron, por día, a una oficina de reclamos.

4	6	7	5	6	3	7	4	8	2
4	6	8	8	6	5	5	2	2	0
5	4	7	8	9	4	8	6	4	2

a. ¿Cuántos días fueron registrados en el estudio? 30 días.

b. ¿Cuál es la variable? Clasifíquenla.

La cantidad de personas que hicieron el reclamo. Cuantitativa.

c. Completen la siguiente tabla de frecuencias.

Cantidad de personas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f	1	0	4	1	6	4	5	3	5	1

d. ¿Cuántas personas reclamaron durante el mes? 155 personas.

e. Calculen y completen.

Moda: 4 Mediana: 5 Promedio: 5,16

5. Resuelvan.

Una empresa dedicada a la fabricación de artículos para el hogar entrevistó a un grupo de personas para ocupar un puesto vacante de vendedor. La tabla muestra cuántas horas extras pueden dedicarle al trabajo las personas entrevistadas.

Horas extras semanales	5	10	15	20	25
Cantidad de empleados	4	2	3	4	1

a. ¿A cuántos candidatos se entrevistó? 14 empleados.

b. ¿Cuántos empleados pueden trabajar hasta 10 horas extras semanales? 6 empleados.

c. ¿Cuántos empleados pueden trabajar más de 5 horas extras semanales? 10 empleados.

d. ¿Cuál es la moda? 5 horas y 20 horas.

e. ¿Cuál es el valor de la mediana? 15 horas.

mente ACTIVA

Escriban 2 notas más de cada materia para que se cumpla cada condición.

Matemática: 5; 6; 8; 8; 4 **Geografía: 6; 7; 4; 8; 8** **Historia: 8; 5; 9; 8; 9**

a. En Matemática, el promedio y la mediana coinciden.

b. En Geografía, la mediana tiene un valor mayor que la moda.

c. En Historia, el promedio, la mediana y la moda son todos distintos.

Por ejemplo, Matemática: 5; 6, Geografía: 7; 9, Historia: 5; 5.

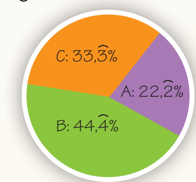
Gráficos

INFOACTIVA

Los **gráficos** estadísticos permiten leer con facilidad la información obtenida.

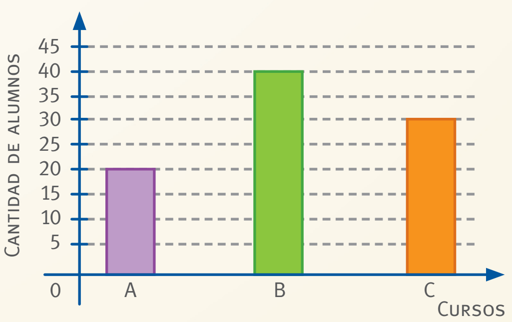
Los **gráficos circulares** se utilizan para mostrar los porcentajes que corresponden a cada dato con respecto al total.

En un colegio hay 3 divisiones de segundo año.
En el A hay 20 alumnos, en el B, 40 y en el C hay 30.
Calculen el ángulo central correspondiente a 2.º "A"



100% ______ $360°$
$22,\widehat{2}$ ______ $x = \dfrac{360° \cdot 22,\widehat{2}}{100\%} = 80°$

Los **gráficos de barras** se utilizan para comparar la cantidad de datos para cada valor de la variable. Para hacer un gráfico de barras se construyen rectángulos del mismo ancho y cuyas alturas coinciden con la frecuencia absoluta de cada valor.

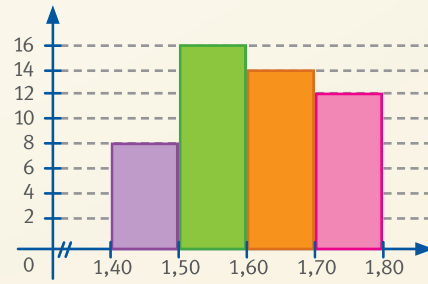


El gráfico de barras muestra la distribución de los alumnos de la escuela en las distintas divisiones.

Los **histogramas** son gráficos que se utilizan para representar intervalos de clase a través de rectángulos contiguos del mismo ancho y cuya altura es la frecuencia absoluta del intervalo.

Se midieron las alturas de un grupo de alumnos y se organizaron los datos en intervalos de amplitud 0,1.

Intervalo de estatura	f
[1,40;1,50)	8
[1,50;1,60)	16
[1,60;1,70)	14
[1,70;1,80)	12



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Qué gráfico conviene utilizar para visualizar las proporciones de cada valor de la variable respecto al total?

b. Para comparar las distintas frecuencias, ¿qué gráfico conviene utilizar?

c. Los histogramas, ¿se utilizan con variables cuantitativas o cualitativas?

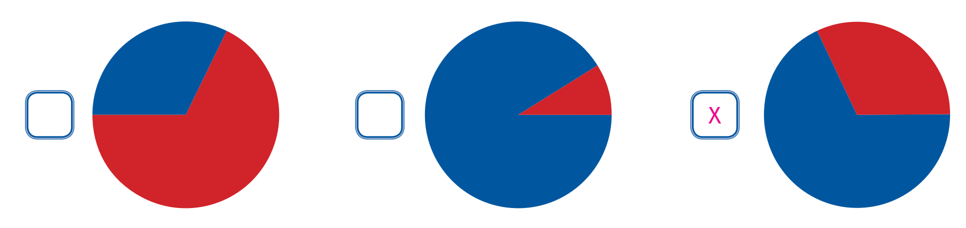
a. El gráfico de torta. **b.** Los gráficos de barras. **c.** Se utilizan con variables cuantitativas.

Nombre: ______________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

6. Lean atentamente y resuelvan.

Una encuesta realizada entre los alumnos de Plástica reveló que para 8 de cada 25 alumnos el color preferido es el rojo.

a. Marquen con una **X** cuál es el gráfico que representa esta situación.



b. ¿Qué porcentaje de alumnos prefieren el color rojo? 32%

7. Observen la tabla y resuelvan.

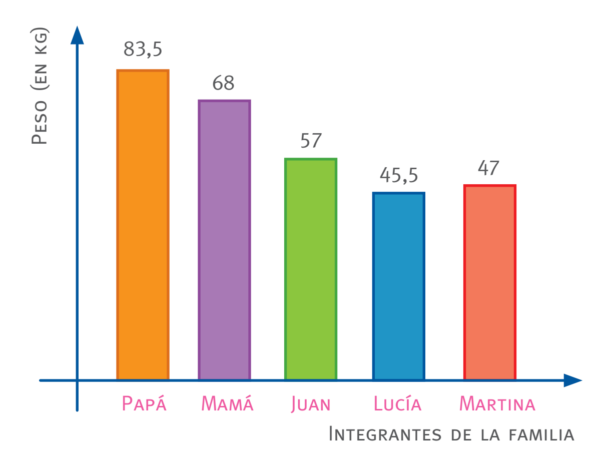
En la tabla se muestra el peso de cada uno de los integrantes de la familia de Martina, según los datos que ella registró.

Papá	Mamá	Hermano (Juan)	Hermana (Lucía)	Martina
83,5 kg	68 kg	57 kg	45,5 kg	47 kg

a. Completen el gráfico que realizó Martina con los nombres correspondientes a cada una de las barras.

b. ¿Es correcto el gráfico de barras que realizó Martina? Expliquen la respuesta.

No. La altura de las barras no es proporcional al peso de cada persona.



8. Resuelvan.

La tabla muestra los sueldos que ganan los empleados de un comercio mayorista.

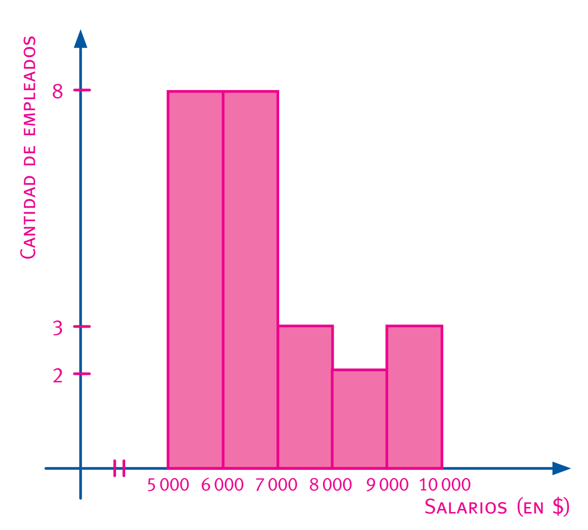
Salarios en $	Cantidad de empleados
[5 000;6 000)	8
[6 000;7 000)	8
[7 000;8 000)	3
[8 000;9 000)	2
[9 000;10 000)	3

a. ¿Cuál es la variable? Clasifíquenla.

Sueldo de los empleados. Cuantitativa.

b. ¿Cuántos empleados trabajan en el comercio mayorista? 24 empleados.

c. Realicen el histograma correspondiente.





9. Identifiquen en cada caso la población y la muestra. Indiquen si la muestra es representativa o no.

a. Se analizaron las notas de 10 alumnos de primer año en una escuela de 450 alumnos.

b. Se realizó una encuesta a los habitantes de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires para averiguar la cantidad de hijos que había por familia. Se registraron datos en los barrios de Villa Crespo, Constitución, Barracas, Flores, Retiro y Devoto.

c. Una obra social nacional hizo un relevamiento para saber cuántos asociados usaban lentes. Se realizó una encuesta telefónica en las provincias de Buenos Aires, Corrientes, Chaco, Salta, San Juan y Neuquén.

a. No. **b.** No. **c.** No.

10. Resuelvan.

La tabla muestra qué día de la semana cumplirán años 120 personas, durante este año.

a. Completen la tabla.

Día	f	fr	%
Lunes	32	0,26	26,67
Martes	40	0,33	33,33
Miércoles	10	0,08	8,33
Jueves	8	0,07	6,67
Viernes	15	0,12	12,5
Sábado	10	0,08	8,33
Domingo	5	0,04	4,17

b. ¿Cuál es la variable? Clasifíquenla.

c. ¿Qué porcentaje de las personas cumplirá años en fin de semana?

d. Realicen un gráfico de torta y uno de barras que muestre la información.

b. Día en que se cumple años. Cuantitativa. **c.** 12,5%.

11. Completen la tabla y respondan.

Altura de la planta (en cm)	10	15	20	25	30
f	5	8	4	3	2

a. Si las plantas se pueden vender cuando superan los 18 cm, ¿cuántas están en condición de ser vendidas?

b. Calculen la moda, la mediana y el promedio.

a. 9. **b.** Moda: 15 cm; mediana: 15 cm; promedio: 17,5 cm

12. Lean atentamente y respondan.

En la tabla se registró la atención a pacientes en una clínica el último mes, según las edades.

Edad	Cantidad de pacientes	Edad	Cantidad de pacientes
[0;10)	120	[50;60)	27
[10;20)	35	[60;70)	56
[20;30)	24	[70;80)	67
[30;40)	38	[80;90)	35
[40;50)	20	[90;100)	16

a. ¿Cuál es la variable? Clasifíquenla.

b. ¿Cuántos pacientes se atendieron?

c. ¿Qué porcentaje representan los pacientes entre 30 y 40 años?

d. ¿Cuántos pacientes atendidos fueron mayores de 70 años?

a. La edad de los pacientes. Es cuantitativa.
b. 438. **c.** 8,67%. **d.** 118.

13. Resuelvan.

La tabla muestra los datos de 300 familias de una ciudad, según el nivel de ingreso mensual.

Ingreso mensual	f	fr	%
[5 000;7 000)	24	0,08	8
[7 000;9 000)	45	0,15	15
[9 000;11 000)	75	0,25	25
[11 000;13 000)	72	0,24	24
[13 000;15 000)	45	0,15	15
[15 000;17 000)	33	0,11	11
[17 000;19 000)	6	0,02	2
Total	300	1	100

a. Completen la tabla.

b. Realicen el gráfico correspondiente.

c. ¿Cuál es la población? ¿Y la muestra?

d. ¿Cuántas familias tienen un ingreso menor a $11 000?

e. ¿Cuántas familias tienen ingresos entre $7 000 y $17 000?

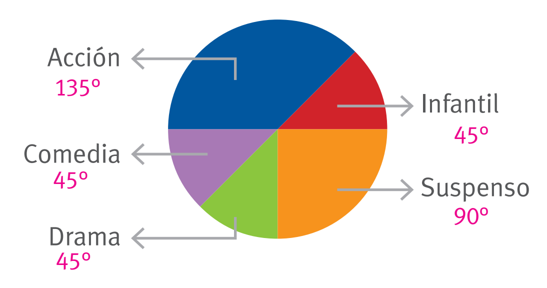
f. ¿Se puede saber cuántas familias tienen ingresos inferiores a $10 000?

c. Población: familias de la ciudad; muestra: 300 familias. **d.** 144. **e.** 270. **f.** No.

Nombre: ______________________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

14. Resuelvan.

El siguiente gráfico clasifica las películas vistas por 240 personas en un complejo de cines.



a. Calculen el valor del ángulo central que corresponde a cada sector.

b. ¿Cuál es la variable? Clasifíquenla.

c. ¿Qué porcentaje de las personas vio una película de suspenso? 25%

d. ¿Cuántas personas vieron una película infantil? 30 personas.

b. Tipo de película vista. Cualitativa.

15. Lean atentamente y resuelvan.

La profesora de matemática organizó las notas de la última evaluación que tomó.

10	9	9	8	8	8	5	5	4	4	10	8	8	6
6	6	6	8	7	7	10	9	3	6	6	6	10	5

a. Completen la tabla con los datos obtenidos.

Notas	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de alumnos	1	2	3	7	2	6	3	4

b. Calculen y completen.

Promedio = 7,03

Moda = 6

Mediana = 7

c. ¿Qué porcentaje de los alumnos obtuvo como mínimo 9 puntos?

d. Realicen el gráfico de barras correspondiente.

c. 25% **d.** Solución gráfica.

16. Tengan en cuenta los datos y resuelvan.

Las siguientes son las edades de los socios de un club que concurren a la colonia de vacaciones.

3; 7; 6; 4; 3; 8; 9; 9; 8; 9; 6; 7; 7; 7; 8; 8; 5; 6; 4; 6; 6; 6; 6; 5; 6; 7; 9; 9; 9; 3; 3; 3; 4; 4

a. Calculen el promedio, la moda y la mediana.

b. ¿Cuántos socios tienen menos de 6 años?

c. ¿Cuál es el porcentaje de socios mayores de 6 años?

a. Promedio: 6,17; mediana: 6; moda: 6. **b.** 11.
c. 44,1%.

17. Resuelvan.

Busquen en un periódico o revista un artículo de unos 20 renglones de extensión, aproximadamente.

a. Completen la siguiente tabla con la frecuencia de cada vocal.

Solución a cargo del alumno.

Vocales	f	fr	%
a			
e			
i			
o			
u			

b. ¿Cuál es la vocal con mayor frecuencia?

c. ¿En qué porcentaje aparece la vocal menos usada?

d. Comparen los resultados con sus compañeros y escriban alguna conclusión.

Solución a cargo del alumno.

18. Lean atentamente y resuelvan.

Se realizó un estudio para saber cómo descansan los habitantes de una ciudad. En la tabla figura la cantidad de horas que descansan los habitantes de un edificio de esa ciudad.

7	8	7	7	7	6	5	6	6
8	8	8	7	7	10	9	9	8
6	5	5	6	7	10	10	10	5
9	9	8	7	7	7	6	6	6
8	8	9	6	7	6	5	10	7

a. ¿Cuál es la población?

b. ¿Cuál es la muestra? ¿Es representativa?

c. ¿Cuál es la variable? Clasifíquenla.

d. Completen la tabla de frecuencias y porcentajes.

Horas de promedio	f	%
5	5	11,11
6	10	22,22
7	12	26,67
8	8	17,78
9	5	11,11
10	5	11,11

e. ¿Cuántas personas duermen como mínimo 7 horas?

f. ¿Cuál es el porcentaje de personas que duermen 8 horas diarias?

g. Calculen el promedio de horas de sueño.

h. Indiquen cuál es la moda y la mediana.

i. Realicen el gráfico de barras correspondiente.

a. Habitantes de la ciudad. **b.** Habitantes del edificio. No. **c.** Cantidad de horas de sueño. Cuantitativa. **e.** 30 personas. **f.** 17,78% **g.** 7,29 h = 7 horas 17 min 20 s. **h.** La moda y la mediana es de 7 h.

Permutaciones

INFOACTIVA

El **factorial** de un número natural *n* (se escribe n!) es:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots 1$$

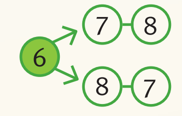
Por convención 0! = 1

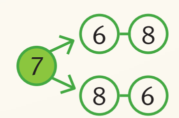
$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ $\qquad$ $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

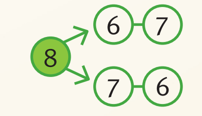
El **cálculo combinatorio** ofrece métodos que permiten contar las distintas agrupaciones que se pueden realizar con los elementos de un conjunto.

Una **permutación** es una agrupación de cierta cantidad de elementos en la cual los grupos difieren por el ordenamiento de sus elementos.

¿Cuántos números de tres cifras distintas se pueden formar con el 6, 7 y el 8?







Con 3 cifras 3! = 6
En total se pueden formar 6 números distintos.

Cinco personas compraron entradas numeradas para ver una obra de teatro.
¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar si quieren estar sentadas juntas?

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Se pueden ubicar de 120 maneras diferentes.

UNA PERMUTACIÓN ES UNA AGRUPACIÓN DE ELEMENTOS EN DONDE SE DEBE TENER EN CUENTA EL ORDEN.

¿Y VOS ME VENÍS A HABLAR DE "ORDEN"?

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿A qué es igual el factorial de 1?

b. En una permutación, ¿importa el orden de los elementos que se forman en un grupo?

c. ¿Se puede calcular (n – 3)! para cualquier valor de *n*?

d. ¿Cuál es el resultado del siguiente cálculo? 55! : 54!

a. 1. **b.** Sí, ya que los grupos difieren por el ordenamiento de sus elementos. **c.** No, solo para los *n* mayores o iguales que 3. **d.** 55.

Nombre: ______________________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

ACTIVIDADES
Permutaciones

19. Calculen.

a. $3! = 6$

b. $4! = 24$

c. $5! = 120$

d. $\frac{3!}{4!} = \frac{1}{4}$

e. $\frac{6!}{5!} = 6$

f. $\frac{5!}{3!} = 20$

g. $\frac{5!}{3!} \cdot 3 = 60$

h. $\frac{100!}{99!} \cdot 100 = 10\,000$

i. $\frac{50! \cdot 0!}{49!} = 50$

j. $\frac{31! \cdot 8!}{32!} = 1\,260$

20. Completen la siguiente tabla.

n	n!	(n – 1)!	$\frac{n!}{n}$	$\frac{n}{n!}$	(n – 3)!
3	6	2	2	$\frac{1}{2}$	1
5	120	24	24	$\frac{1}{24}$	2
6	720	120	120	$\frac{1}{120}$	6
7	5 040	720	720	$\frac{1}{720}$	24

21. Usando solo los dígitos impares, indiquen cuántos números se pueden formar en cada caso.

a. De 4 cifras distintas.

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$

b. De 4 cifras distintas con la condición que cada cifra sea mayor que la que está a su izquierda.

4 números.

c. De 5 cifras distintas.

$5! = 120$

mente ACTIVA

¿De cuántas maneras pueden sentarse 4 chicas y 3 chicos en el cine, en 7 asientos consecutivos? Tengan en cuenta cada condición.

a. Todas las mujeres deben sentarse juntas y los varones también.

b. Se pueden sentar cada uno en cualquier orden.

c. Las mujeres se quieren sentar juntas y a los varones les da igual.

d. Se quieren sentar intercalados (varón – mujer – varón –...)

a. $4! \cdot 3! \cdot 2 = 288$. **b.** $7! = 5\,040$. **c.** $4! \cdot 3! \cdot 4 = 576$. **d.** $4! \cdot 3! = 144$.



Probabilidad

INFOACTIVA

Existen experimentos en donde no se puede anticipar cuál va a ser el resultado. A este tipo de experimentos, que dependen del azar, se los llama **experimentos aleatorios**. Por ejemplo, hasta que no se tira un dado, no se puede saber qué cara va a salir.

Se denomina **espacio muestral** al conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Cada resultado es un suceso.

Experimento: hacer girar la ruleta.
Espacio muestral: 00, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36.

Experimento: lanzar un dado
Espacio muestral: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

En matemática se asigna un número a la **probabilidad** de que ocurra un suceso. Ese número puede ser 0, 1 o cualquier número comprendido entre 0 y 1.

$$\text{Probabilidad de un suceso} = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$$

Si se tira un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número primo?
Espacio muestral (casos posibles): 1, 2, 3, 4, 5, 6
Número de casos posibles: 6
Números primos (casos favorables): 2, 3, 5
Número de casos favorables: 3

$$P(\text{número primo}) = \frac{3}{6}$$

→ 3: hay 3 caras que contienen números primos (2, 3 y 5).
→ 6: en total un dado tiene 6 caras (1, 2, 3, 4, 5 y 6).

- Todas las caras de un dado tienen la misma probabilidad de salir.
- Es **más probable que** salga un número par que un divisor de 3.
- Es **seguro** que salga un número comprendido entre el 1 y el 6.
- Es **imposible**, por ejemplo, que salga el número 8.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. Elegir una película para ver en el cine, ¿es un experimento aleatorio?
b. ¿Qué elementos forman el espacio muestral de un experimento?
c. ¿Qué significa que la probabilidad de un suceso sea 0?
d. Si la cantidad de casos favorables es igual que los casos posibles, ¿cuál es la probabilidad?

a. No, porque no depende del azar. **b.** Todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. **c.** Que el suceso es imposible. **d.** La probabilidad es 1.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

ACTIVIDADES
Probabilidad

22. Marquen con una X los experimentos aleatorios.

a. Sacar un número impar al tirar un dado. X

b. El día de la semana que cumplo años.

c. Extraer un as de un mazo de cartas españolas. X

d. Elegir un número menor que 10.

23. Escriban en cada caso el espacio muestral.

a. Se tira un dado dos veces: (1;1) (1;2) (1;3) (1;4) (1;5) (1;6) (2;1) (2;2) (2;3) (2;4) (2;5) (2;6) (3;1) (3;2) (3;3) (3;4) (3;5) (3;6) (4;1) (4;2) (4;3) (4;4) (4;5) (4;6) (5;1) (5;2) (5;3) (5;4) (5;5) (5;6) (6;1) (6;2) (6;3) (6;4) (6;5) (6;6)

b. Se tiran dos dados y se suman los puntos: 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12

c. Se lanza una moneda: cara; ceca

d. Se lanza una moneda y un dado: (cara;1) (cara;2) (cara;3) (cara;4) (cara;5) (cara;6) (ceca;1) (ceca;2) (ceca;3) (ceca;4) (ceca;5) (ceca;6)

24. Clasifiquen los siguientes sucesos en I (imposibles), S (seguros) o P (probables).

a. Sacar un 9 en un dado común. I

b. Que salga un oros al sacar una carta de la baraja española. P

c. Que salga un número menor que 37 en un tiro de ruleta. S

d. Sacar 8 como la suma de los puntos al tirar 2 dados comunes. P

25. Resuelvan.

Se extrae una carta al azar de un mazo de 48 cartas españolas. Calculen la probabilidad de que la carta extraída:

a. Sea de oros. $\frac{1}{4}$

b. No sea un rey. $\frac{11}{12}$

c. Sea un número menor que 13. $\frac{1}{}$

d. Sea un número mayor que 15. $\frac{0}{}$

e. Sea un número mayor o igual que 9. $\frac{1}{3}$

f. Sea un múltiplo de 3. $\frac{1}{3}$

g. Sea número primo. $\frac{5}{12}$

h. No sea de espadas. $\frac{3}{4}$

mente ACTIVA

Tengan en cuenta la información y respondan.

Experimento aleatorio: se extraen 2 bolillas juntas de una bolsa con bolillas rojas y amarillas.

Suceso: sacar una bolilla de cada color.

¿Cuántas bolillas de cada color hay que colocar dentro de la bolsa para que la probabilidad del suceso sea $\frac{1}{2}$?

Puede ser 1 bolilla roja y 3 amarillas.

26. **Tengan en cuenta los dígitos del 1 al 9 y respondan.**

a. ¿Cuántos números de cinco cifras se pueden formar?

b. ¿Cuántos números de cinco cifras diferentes se pueden escribir?

c. ¿Cuántos de los del ítem b comienzan con 5?

d. ¿Cuántos con cinco cifras distintas y menores que 25 000?

e. ¿Cuántos números impares de tres cifras distintas se pueden formar?

f. ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas que comienzan con 6 son pares?

a. 9^5. **b.** 15 120. **c.** 1 680. **d.** 1 260. **e.** 280. **f.** 126.

27. **Resuelvan.**

a. Calculen de cuántas maneras se pueden ubicar 6 personas en una fila.

b. Calculen la cantidad de números distintos, de tres cifras, que se pueden escribir usando un 3, un 4 y un 5.

a. 720. **b.** 6.

28. **Lean atentamente y resuelvan.**

Marina tiene en su biblioteca 4 estantes que quiere ordenar. En cada estante quiere colocar los libros de una misma materia. Tiene libros de Geografía, Historia, Biología y Matemática.

a. Calculen todas las posibilidades que tiene Marina para acomodar su biblioteca.

b. ¿Cuántas maneras tiene si en el estante superior ubica los libros de Geografía?

a. 24. **b.** 6.

29. **Resuelvan.**

Martín y sus amigos están organizando el fin de semana. Tienen planeado ir al cine, a tomar un helado y jugar un partido de fútbol. Pueden elegir entre tres películas, dos heladerías e ir a jugar al club o al parque.

a. ¿Cuántas maneras tienen para organizar las actividades?

b. ¿Cuántas, si van a jugar el partido al club?

a. 12. **b.** 6.

30. **Respondan.**

Si se toman dos dados iguales simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de obtener una suma igual a 6?

$P = \frac{5}{36}$

31. **Respondan.**

a. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar en forma vertical seis banderines de distintos colores para armar distintas señales?

b. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar las letras A, C, E y F para formar códigos ordenados de cuatro letras distintas?

a. 720. **b.** 24.

32. **Lean atentamente y resuelvan.**

Una caja contiene 8 bolillas blancas, 7 negras y 5 azules. Calculen la probabilidad de que al extraer una bolilla:

a. no sea negra. $\frac{13}{20}$

b. sea blanca o azul. $\frac{13}{20}$

c. sea blanca. $\frac{2}{5}$

d. sea roja. 0

33. **Resuelvan.**

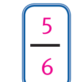
Consideren la suma de los puntos que se obtienen después de arrojar un dado dos veces.

a. Escriban el espacio muestral.

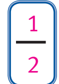
b. Calculen la probabilidad para que la suma:

a. Solución a cargo del alumno.

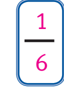
- sea menor que 10.



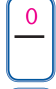
- sea un número impar.



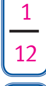
- sea múltiplo de 6.



- sea mayor que trece.



- sea mayor que 10.



- sea menor que 13. 1

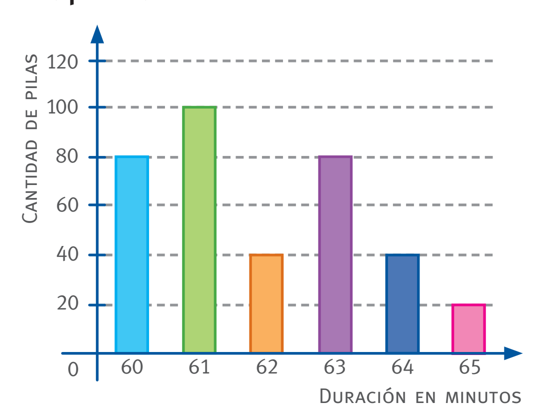
Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

34. Consideren, como espacio muestral, los números de tres cifras distintas formados con los dígitos impares. Indiquen la probabilidad de los siguientes sucesos.

a. Que sea un número par.
b. Que sea un número múltiplo de 3.
c. Que sea un número menor que 300.
d. Que sea un número de tres cifras.

a. 0. **b.** $\frac{2}{5}$. **c.** $\frac{1}{5}$. **d.** 1.

35. El siguiente gráfico muestra la duración de una cierta cantidad de pilas alcalinas durante una prueba.



a. ¿Cuántas pilas se probaron?

b. ¿Cuál es la probabilidad de tomar una pila y que sea de las que duran 62 min?

c. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pila que dure al menos 61 min?

d. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pila que dure más de 58 min?

a. 360. **b.** $\frac{1}{9}$. **c.** $\frac{7}{9}$. **d.** 1.

36. Resuelvan la siguiente situación.

Se selecciona una carta al azar entre 50 cartas numeradas del 1 al 50. Hallen la probabilidad de que el número de la carta:

a. sea divisible por 5. $\frac{1}{5}$

b. termine en 4. $\frac{1}{10}$

c. sea par. $\frac{1}{2}$

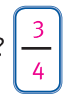
d. sea primo. $\frac{3}{10}$

37. Resuelvan.

En un bolillero hay 20 bolillas numeradas de la siguiente manera.

- 5 bolillas amarillas numeradas del 1 al 5;
- 7 rojas numeradas del 6 al 12 y
- 8 azules numeradas del 13 al 20.

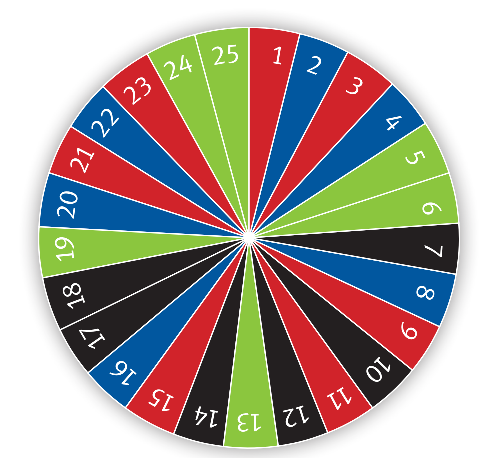
a. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer una bolilla sea:

amarilla? $\frac{1}{4}$ no roja? $\frac{13}{20}$ roja o azul? 

b. Indiquen un suceso que tenga probabilidad $\frac{7}{20}$.

b. Por ejemplo, que al extraer una bolilla sea roja.

38. Observen la ruleta y escriban la probabilidad de cada uno de los sucesos.



Que salga un número:

a. par azul.
b. impar rojo.
c. impar.
d. par.
e. par amarillo.
f. rojo o azul.
g. no amarillo.
h. primo.
i. múltiplo de 3.
j. múltiplo de 7.
k. divisor de 40.
l. divisor de 60.
m. verde múltiplo de 4.
n. negro mayor que 15.
o. verde mayor que 23.

a. $\frac{6}{25}$. **b.** $\frac{7}{25}$. **c.** $\frac{13}{25}$. **d.** $\frac{12}{25}$. **e.** 0. **f.** $\frac{13}{25}$. **g.** 1. **h.** $\frac{9}{25}$. **i.** $\frac{8}{25}$. **j.** $\frac{3}{25}$. **k.** $\frac{7}{25}$. **l.** $\frac{2}{5}$. **m.** $\frac{1}{25}$. **n.** $\frac{2}{25}$. **o.** $\frac{2}{25}$.

39. Escriban cuál es la población y la muestra.

Una empresa de viajes organizó una encuesta entre los alumnos de 7.° año de un barrio para saber qué destino preferían para el viaje de egresados. Para ello concurrieron a tres escuelas.

Población: Los alumnos de 7.° año de las escuelas del barrio.

Muestra: Los alumnos de 7.° año de las tres escuelas encuestadas.

40. Resuelvan.

Las alturas, expresadas en metros, de los integrantes de un equipo de básquet son las siguientes.

1,78; 1,89; 1,90; 2,05; 2,06; 1,86; 1,96; 2,07; 2,10; 1,96;
1,93; 1,79; 1,83; 1,95; 2,09; 2,07; 2,00; 1,96; 1,98; 1,95

a. Ordenen la estaturas de menor a mayor.

1,78 < 1,79 < 1,83 < 1,86 < 1,89 < 1,90 < 1,93 < 1,95 = 1,95 < 1,96 = 1,96 = 1,96 < 1,98 < 2,00 < 2,05 < 2,06 < 2,07 = 2,07 < 2,09 < 2,10

b. Calculen y completen.

Promedio = 1,955　　Moda = 1,96　　Mediana = 1,96

c. Completen la siguiente tabla.

Estatura en m	f	fr	%
[1,70;1,80)	2	0,1	10
[1,80;1,90)	3	0,15	15
[1,90;2,00)	8	0,4	40
[2,00;2,10)	6	0,3	30
[2,10;2,20)	1	0,05	5

d. Realicen en sus carpetas el histograma correspondiente.

e. ¿Cuál es la variable? Clasifíquenla.

La altura de los jugadores. Cuantitativa.

f. ¿Qué porcentaje de los jugadores mide más de 1,90 m? El 75%.

41. Lean atentamente y respondan.

Sandra puede elegir, para vestirse, entre una remera rosa o una violeta, pollera negra o pantalón negro y zapatillas o zapatos. ¿De cuántas maneras puede combinar las prendas para vestirse?

8 maneras distintas.

42. Resuelvan.

Una bolsa contiene 4 bolillas blancas, 10 verdes y 3 rojas.

Calculen la probabilidad de sacar una bolilla, sin mirar, y que resulte:

a. Blanca. $\frac{4}{17}$　　**b.** Verde. $\frac{10}{17}$　　**c.** Azul. $\frac{0}{}$

TP



	FECHA DE ENTREGA	CALIFICACIÓN
CAPÍTULO 1 Números enteros		
CAPÍTULO 2 Ecuaciones		
CAPÍTULO 3 Números racionales I (positivos)		
CAPÍTULO 4 Números racionales II		
CAPÍTULO 5 Funciones		
CAPÍTULO 6 Rectas y ángulos		
CAPÍTULO 7 Figuras planas		
CAPÍTULO 8 Cuerpos		
CAPÍTULO 9 Probabilidad y estadística		

CAPÍTULO 1

Trabajo práctico

Números enteros

1. **Resuelvan aplicando la propiedad distributiva, cuando sea posible.**

a. $\sqrt[3]{27 \cdot 216}$ = $\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{216}$ → 18

b. $\sqrt{25 \cdot 2^2}$ = $\sqrt{25} \cdot \sqrt{2^2}$ → 10

c. $250 : (10 - 5)$ = $250 : 5$ → 50

d. $(5 \cdot 3 \cdot 2)^2$ = $5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2$ → 900

2. **Resuelvan.**

a. $360 - [32 - 21 + 15 \cdot (6 - 2) - 3] - 4 =$

288

b. $42 + [23 - 5 \cdot 2 + (35 + 26 - 12) \cdot 3 - 4^2] =$

186

c. $\sqrt{25} + [36 : (8 - 2) + 17 - 15 + 12] - 9^0 =$

24

d. $69 + \sqrt{2^2 + 6^2 + 9^2} + 5 \cdot \sqrt[3]{27} =$

95

e. $[39 : (15 - 2) + 5^2 - 3^0] \cdot 6 - \sqrt[4]{16} =$

160

f. $[(3^2 + 5^2 + 6^2) : 7 - 4 + 4^2]^2 =$

484

3. **Subrayen con un color los múltiplos de los números indicados. En cada caso expliquen cómo los seleccionaron.**

a. Múltiplos de tres.

19 35 (42) 38 (75) (54) 64 (96) (141)

Solución a cargo del alumno.

b. Múltiplos de seis.

15 28 49 (48) 152 (18) (132) 73 56 (84)

Solución a cargo del alumno.

4. **Factoricen. Luego, calculen el mcm y el dcm pedido en cada caso.**

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$48 = 2^4 \cdot 3$

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$32 = 2^5$

a. mcm (48;60) = 240

b. dcm (60;32) = 4

c. mcm (48;60;32) = 480

d. mcm (32;48) = 96

e. dcm (48;60) = 12

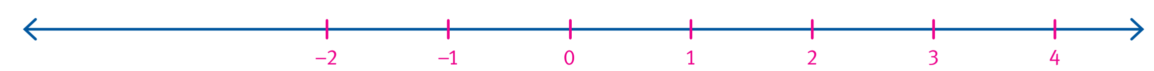
f. dcm (60;32;48) = 4

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

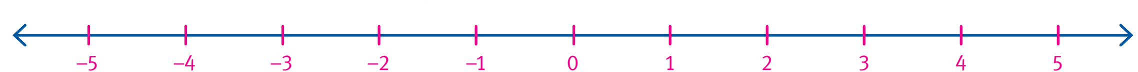
Trabajo práctico
Números enteros

5. Representen en la recta numérica.

a. Los enteros mayores que –3 y menores o iguales que 4.



b. Los enteros con módulo menor que 6.



6. Resuelvan las sumas algebraicas.

a. –19 + 30 – 5 + 8 – 1 = ________ 13

b. 35 – 40 + 80 – 10 + 5 = ________ 70

c. –38 – 45 + 30 – 18 + 2 = ________ –69

d. –14 + 52 – 63 + 32 – 5 = ________ 2

e. 23 + 26 – 62 – 68 + 15 = ________ –66

f. –86 + 23 – 64 – 17 + 5 = ________ –139

g. –145 + 53 – 65 – 2 + 73 = ________ –86

h. –19 + 64 – 25 – 32 + 7 = ________ –5

7. Resuelvan.

a. (–3) . (–4) . (–1) = ________ –12

b. (–5) . 2 : (–1) = ________ 10

c. (–64) : (–8) . (–4) = ________ –32

d. (–72) : (–9) . 5 . (–1) = ________ –40

8. Resuelvan las siguientes potencias y raíces.

a. $(-4)^1 =$ –4

b. $(-10)^2 =$ 100

c. $2^4 =$ 16

d. $(-8)^2 =$ 64

e. $(-3)^0 =$ 1

f. $\sqrt[3]{-343} =$ –7

g. $\sqrt{-225} =$ No tiene solución.

h. $\sqrt[4]{256} =$ 4

i. $\sqrt[5]{-243} =$ –3

9. Resuelvan las siguientes operaciones combinadas.

a. $-15 + [(-20 + 15 - 8) \,.\, (-5 + 8)^2] - (-5)^1 =$

–127

b. $[(-5)^2]^1 + \sqrt{140 + 46 - 42} - (-1) - [(-2 + 8 - 4) \,.\, (-5) - (-12)] =$

36

c. $[-32 + (-9 + 6) \,.\, (-5 + 2) - (-1)]^2 - \sqrt[3]{(-10) \,.\, 2 - 7} =$

487



Trabajo práctico

Ecuaciones

1. Escriban el cálculo y resuelvan.

a. La mitad de doce aumentado en el triple de cinco. $12 : 2 + 3 . 5$ 21

b. La diferencia entre el doble del cuadrado de 3 y la cuarta parte de 20. $2 . 3^2 - 20 : 4$ 13

c. El producto entre la raíz cúbica de la mitad de –250 y el cuádruple del cubo de –2.

$\sqrt[3]{-250 : 2} . 4 . (-2)^3$ 160

d. La diferencia entre la raíz cuadrada del doble de 50 y el doble del cuadrado de 6.

$\sqrt{2 . 50} - 2 . 6^2$ –62

e. El opuesto de la quinta parte del cuádruple de cuarenta. $-(4 . 40 : 5)$ –32

f. La diferencia entre el cubo de 5 y el cuadrado de 8. $5^3 - 8^2$ 61

2. Planteen la ecuación y resuelvan.

a. La suma entre el doble del anterior de un número y el triple del siguiente del mismo número es igual a –9. ¿Cuál es el número?

$2 . (x - 1) + 3 . (x + 1) = -9$ El número es –2.

b. La diferencia entre el cuadrado del siguiente de un número y el cuadrado del anterior del mismo número es igual a 16. ¿Cuál es el número?

$(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = 16$ El número es 4.

c. La suma de tres números impares consecutivos es igual a 69. ¿Cuáles son los números?

$(2x + 1) + (2x + 3) + (2x + 5) = 69$

$6x + 9 = 69$ $x = 10$ Los números son 21, 23 y 25.

3. Resuelvan.

a. $17a + 5a - 25a = -3a$

b. $-3a . 4a = -12a^2$

c. $128a^3 : 64a^2 = 2a$

d. $3a - 2b + b - 6a = -3a - b$

e. $-8a . 2b . 3a = -48a^2b$

f. $-34a^2b : 17ab = -2a$

g. $-2b . (3a - b) = -6ab + 2b^2$

h. $(12a^2 - 8a) : 4a = 3a - 2$

4. Encuentren el valor numérico de las expresiones del ejercicio anterior sabiendo que $a = -2$, $b = 3$.

a. 6
b. –48
c. –4
d. 3
e. –576
f. 4
g. 54
h. –8

Nombre: ____________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

5. Resuelvan.

a. $(2a + 5b)^2 =$

$4a^2 + 20ab + 25b^2$

b. $(7t - t^2)^2 =$

$49t^2 - 14t^3 + t^4$

c. $3a - (-3a - b)^2 + ab =$

$-9a^2 - 5ab + 3a - b^2$

d. $(r^2 - s)^3 =$

$r^6 - 3r^4s + 3r^2s^2 - s^3$

e. $(5p + 2)^3 =$

$125p^3 + 150p^2 + 60p + 8$

f. $2a \,.\, (a + b)^2 - (a - b)^3 =$

$a^3 + 7a^2b - ab^2 + b^3$

6. Resuelvan y verifiquen la solución.

a. $3x^2 + 5 = 197$

$x = 8$ o $x = -8$

b. $x^2 - (x + 4)^2 = -4x$

$x = -4$

c. $x^3 = 3^4 - 2x^3$

$x = 3$

d. $2 \,.\, \sqrt{x} = 9 \,.\, 4 - (2^2 - \sqrt{9}) \,.\, 26$

$x = 25$

e. $\sqrt[5]{x + 41} = 3$

$x = 202$

f. $\sqrt{x^2 + 3} = x + 3$

$x = -1$

7. Resuelvan y escriban el conjunto solución de las siguientes inecuaciones.

a. $(-1) \,.\, (3 - 7x) \geq 10x - 4x$

$x \geq 3$

b. $(-2) \,.\, (9x + 5) \leq (-3) \,.\, (2x + 6) - 4$

$x \geq 1$

c. $(-144 + 12x) : (-12) \leq 5 \,.\, (2x - 7) - 8$

$x \geq 5$

d. $2x + 4x \,.\, (3x - 5) \geq -3x^2 + 15x^2 + 36$

$x \leq -2$

8. Planteen una ecuación que represente la situación y resuelvan.

La base y la altura de un rectángulo miden *2x – 5 cm* y *9 cm*, respectivamente. Si el perímetro es de 48 cm, ¿cuál es el área?

$2 \,.\, (2x - 5 \text{ cm} + 9 \text{ cm}) = 48 \text{ cm}$

$x = 10$ cm; área $= 135 \text{ cm}^2$



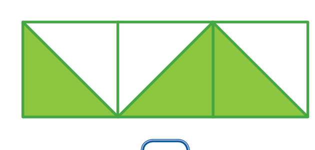
CAPÍTULO 3

TRABAJO PRÁCTICO

Números racionales I (positivos)

1. **Escriban la expresión fraccionaria que corresponde a la parte pintada.**

a.



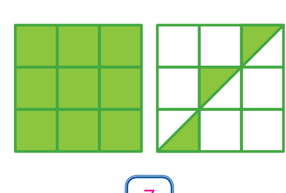
$\frac{1}{2}$

b.



$\frac{3}{8}$

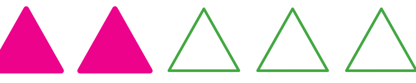
c.



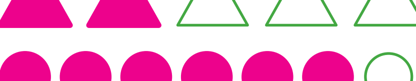
$\frac{7}{6}$

2. **Representen $\frac{2}{5}$.**

a. Si la unidad es:



b. Si la unidad es:



3. **Escriban F (Finitas) o I (Infinitas) para indicar cómo es la expresión decimal.**

a. $\frac{5}{2}$ F **b.** $\frac{3}{5}$ F **c.** $\frac{2}{9}$ I **d.** $\frac{6}{21}$ I **e.** $\frac{14}{2}$ F **f.** $\frac{12}{7}$ I

4. **Escriban como fracción.**

a. $0,\widehat{5}$ ____ $\frac{5}{9}$

c. $1,\widehat{5}$ ____ $\frac{14}{9}$



b. $0,\widehat{7}$ ____ $\frac{7}{9}$

d. $2,\widehat{8}$ ____ $\frac{26}{9}$



5. **Resuelvan y coloquen >, < o =.**

a. $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5}$ > $\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{4}{5}$

b. $\frac{4}{9} : \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$ < $\frac{4}{9} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)$

c. $\left(\frac{22}{9} - \frac{5}{18}\right) \cdot \frac{6}{5}$ > $\frac{22}{9} - \frac{5}{18} \cdot \frac{6}{5}$

d. $\frac{7}{6} + \frac{5}{24} \cdot \frac{4}{3} - \frac{2}{9}$ < $\left(\frac{7}{6} + \frac{5}{24}\right) \cdot \frac{4}{3} - 0,\widehat{2}$

6. **Completen con = o ≠. Expliquen cada respuesta.**

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ ≠ $\frac{3}{4^2}$

____

d. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ = $\sqrt{2:8}$

____

b. $\left(1,\widehat{6} \cdot \frac{2}{7}\right)^3$ = $\left(\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3$

____

e. $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^2$ ≠ $\left(\frac{2}{3}\right)^5$



____

c. $\sqrt{\frac{1}{6} + 9}$ ≠ $\sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{9}$

____

f. $\left(\frac{1}{4}\right)^6 : \frac{1}{4}$ = $(0,25)^5$

____

Nombre: ______________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

7. **Resuelvan.**

a. $\frac{7}{3} - \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{7} \cdot \frac{21}{16}\right) + \left(\frac{3}{2}\right)^{10} : \left(\frac{3}{2}\right)^{8} = \frac{17}{6}$

b. $\sqrt{\left(\frac{6}{5} - \frac{2}{3}\right) : \frac{5}{6}} + \left(2 + \frac{5}{8}\right) : \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} - \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{23}{20}$

c. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \frac{5}{2} : 2^{-1} - \sqrt[3]{\frac{1}{9} + \frac{5}{27}} = \frac{40}{3}$

8. **Resuelvan las siguientes ecuaciones y verifiquen el conjunto solución.**

a. $\frac{4}{5} \cdot \left(\frac{15}{8}x + \frac{7}{8}\right) + \frac{9}{10} = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2}\right)x + \frac{22}{5} =$

$x = \frac{16}{5}$

b. $\frac{2x + 5}{4} - \frac{x + 5}{6} = \frac{3}{2} + \frac{5x - 4}{3}$

$x = \frac{3}{16}$

9. **Planteen las ecuaciones que traducen los siguientes problemas y luego resuélvanlas.**

a. Las dos quintas partes de la diferencia entre el triple de un número y un cuarto es igual a la mitad del número, aumentado en las tres octavas partes de cuatro novenos. ¿De qué número se trata?

$\frac{2}{5} \cdot \left(3x - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9}$

El número es $\frac{8}{21}$.

b. José compró un cajón de manzanas. Le dio la sexta parte a su mamá. De los kilos que le quedaban le regaló las tres quintas partes a su abuela y él se quedó con 4 kg. ¿Cuántos kilos tenía el cajón?

$\frac{1}{6}x + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{5}x + 4 = x$

El cajón tenía 12 kg.

CAPÍTULO 4

Trabajo práctico

Números racionales II

1. Completen con > o < según corresponda.

a. $-\frac{4}{9}$ [>] $-\frac{5}{7}$

b. $\frac{6}{8}$ [>] $\frac{5}{7}$

c. $-\frac{9}{13}$ [<] $-\frac{17}{25}$

d. $-\frac{15}{17}$ [>] $-\frac{35}{29}$

e. $-\frac{18}{7}$ [<] $\frac{21}{9}$

f. $-\frac{9}{4}$ [<] $-\frac{7}{4}$

2. Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $\frac{15}{7} \cdot \left(-\frac{35}{25}\right) = -3$

b. $-\frac{9}{14} + \frac{5}{7} = \frac{1}{14}$

c. $-\frac{45}{4} \cdot \left(-\frac{9}{38}\right) = \frac{405}{152}$

d. $-\frac{16}{7} - \frac{4}{21} = -\frac{52}{21}$

e. $-\frac{32}{5} + 0{,}3 - \frac{4}{15} = -\frac{19}{3}$

f. $\frac{29}{3} \cdot \left(-\frac{9}{5}\right) \cdot \left(-\frac{10}{21}\right) = \frac{58}{7}$

g. $\frac{120}{7} : \frac{6}{28} : \left(-\frac{12}{8}\right) = -\frac{160}{3}$

h. $-\frac{28}{3} + \frac{37}{6} - 3{,}\overset{\frown}{3} = -\frac{13}{2}$

3. Completen con un número para que se verifiquen las igualdades.

a. $\left(\boxed{\frac{1}{10}}\right)^3 = -\frac{1}{1000}$

b. $\sqrt[\boxed{3}]{\frac{8}{1728}} = \frac{2}{12}$

c. $\sqrt[3]{\frac{\boxed{-27}}{64}} = -\frac{3}{4}$

d. $\left(-\frac{13}{11}\right)^{\boxed{2}} = \frac{169}{121}$

e. $\sqrt{\frac{144}{25}} = \boxed{\frac{12}{5}}$

f. $\left(-\frac{8}{7}\right)^{\boxed{-1}} = -\frac{7}{8}$

4. Completen la tabla.

a	b	c	a + b	−a − c	$a^2 + b$	$a - b^2 + c^2$
$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{7}{16}$	$\frac{1}{16}$
$-\frac{2}{5}$	$\frac{3}{7}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{103}{175}$	$\frac{69}{1225}$
$0{,}\overset{\frown}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{8}{9}$	$-\frac{23}{81}$	$\frac{5}{9}$

5. Resuelvan aplicando propiedades, cuando sea posible.

a. $\sqrt{\frac{9}{25} \cdot \frac{36}{49}} = \frac{18}{35}$

b. $\sqrt[3]{-\frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{27}{64}\right) \cdot (-1)} = -\frac{3}{8}$

c. $\left[-\frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)\right]^2 = \frac{625}{144}$

d. $\left[-\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right)\right]^2 = \frac{49}{144}$

e. $\sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \frac{5}{4}$

f. $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-2} = \frac{16}{81}$

6. Resuelvan las siguientes operaciones combinadas.

a. $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-1} + \left(-\frac{3}{2} + \frac{1}{6}\right) \cdot (-1{,}2) = -\frac{11}{15}$

b. $\sqrt[3]{1 - \frac{7}{8}} - \left(\frac{3}{5} - \frac{9}{5}\right) : \frac{18}{25} = \frac{13}{6}$

Nombre: ____________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____



7. Calculen el valor de *x*. Verifiquen la solución.

a. $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} = -\frac{5}{6}$

$x = -\frac{9}{2}$

b. $-\frac{2}{5}x + \frac{3}{4} = -\frac{5}{2} - \frac{1}{5}x$

$x = \frac{65}{4}$

c. $2x + \frac{1}{2} = 2x + \frac{1}{4} \cdot 2$

El *c* tiene infinitas soluciones.

d. $\frac{3}{4}x - \frac{2}{7} = \frac{2}{7} \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$

$x = \frac{4}{13}$

e. $\frac{6}{5} \cdot (x - 1) = \frac{1}{10} \cdot (x + 1)$

$x = \frac{13}{11}$

f. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}$

El *f* no tiene solución.

8. Planteen la ecuación y resuelvan.

a. La diferencia entre el cuadrado de un número y once veinticincoavos es igual a 1. ¿Cuál es el número?

$x^2 - \frac{11}{25} = 1$ El número es $\frac{6}{5}$ y $-\frac{6}{5}$.

b. Las dos terceras partes de un número aumentada en un medio es igual al opuesto de un quinto disminuido en dos. ¿Cuál es el número?

$\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{5} - 2$ El número es $-\frac{81}{20}$.

9. Resuelvan las siguientes situaciones.

a. En una empresa, la mitad de los empleados estudian inglés; la sexta parte, francés y la quinta parte, italiano. Si hay 4 que no estudian idioma, ¿cuántos empleados tiene la empresa?

30 empleados.

b. Una pileta se encuentra vacía. Entre las 9 y las 10 de la mañana se llena las tres cuartas partes de su capacidad y durante la hora siguiente, la octava parte. Por la tarde, se llena la mitad de lo que resta. Si aún faltan 62,5 litros para completarla, ¿cuál es la capacidad de la pileta?

1000 litros.

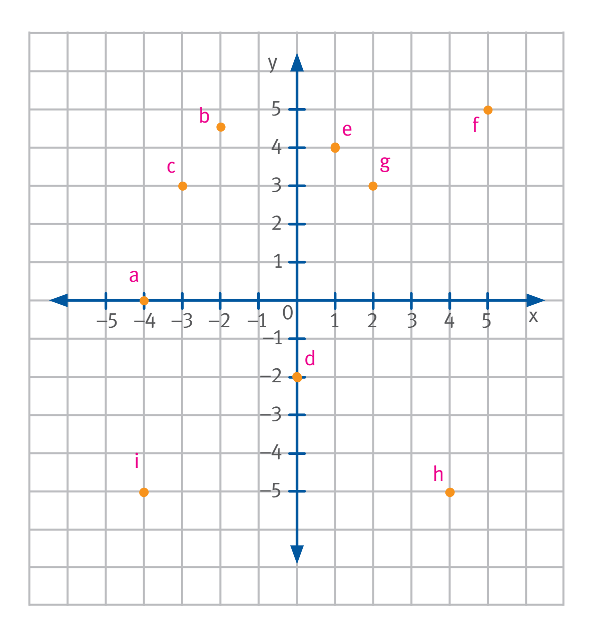


Trabajo práctico

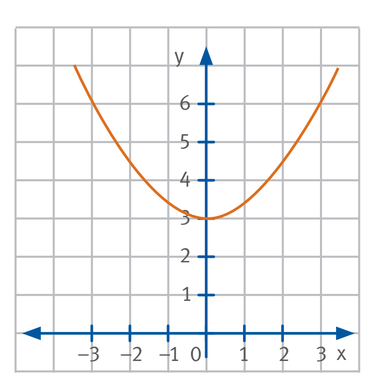
Funciones

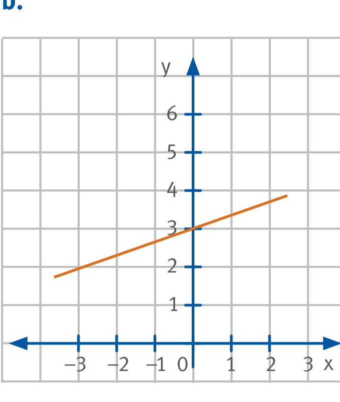
1. Escriban en el gráfico el nombre de cada punto, teniendo en cuenta la información.

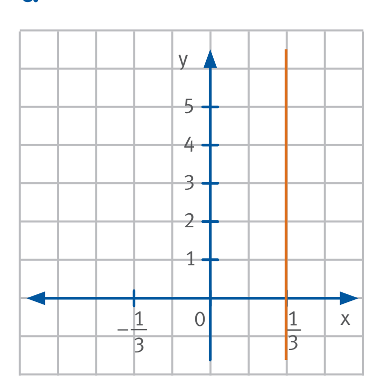
a. El punto *a* tiene abscisa –4 y ordenada 0.
b. El punto *b* tiene abscisa –2 y ordenada 4,5.
c. En el punto *c* ambas coordenadas tienen el mismo valor absoluto.
d. El punto *d* tiene la primera coordenada igual a 0 y su ordenada es –2.
e. El punto *e* tiene abscisa 1 y ordenada 4.
f. El punto *f* tiene las dos coordenadas iguales.
g. En el punto *g* la ordenada es una unidad mayor que la abscisa.
h. El punto *h* tiene la abscisa opuesta al punto *a* y ordenada –5.
i. El punto *i* está en el tercer cuadrante.



2. Escriban al lado de cada fórmula la letra de la gráfica que le corresponde.

a.


b.


c.


$x = \frac{1}{3}$ c

$y = \frac{1}{3}x^2 + 3$ a

$y = \frac{1}{3}x + 3$ b

3. Respondan teniendo en cuenta la actividad anterior.

a. ¿Alguna de las gráficas no representa una función? ¿Por qué?

La *c*, porque hay un valor de *x* $\left(\frac{1}{3}\right)$ que tiene más de una imagen.

b. ¿Alguna de las gráficas representa una función lineal? ¿Cuál?

La *b*.

c. ¿Alguna gráfica corresponde a una función de proporcionalidad directa o inversa? ¿Cuál?

Ninguna.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___



4. Resuelvan.

Las ventas de una empresa de heladeras, en miles, están dadas por la función $v(x) = 15x - 11$.

a. ¿Cuánto dinero ingresó por la venta de 10 heladeras?

$139 000.

b. Si obtuvieron $799 000, ¿cuántas heladeras han vendido?

54 heladeras.

5. Lean atentamente y respondan.

La cantidad de botellas que etiqueta una máquina es equivalente al triple de los minutos que trabaja, menos 1 unidad.

a. Si la máquina etiquetó 179 botellas sin detenerse, ¿cuánto tiempo estuvo funcionando?

Estuvo funcionando 60 minutos.

b. ¿Cuánto tiempo tardará en etiquetar 3 599 botellas?

Tardará 20 horas.

c. Si la máquina estuvo funcionando durante 8 horas (sin parar), ¿cuántas botellas etiquetó?

Etiquetó 1 439 botellas.

6. Sabiendo que $f(x) = -3x + \frac{3}{2}$, grafiquen en sus carpetas f(x), g(x) y h(x).

a. La pendiente de g(x) es la misma que la de f(x) y la ordenada al origen, 0. $g(x) = -3x$

b. La pendiente de h(x) es el número opuesto a la pendiente de f(x) y la ordenada al origen es cinco cuartos. $h(x) = 3x + \frac{5}{4}$

7. Escriban debajo de cada tabla PD (proporcionalidad directa), PI (proporcionalidad inversa) o NP (no proporcional) según corresponda. Calculen la constante de proporcionalidad y escriban la fórmula, cuando sea posible.

a.

x	y
-4	$-\frac{7}{4}$
-1	-7
$\frac{1}{2}$	14
$\frac{9}{2}$	$\frac{14}{9}$

PI

k = 7

y = $\frac{7}{x}$

b.

x	y
-11	55
-5	45
1	9
3	-15

NP

k =

y =

c.

x	y
$-\frac{9}{2}$	-54
-3	-36
3	36
4	48

PD

k = 12

y = 12x

d.

x	y
-3	$\frac{1}{15}$
1	$-\frac{1}{5}$
-2	$\frac{1}{10}$
$-\frac{4}{3}$	20

NP

k =

y =

CAPÍTULO



Trabajo práctico

Rectas y ángulos

1. Resuelvan.

a. Dibujen un ángulo de 38° y tracen su bisectriz.

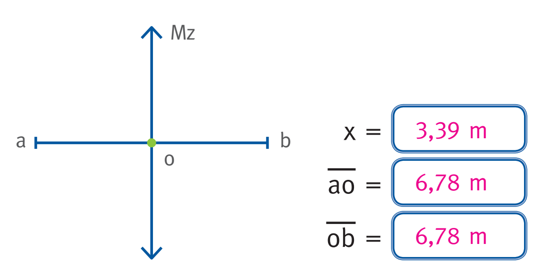
b. Dibujen un segmento de 3,7 cm y tracen su mediatriz.

c. Dibujen una recta A paralela a la recta B, y una recta C perpendicular a las anteriores.

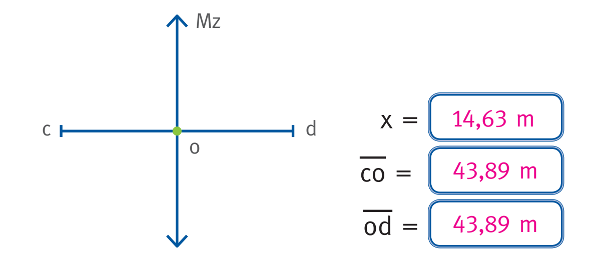
Solución a cargo del alumno.

2. Calculen el valor de *x* y la longitud de cada segmento.

a. $\overline{ao}$ = 6x – 13,56 m; $\overline{ob}$ = 2x



b. $\overline{co}$ = 3x; $\overline{od}$ = x + 29,26 m



3. Calculen la medida de cada ángulo. Expliquen las respuestas.

a. $\hat{\alpha}$ = 5x + 27° 5' 3''

$\hat{\beta}$ = 4x + 33° 17'

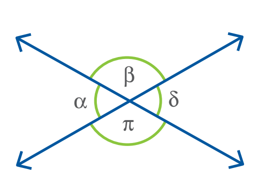
x = 3° 17' 33''

$\hat{\alpha}$ = 43° 32' 48''

$\hat{\beta}$ = 46° 27' 12''

b. $\hat{\alpha}$ = 4x + 29''

$\hat{\beta}$ = x + 25° 13'



x = 30° 57' 18''

$\hat{\alpha}$ = 123° 49' 42''

$\hat{\beta}$ = 56° 10' 18''

$\hat{\pi}$ = 56° 10' 18''

$\hat{\delta}$ = 123° 49' 42''

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

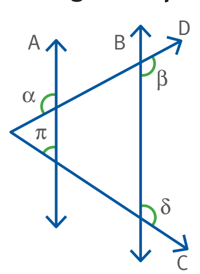
4. **Calculen la medida de cada ángulo. Expliquen las respuestas.**

a. A // B

$\hat{\alpha} = 5x - 19°$

$\hat{\beta} = 3x + 27°$

$\hat{\pi} = x + 15° \, 12'$

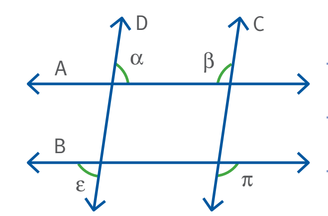


$x =$ 23° $\hat{\alpha} =$ 96° $\hat{\beta} =$ 96° $\hat{\pi} =$ 38° 12' $\hat{\delta} =$ 141° 48'

b. A // B y C // D

$\hat{\alpha} = 7x - 32° \, 12'$

$\hat{\beta} = x - 24° \, 16'$

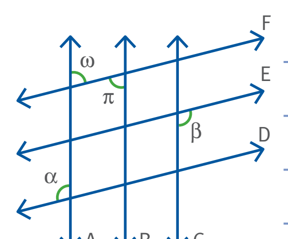


$x =$ 29° 33' 30'' $\hat{\alpha} =$ 174° 42' 30'' $\hat{\beta} =$ 5° 17' 30'' $\hat{\pi} =$ 5° 17' 30'' $\hat{\varepsilon} =$ 174° 42' 30''

c. A // B // C y D // E // F

$\hat{\alpha} = 3x + 20° \, 18' \, 37''$

$\hat{\beta} = x + 54° \, 38' \, 57''$



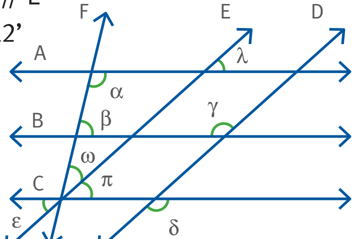
$x =$ 17° 10' 10'' $\hat{\alpha} =$ 71° 49' 7'' $\hat{\beta} =$ 71° 49' 7'' $\hat{\pi} =$ 108° 10' 53'' $\hat{\omega} =$ 108° 10' 53''

d. A // B // C y D // E

$\hat{\alpha} = 3x + 38° \, 12'$

$\hat{\beta} = 5x$

$\hat{\varepsilon} = 2x$



$x =$ 17° 43' 30'' $\hat{\alpha} =$ 91° 22' 30'' $\hat{\pi} =$ 35° 27' $\hat{\omega} =$ 53° 10' 30'' $\hat{\delta} =$ 144° 33'

$\hat{\beta} =$ 88° 37' 30'' $\hat{\varepsilon} =$ 35° 27' $\hat{\gamma} =$ 144° 33' $\hat{\lambda} =$ 35° 27'

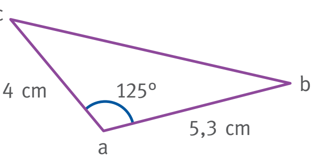
CAPÍTULO 7

Trabajo práctico

Figuras planas

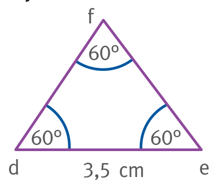
1. **Tengan en cuenta los datos y construyan los triángulos en sus carpetas. Hallen la recta de Euler.**

a.



Solución a cargo del alumno.

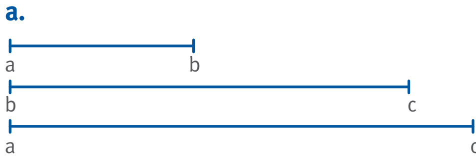
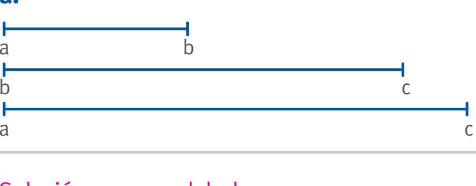
b.

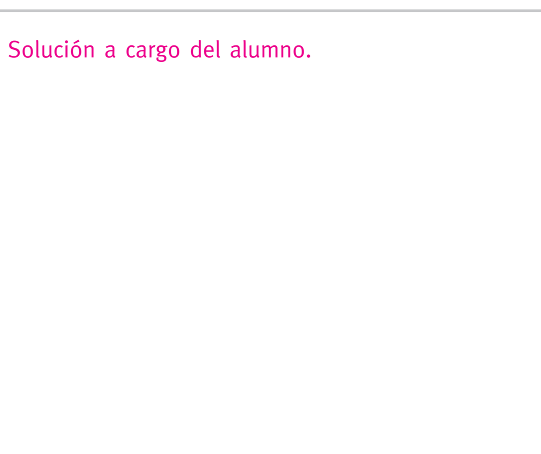


No es posible hallar la recta de Euler.

2. **Construyan un triángulo con los datos dados.**

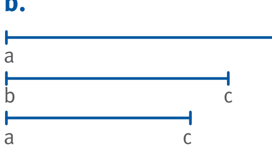
a.



Solución a cargo del alumno.

b.



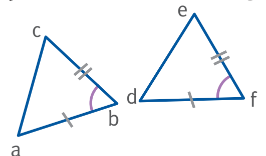
Solución a cargo del alumno.

3. **Completen teniendo en cuenta que $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ son ángulos exteriores de $\hat{a}$, $\hat{b}$ y $\hat{c}$, respectivamente.**

Ángulos interiores			Ángulos exteriores		
$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$
36° 15’	18° 19’ 12”	125° 25’ 48”	143° 45’	161° 40’ 48”	54° 34’ 12”
32° 18’ 50”	43° 20’ 12”	104° 20’ 58”	147° 41’ 10”	136° 39’ 48”	75° 39’ 2”
42° 35’ 26”	90°	47° 24’ 34”	137° 24’ 34”	90°	132° 35’ 26”

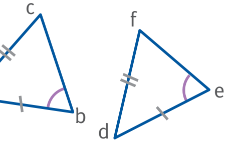
4. **Indiquen cuáles de los siguientes pares de triángulos son congruentes. Expliquen las respuestas.**

a.



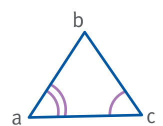
Sí, por LAL.

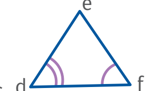
b.



Sí, tienen dos lados y el ángulo opuesto al mayor de ellos respectivamente congruentes.

c.





No.

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

5. **Calculen el valor de *x* si el perímetro de un triángulo mide 240 m y sus lados, $12x - 8$ m, $x + 5$ m y $10x + 13$ m. Luego, calculen el valor de cada lado.**

$x = 10$ m; $l_1 = 15$ m; $l_2 = 112$ m y $l_3 = 113$ m.

6. **Construyan un paralelogramo cuyos lados no paralelos midan 5 cm y 2,5 cm, respectivamente. Indiquen cuántos paralelogramos distintos se pueden construir.**

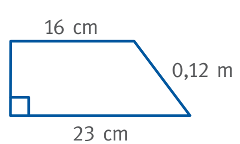
Se pueden construir infinitos paralelogramos.

7. **Completen las siguientes equivalencias.**

a. 223 m = 22 300 cm
b. 240 hm = 24 000 m
c. 0,03 km = 30 m
d. 0,9 cm^2 = 0,00009 m^2
e. 43 m^2 = 0,43 dam^2
f. 42 km^2 = $4,2 \cdot 10^9$ dm^2

8. **Calculen el área y el perímetro.**

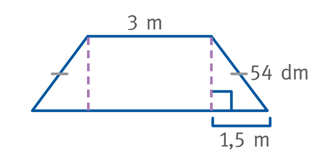
a.



Área = 190,125 cm^2

Perímetro = 60,75 cm

b.

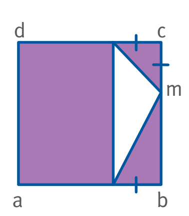


Área = 23,4 m^2

Perímetro = 19,8 m

9. **Calculen el área y el perímetro de la figura sombreada.**

a. $\overline{ab} = 12$ m
$\overline{cm} = \frac{1}{3}\overline{ab}$



Área = 120 m^2

Perímetro = 74,6 m

b. abc triángulo equilátero y defg cuadrado.
$\frac{1}{3}\overline{ab} = \overline{ed}$ y $\overline{bc} = 27$ cm

Área = 234,63 cm^2

Perímetro = 99 cm



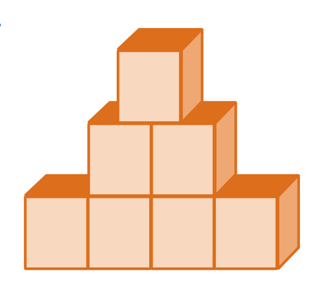
TRABAJO PRÁCTICO



Cuerpos

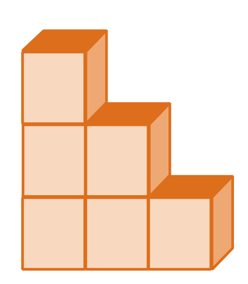
1. **Calculen el volumen de los cuerpos si cada uno está formado por cubos iguales de capacidad 8 l.**

a.



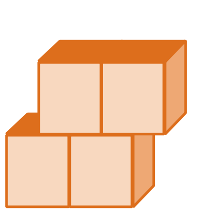
56 dm^3

b.



48 dm^3

c.



32 dm^3

2. **Tengan en cuenta los datos de la actividad anterior y respondan.**

a. ¿Cuánto mide la arista de cada cubo?

2 dm

b. ¿Cuánto mide el área total de cada cuerpo?

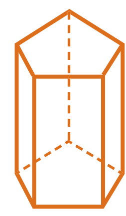
Cuerpo 1: 112 dm^2. Cuerpo 2: 96 dm^2. Cuerpo 3: 68 dm^2.

c. Se desea cubrir cada cuerpo con un papel de forma rectangular de 54 cm de ancho y 90 cm de largo. ¿Cuántos papeles se necesitan?

Cuerpo 1: 3 papeles. Cuerpo 2: 2 papeles. Cuerpo 3: 2 papeles.

3. **Calculen el volumen de cada cuerpo.**

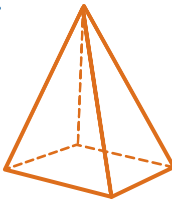
a.



Apotema
de la base = 60 mm
Lado de la base = 8,72 cm
Altura = 0,72 dm

11 664 cm^3

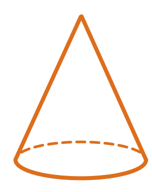
b.



Base rectangular
Largo de la base = 25 cm
Ancho de la base = 3 dm
Altura = 450 mm

941,76 cm^3

c.



Radio de la base = 1,5 cm
Altura = 0,45 dm

10,6 cm^3

Nombre: ______________________ Curso: __________ Fecha: ____/____/____

4. Completen las siguientes equivalencias.

a. 125 dm^3 = 125 000 ml
b. 0,035 g = 35 mg
c. 1 265 m = 1,265 km
d. 5 698 000 mm^2 = 0,05698 dam^2
e. 97 kl = $9,7 \cdot 10^7$ cm^3
f. 0,9 kl = 900 l
g. 245,3 hm^2 = $2,453 \cdot 10^{10}$ cm^2
h. 0,000005 dam^3 = 5 000 cm^3
i. 25 hl = 25 000 dl
j. 43 g = 43 000 mg
k. 0,1289 km^3 = $1,289 \cdot 10^{11}$ l
l. 87,56 dag = 87 560 cg

5. Planteen y resuelvan.

a. El área lateral de un cono cuya generatriz mide 5 cm es igual a 78,5 cm^2. Calculen el área total del cono.

Área total = 157 cm^2.

b. El área total de un prisma de base octogonal es de 374,4 dm^2 y el lado de la base mide 4,5 dm. Si la altura es de 8 dm, calculen la longitud de la apotema de la base y el volumen del prisma.

Apotema = 2,4 dm. Volumen = 345,6 dm^3.

c. Damián tiene una pecera con forma de prisma de base rectangular. El largo de la pecera es igual al doble del ancho y el alto es el triple del ancho. Si el área lateral es de 72 dm^2, calculen la longitud de cada una de las aristas. ¿Cuántos litros de agua caben en la pecera?

$2 \cdot (3a^2 + 6a^2) = 72$ dm^2 Ancho = 2 dm; largo = 4 dm; alto = 6 dm. V = 48 dm^3. Caben 48 litros.

6. Resuelvan.

Facundo desea comprar tierra para su jardín. En el vivero observó estas dos promociones.

¡Oferta!
1,5 dm^3 de tierra fértil "Los Álamos" a solo $21,99.

¡Oferta!
15 kg de tierra fértil "El Nogal" a solo $35,99.

a. Si la densidad de la tierra fértil es de 5,515 g/cm^3, ¿cuál de las ofertas le conviene comprar?

Le conviene la segunda promoción, ya que pagará solo $19,84 el 1,5 dm^3 de tierra.

b. ¿Cuánto dinero ahorrará entre una y otra marca?

Ahorrará $2,15.



Trabajo práctico

Probabilidad y estadística

1. **Lean la situación y escriban la población y una muestra representativa. Comparen las respuestas con sus compañeros.**
Una empresa de publicidad quiere hacer una encuesta para saber cuál es el sabor de jugo preferido de los habitantes de una ciudad.

Población: Por ejemplo, los habitantes de una ciudad.

Muestra: Por ejemplo, 200 personas de cada barrio.

2. **Tengan en cuenta los datos de cada tabla. Calculen el promedio, la moda y la mediana en cada caso.**

a.

Valor de la variable	3	4	5	6	7	8	9
f	12	13	25	23	17	8	2

Promedio = 5,52

Moda = 5

Mediana = 5,5

b.

Valor de la variable	3	4	5	6	7	8	9
f	12	13	19	28	8	9	12

Promedio = 5,81

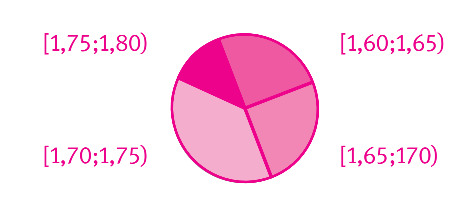
Moda = 6

Mediana = 6

3. **Resuelvan.**
Se tomaron las alturas de los alumnos del último año de una escuela.

a. Completen la tabla y realicen el gráfico circular.

Altura en metros	f	fr	%
[1,60;1,65)	8	0,25	25
[1,65;1,70)	8	0,25	25
[1,70;1,75)	12	0,375	37,5
[1,75;1,80)	4	0,125	12,5
Total	32	1	100



b. ¿Cuántos alumnos cursan el último año? 32

c. ¿Qué porcentaje de los alumnos mide 1,70 m o más? 50%

4. **Resuelvan.**
Durante el último año se hizo el relevamiento del precio, en pesos, de una *notebook* en una casa especializada en artículos de computación.

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
2 200	2 300	2 350	2 500	2 500	2 550	2 700	2 750	2 800	2 900	3 000	3 200

a. Realicen en sus carpetas el gráfico de barras correspondiente. Solución a cargo del alumno.

b. ¿Cuál fue el porcentaje total de aumento desde enero hasta diciembre? 45,45%

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ____/____/____

5. Respondan.

¿De cuántas formas distintas se pueden acomodar 4 libros en un estante?

24

6. Marquen con una X la opción correcta.

a. Se lanzó un dado no equilibrado 200 veces y se obtuvieron los siguientes resultados.

Número de la cara	1	2	3	4	5	6
f	32	24	44	48	32	20

- La frecuencia absoluta a la cara 4 es:

  48 [X] 0,48 [ ] 48% [ ] 24 [ ]
- El porcentaje correspondiente a la cara 6 es:

  20 [ ] 0,10% [ ] 10% [X] 20% [ ]
- La probabilidad de que salga 2 al lanzar el dado es:

  12 [ ] 0,12 [X] 0,24 [ ] 24 [ ]
- El valor de la mediana es:

  3 [ ] 4 [ ] 25 [ ] 3,5 [X]

b. La tabla muestra los pesos de 20 chicos, en kg, que fueron atendidos por un pediatra en un día de consultorio.

Peso en kg	[0;6)	[6;12)	[12;18)	[18;24)
f	4	6	7	3

- La frecuencia relativa correspondiente al intervalo [12;18) es:

  7 [ ] 0,7 [ ] 0,35 [X] 35% [ ]
- El porcentaje correspondiente al intervalo [0;6) es:

  20 [ ] 4% [ ] 0,20 [ ] 20% [X]
- La cantidad de chicos que pesan como mínimo 6 kg es:

  6 [ ] 16 [X] 4 [ ] 20 [ ]
- La probabilidad de que uno de los bebés atendidos pese 25 kg es:

  0,3 [ ] 0 [X] 0,20 [ ] 3 [ ]

7. Unan con flechas cada suceso con su tipo de probabilidad.

En una caja hay 10 bolillas numeradas del 1 al 10, las pares son rojas y las impares, azules.

a. Que salga un número par. — Probable

b. Que salga el 11. — Imposible

c. Que salga una bolilla roja o azul. — Seguro

d. Que salga un número mayor que 8. — Poco probable

- Imposible
- Poco probable
- Probable
- Seguro

CAPÍTULO 1

1. Números naturales. Propiedad distributiva

1.
a. 4 **c.** 10 **e.** 9 **g.** 48
b. 60 **d.** 4 **f.** 81 **h.** 2

2.
Por ejemplo, **a.** con 50.

3.
a. 16 **b.** 18

4.
Por ejemplo, **a.** 4; 4; 6.

5.
Por ejemplo, **a.** =.

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

2. Operaciones combinadas con números naturales

6.
a. 16 **c.** 982 **e.** 1 474
b. 91 **d.** 2 362 **f.** 674

7.
Por ejemplo, **a.** con 97.

8.
a. 9 **c.** 349 **e.** 66
b. 55 **d.** 73 **f.** 19

9.
Solución a cargo del alumno.

3. Divisibilidad. Múltiplo común menor y divisor común mayor

10.
Por ejemplo, **a.** F.

11.
Por ejemplo, **a.** con 2.º opción.

12.
a. mcm = 2 024, dcm = 4
b. mcm = 900, dcm = 5
c. mcm = 4 368, dcm = 2
d. mcm = 840, dcm = 2

INTEGRACIÓN 1·2·3

13.
Va **X** en **a.**, **c.**, **d.**, **e.**, **h.**, **j.**, **k.**

14.
a. 8 **d.** 105 **g.** 66
b. 741 **e.** 113 **h.** 13
c. 60 **f.** 11 **i.** 69

15.
Por ejemplo, **a.** con $5 \cdot 3 \cdot 2^3$.

16.
Por ejemplo, **a.** mcm = 144, dcm = 4.

17.
a. 11 + 13
b. 53, 67, 71 y 73
c. 14, 20 **d.** 17 – 5 **e.** 14 + 25

18.
a. A los 72 s. **b.** 40 metros.
c. En 60 días. El 3 de junio.
d. 5 bolsas; 11 de c. y 15 de h.
e. Domingo. **f.** 36 cajitas.

19.
Por ejemplo, **a.** ≠.

20.
a. 63 **c.** 201 **e.** 61
b. 86 **d.** 37

21.
Por ejemplo, **a.** V.

22.
Por ejemplo, fila 1: va **X** en: 2, 4, 8.

23.
Por ejemplo, **a.** 14.

24.
Por ejemplo, **a.** con *7 – 2*.

25.
a. 30 y 28 **c.** 35 y 45
b. 19 y 1 **d.** 49 y 7

26.
a. 509 **b.** 86 **c.** 13 **d.** 349

27.
a. Cada 40 días.
b. 5 estampillas de Italia, 9 de Francia y 3 de España. 15 sobres.

4. Números enteros. Orden y representación

28.
Por ejemplo, **a.** –250.

29.
Por ejemplo, **a.** <.

30.
–40; –35; –28; –22; –17; 5; 7; 15; 18; 19.

31.
Por ejemplo, fila 1: 12; –13; –11; 12.

32.
a. +5 **b.** –6 **c.** –10 **d.** +2
Solución a cargo del alumno.

5. Adición y sustracción

33.
Por ejemplo, **a.** +3.

34.
Por ejemplo, fila 1: 7 °C.

35.
Por ejemplo, **a.** 1.

36.
Por ejemplo, fila 1: 4; 0; 0; –4.

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

6. Multiplicación y división

37.
Por ejemplo, **a.** 15.

38.
Por ejemplo, **a.** con 16.

39.
Por ejemplo, **a.** 48.

40.
Por ejemplo, **a.** F.

41.
Por ejemplo, fila 1: 72; –12; 36; 4.

7. Operaciones combinadas con números enteros

42.
a. 8 **b.** –11

43.
a. No. **b.** 1 °C. **c.** –9 °C.

44.
Por ejemplo, **a.** con –17.

45.
Por ejemplo, **a.** –2.

46.
Por ejemplo, fila 1: 52; 29; –11.

47.
Solución a cargo del alumno.

48.
a. –10 **b.** –102

49.
Va **X** en **c.**.

50.
a. 6 **b.** –4 **c.** –6

51.
Por ejemplo, **a.** 5.

52.
Por ejemplo, **a.** –1.

53.
Por ejemplo, **a.** con –35.

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

INTEGRACIÓN 4·5·6·7

54.
a. –8 **c.** –58 **e.** 38 **g.** 42
b. –1 **d.** –120 **f.** 40 **h.** –68

55.
Por ejemplo, fila 1: 4; 3; –12; –15.

56.
Por ejemplo, **a.** F.

57.
a. 9 **b.** –5 **c.** 18

58.
a. < **b.** < **c.** = **d.** = **e.** < **f.** >

59.
a. a = 3; b = –6; c = 6; d = –2
b. Solución a cargo del alumno.

60.
–$3 430; –$2 930.

61.
a. –7 °C; –5 °C; –3 °C; 4 °C; 7 °C; 10 °C; 15 °C.
b. Solución a cargo del alumno.

62.
a. 53 **c.** –61 **e.** 15
b. 31 **d.** 25 **f.** 175

63.
a. –7 **c.** –8 **e.** 23
b. –12 **d.** –59 **f.** –24

64.
Solución a cargo del alumno.

65.
a. > **b.** = **c.** < **d.** > **e.** <

66.
Por ejemplo, **a.** con 18.

67.
a. 2.º piso. **c.** Tiene $800.
b. 27º C.

68.
a. 3 **b.** 14 **c.** 0 **d.** –4

8. Potenciación y sus propiedades

69.
Por ejemplo, **a.** 81.

70.
Por ejemplo, **a.** <.

71.
Por ejemplo, fila 1: 1; 9; –1; 27; 1; 3; 10.

72.
Por ejemplo, **a.** =.

73.
Por ejemplo, **a.** –3.

74.
Por ejemplo, **a.** con $(-2)^7$.

9. Radicación y sus propiedades

75.
Por ejemplo, **a.** 4.

76.
Por ejemplo, **a.** 4.

77.
Por ejemplo, **a.** F.

78.
Por ejemplo, **a.** $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$ y $3 < \sqrt{11} < 4$.

79.
Por ejemplo, **a.** $(-2)^2$.

80.
Por ejemplo, **a.** 3.

10. Operaciones combinadas con potencias y raíces

81.
a. 43 **e.** –98 **i.** 85 **m.** –35
b. 11 **f.** –164 **j.** –19 **n.** 11
c. –10 **g.** –4 **k.** 36
d. 28 **h.** 2 **l.** –4

82.
Por ejemplo, **a.** –8.

83.
a. 50 **c.** 20 **e.** 20 **g.** 45
b. 4 **d.** 18 **f.** 112

84.
Solución a cargo del alumno.

85.
Por ejemplo, **a.** con 2.º opción.

86.
a. 34 **c.** –7 776 **e.** 9
b. –8 **d.** 127

INTEGRACIÓN 8·9·10

87.
a. ≠ **b.** ≠ **c.** = **d.** = **e.** ≠ **f.** ≠

88.
Por ejemplo, **a.** V.

89.
Por ejemplo, **a.** 1.

90.
a. < **b.** =

91.
Por ejemplo, **a.** 4.

92.
a. 11 **c.** –195 **e.** –55
b. –369 **d.** 60 **f.** 35

93.
Por ejemplo, **a.** 6; 7.

94.
a. 0 **c.** 5 **e.** 81
b. –125 **d.** –46 656 **f.** 6

95.
Por ejemplo, **a.** 4.

96.
Por ejemplo, **a.** –2; –3.

97.
Por ejemplo, fila 1: –4; 5.

98.
a. 100 **c.** 121
b. 2 401 **d.** 0

99.
a. –377 **c.** –122 **e.** –62
b. –64 **d.** 251

100.
Por ejemplo, **a.** con $(-5)^1$.

101.
a. $726 **b.** –15 m; 15 m

102.
a. 8 **b.** 4 **c.** 7 **d.** 10 **e.** 3

103.
a. 8 **b.** 92 **c.** 287 **d.** 0

104.
Solución a cargo del alumno.

105.
a. 1 **b.** 37 **c.** –30 **d.** –77

AUTOEVALUACIÓN

106.
a. Por ejemplo, –4 < –1.
b. Solución a cargo del alumno.

107.
Por ejemplo, fila 1: 2; –3; 1; 3; –3; –6.

108.
–$5 350. Depositar $5 350.

109.
a. 7 **b.** 16 **c.** –26 **d.** –3

CAPÍTULO 2

11. Expresiones algebraicas. Cuadrado y cubo del binomio

1.
Por ejemplo, **a.** 64 – 120 = –56.

2.
Solución a cargo del alumno.

3.
Por ejemplo, **a.** con x + 2.

4.
Por ejemplo, **a.** x + x + x + x = 4x.

5.
a. 12 **d.** 30 **g.** 72 **j.** 136
b. 3 **e.** –31 **h.** 63 **k.** 8
c. 6 **f.** 11 **i.** –14 **l.** –10

6.
Por ejemplo, **a.** $a^2 + 10a + 25$.

7.
Por ejemplo, **a.** $b^3 + 6b^2 + 12b + 8$.

8.
Por ejemplo, **a.** 36; m^2.

9.
Por ejemplo, **a.** con $(3x + 1) \cdot (3x + 1)$ y $9x^2 + 6x + 1$.

10.
Por ejemplo, **a.** –6a – 9.

12. Ecuaciones

11.
Por ejemplo, **a.** –3.

12.
Por ejemplo, **a.** $x = -14$.

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

13. Ecuaciones con aplicación de la propiedad distributiva

13.
Por ejemplo, **a.** $x = 0$.

14.
Por ejemplo, el primer enunciado se completa con **d.**

15.
a. -19 **b.** 13

INTEGRACIÓN 11·12·13

16.
a. -6 **c.** 45 **e.** -2 **g.** 20
b. 43 **d.** -4 **f.** 300 **h.** -25

17.
Solución a cargo del alumno.

18.
Perímetro = 36 m.

19.
Por ejemplo, **a.** $3 \cdot (a + 1)$.

20.
Por ejemplo, **a.** $-12m$.

21.
Por ejemplo, fila 1: -1; 184.

22.
Por ejemplo, **a.** -57.

23.
Por ejemplo, **a.** $4x^2 + 4x^3 + x^4$.

24.
Por ejemplo, **a.** $t^6 + 6t^5 + 12t^4 + 8t^3$.

25.
a. 8 niños, 8 niñas y 16 adultos.
b. Área = 72 cm^2.

26.
Por ejemplo, **a.** $x = 2$.

27.
Por ejemplo, **a.** $10x + 6$.

28.
Por ejemplo, **a.** $x = 4$.

29.
Solución a cargo del alumno.

14. Ecuaciones con potenciación y radicación

30.
Por ejemplo, **a.** con 1 y -1.

31.
Por ejemplo, **a.** $x = 4$ o $x = -4$.

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

15. Problemas con ecuaciones

32.
a. 2 **b.** 3 **c.** 10 **d.** -5

33.
Por ejemplo, **a.** $11a - 9$.

34.
a. 10 años **b.** 11 años.

35.
a. Diego: \$156; Verónica: \$418.
b. 1.° s.: 160 pág.; 2.° s.: 60 pág.
c. 8 cab. para 4 per. y 18 para 6.

36.
Por ejemplo, **a.** con $(3x - 5\ cm) \cdot 4 = 16$ cm.

37.
a. $x = 19$ cm **c.** $x = 5$ cm
b. $x = 4$ cm **d.** $x = 12$ cm

38.
Por ejemplo, **a.** con $[2 \cdot (a - 1)]^2$.

39.
Por ejemplo, **a.** $x = 1$ cm.

16. Inecuaciones

40.
Por ejemplo, **a.** $x < 17$.

41.
Por ejemplo, **a.** $x \leq -1$.

INTEGRACIÓN 14·15·16

42.
Por ejemplo, **a.** $x = 405$.

43.
a. 7 **d.** -4 y 4 **g.** -18 y 18
b. -9 **e.** 3 **h.** 3 y 4
c. 7 **f.** 8 **i.** -1

44.
Por ejemplo, **a.** $x = -2$.

45.
a. $(6 + x) \cdot 4$ **b.** $20x$

46.
Por ejemplo, **a.** $x = (c + b) : a$.

47.
a. $x = 8$ cm **d.** $x = 20$ cm
b. $x = 7$ cm **e.** $x = 7$ cm
c. $x = 19$ cm

48.
Por ejemplo, **a.** 1, 2, 3, 4.

49.
a. $x \geq 29$ **e.** $x < 87$
b. $x > 48$ **f.** $x \leq -144$
c. $x > -2$ **g.** $x \leq 62$
d. $x \geq -1$ **h.** $x < 83$

50.
a. $x \geq 1$ **d.** $x \geq 4$
b. $x \leq 0$ **e.** $x > 0$
c. $x \geq -1$

AUTOEVALUACIÓN

51.
a. $2 \cdot (t + 1)^2$ **c.** $2t^2 + 1$
b. $(2t + 1)^2$

52.
Solución a cargo del alumno.

53.
a. 148 cm **b.** 51 cm

54.
a. 3 **b.** -2

55.
a. $4x^2 + 28x + 49$
b. $125 - 150x + 60x^2 - 8x^3$

56.
209,55 cm^2

57.
a. $x < 23$ **b.** $x \leq 10$

CAPÍTULO 3

17. Fracciones y expresiones decimales

1.
Por ejemplo, **a.** $\frac{5}{8}$.

2.
Va **X** en **a.**, **c.**, **e.**, **h.**

3.
Por ejemplo, **a.** 6; 45.

4.
Por ejemplo, **a.** $\frac{3}{10}$.

5.
a. $\frac{2}{9}$ **b.** $\frac{25}{99}$ **c.** $\frac{161}{99}$ **d.** $\frac{289}{9}$

6.
Por ejemplo, columna 1: $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{10}$.

18. Adición y sustracción

7.
Por ejemplo, **a.** $\frac{5}{4}$.

8.
Por ejemplo, **a.** con $\frac{31}{35}$.

9.
a. $\frac{27}{28}$ **c.** $\frac{23}{24}$ **e.** $\frac{7}{5}$
b. $\frac{13}{3}$ **d.** $\frac{7}{6}$ **f.** $\frac{3}{10}$

10.
Por ejemplo, fila 1: $\frac{117}{20}$; $\frac{17}{20}$; $\frac{27}{20}$.

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

19. Multiplicación y división

11.
Por ejemplo, **a.** $\frac{24}{25}$.

12.
Por ejemplo, **a.** 15.

13.
a. $\frac{5}{7}$ **b.** $\frac{2}{45}$ **c.** $\frac{2}{5}$ **d.** $\frac{2}{3}$

14.
a. 21 **b.** $\frac{9}{5}$ **c.** $\frac{3}{2}$

15.
a. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2} : 4$. **b.** $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$

20. Operaciones combinadas I

16.
Por ejemplo, **a.** con $\frac{1}{6}$.

17.
a. $\frac{1}{7}$ **c.** $\frac{16}{15}$ **e.** $\frac{76}{45}$
b. $\frac{8}{15}$ **d.** $\frac{3}{10}$ **f.** $\frac{3}{7}$

18.
Solución a cargo del alumno.

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

21. Potenciación y radicación. Propiedades

19.
Por ejemplo, **a.** $\frac{1}{2}$.

20.
Por ejemplo, **a.** $\frac{2}{3}$.

21.
Por ejemplo, **a.** –1.

22.
a. $\frac{121}{144}$ **c.** $\frac{9}{49}$ **e.** $\frac{20}{3}$
b. $\frac{125}{27}$ **d.** $\frac{2}{3}$ **f.** $\frac{1}{2}$

23.
a. $\frac{1}{243}$ **c.** 27 **e.** $\frac{36}{25}$
b. $\frac{9}{16}$ **d.** $\frac{4}{9}$ **f.** $\frac{1}{16}$

22. Operaciones combinadas II

24.
a. 4 **c.** $\frac{29}{25}$ **e.** $\frac{8}{15}$ **g.** $\frac{82}{27}$
b. $\frac{14}{9}$ **d.** $\frac{16}{9}$ **f.** $\frac{5}{18}$ **h.** $\frac{23}{18}$

25.
a. $\frac{2}{5}$ **b.** $\frac{11}{20}$ **c.** $\frac{23}{72}$ **d.** $\frac{14}{25}$

INTEGRACIÓN 17·18·19·20·21·22

26.
a. $\frac{2}{5}$ **b.** $\frac{3}{5}$ **c.** $\frac{1}{5}$ **d.** $\frac{3}{2}$

27.
a. 3 **b.** 6 **c.** Infinitas.

28.
Por ejemplo, $\frac{4}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{21}{18}$.

29.
Las de **a.** y **c.** son equivalentes.

30.
$\frac{5}{2}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{21}{18}$; $\frac{25}{30}$.

31.
a. $\frac{9}{28}$ **b.** $\frac{23}{60}$

32.
42 cm.

33.
a. $175; $\frac{7}{96}$ **b.** Quedó $\frac{1}{5}$ l.

34.
a. > **c.** < **e.** > **g.** >
b. < **d.** > **f.** >

35.
a. 144 v. **b.** $360 **c.** 135 v.

36.
Por ejemplo, **a.** 32 p.; 60 p.; $\frac{1}{24}$.

37.
a. 0,01 **c.** 1,21 **e.** 0,2 **g.** 0,4
b. 0,008 **d.** 0,064 **f.** 0,1 **h.** 1,1

38.
a. 0 **c.** –5 **e.** 0
b. 1 **d.** 4 **f.** 6

39.
a. V **b.** F **c.** F **d.** F

40.
a. 2 **b.** $\frac{61}{18}$ **c.** $\frac{35}{18}$ **d.** $\frac{11}{6}$ **e.** $\frac{33}{14}$

23. Notación científica

41.
Por ejemplo, fila 1: 0,048; 0,04; 0,05.

42.
Por ejemplo, **a.** con $5{,}2 \cdot 10^2$.

43.
Por ejemplo, **a.** 800.

44.
Por ejemplo, **a.** con $7{,}2 \cdot 10^7$.

24. Lenguaje simbólico. Ecuaciones

45.
Por ejemplo, **a.** con $a^2 + \frac{1}{5}$.

46.
Por ejemplo, **a.** 3x.

47.
Por ejemplo, **a.** $\frac{77}{60}$.

48.
a. $\frac{1}{4}$ **c.** $\frac{9}{2}$ **e.** $\frac{16}{9}$ **g.** 20
b. $\frac{4}{9}$ **d.** 2 **f.** $\frac{532}{81}$ **h.** $\frac{3}{8}$

49.
a. $\overline{ab}$ = 13,90 cm; $\overline{bc}$ = 8,18 cm.
b. $\overline{de}$ = 8 cm; $\overline{ef}$ = 2,25 cm.

50.
Por ejemplo, **a.** $x = \frac{1}{2}$.

25. Problemas con ecuaciones

51.
a. $\frac{21}{2}$ **b.** 7 **c.** 132
d. Aros: $32, coll.: $48, pul.: $47.
e. 30 alumnos. **f.** 28 partidos; 2.

INTEGRACIÓN 23·24·25

52.
a. F **b.** F **c.** V **d.** F

53.
a. $1{,}5 \cdot 10^7$ **b.** $2 \cdot 10^{-4}$

54.
$1{,}5 \cdot 10^8$; $3 \cdot 10^5$; $9{,}5 \cdot 10^{12}$

55.
a. $8{,}824 \cdot 10^{26}$ **c.** $6{,}53 \cdot 10^7$
b. $7{,}02 \cdot 10^{-4}$ **d.** $4{,}1765 \cdot 10^{-6}$

56.
Solución a cargo del alumno.

57.
Por ejemplo, **a.** x = 5.

58.
a. x = 12 cm **b.** x = 14 cm

59.
a. x = 243 **c.** x = 0,9
b. x = 90 **d.** x = 1

60.
a. Nahuel tiene 28 años.
b. Altura: 11,76 cm; base 2,94 cm

61.
a. $\frac{10}{21}$ **b.** $\frac{25}{4}$ **c.** $\frac{22}{7}$

62.
Compró 36 botellas.

63.
Perímetro = 66 cm

64.
a. 48 departamentos.
b. c.: $350; z.: $525; b.: $735
c. 140 pág.; 70 pág.; 28 pág.
d. M.: 230; D.: 85; J.: 157
e. 10 bombones.

AUTOEVALUACIÓN

65.
Va **X** en $\frac{3}{4}$, $\frac{15}{24}$, $\frac{28}{32}$.

66.
a. $\frac{11}{12}$ **c.** $\frac{3}{16}$ **e.** $\frac{3}{128}$
b. $\frac{15}{32}$ **d.** $\frac{27}{16}$ **f.** $\frac{12}{5}$

67.
a. $\frac{11}{5}$ **b.** $\frac{19}{12}$

68.
a. $x = \frac{33}{52}$ **c.** x = 1
b. x = 1 **d.** No tiene solución.

69.
x = 20 cm

70.
V.: 25; ch.: 21; l.: 7.

CAPÍTULO 4

26. Orden y representación en la recta numérica

1.
Por ejemplo, **a.** $-\frac{5}{6}$; $-\frac{4}{6}$; $-\frac{3}{6}$; $-\frac{2}{6}$; $-\frac{1}{6}$.

2.
a. > **b.** < **c.** < **d.** = **e.** < **f.** <

3.
$-\frac{3}{2}$; $-\frac{4}{5}$; –0,43; –0,25; –0,2; $\frac{2}{5}$; $\frac{2}{3}$.

4.
Solución gráfica.

5.
Por ejemplo, **a.** $-\frac{3}{2}$; $-\frac{2}{5}$.

6.
Por ejemplo, a = $-\frac{5}{3} = -1,\widehat{6}$.

27. Adición, sustracción, multiplicación y división

7.
Por ejemplo, **a.** $-\frac{11}{35}$.

8.
Por ejemplo, **a.** $-\frac{1}{3}$ o $-\frac{2}{6}$.

9.
Por ejemplo, **a.** $-\frac{1}{6}$.

10.
Por ejemplo, fila 1: $\frac{7}{20}$; $\frac{17}{20}$; $\frac{9}{100}$; –1; $\frac{1}{4}$.

11.
Por ejemplo, **a.** 2.

28. Operaciones combinadas I

12.
Por ejemplo, **a.** $-\frac{5}{10}$.

13.
Por ejemplo, **a.** $-\frac{1}{2}$.

14.
a. $\frac{31}{24}$ **d.** $\frac{116}{315}$ **g.** $-\frac{253}{70}$ **j.** $\frac{2}{45}$
b. $\frac{1}{15}$ **e.** $-\frac{22}{3}$ **h.** $-\frac{7}{3}$ **k.** –1
c. $\frac{39}{98}$ **f.** $\frac{31}{108}$ **i.** $\frac{59}{210}$ **l.** $\frac{110}{63}$

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

INTEGRACIÓN 26·27·28

15.
$-4,\widehat{12} < -\frac{10}{3} < -0,75 < -\frac{3}{5} < -\frac{1}{7} <$ 1,25 $< \frac{8}{5}$

16.
Solución a cargo del alumno.

17.
Solución a cargo del alumno.

18.
a. 33 **b.** 4 **c.** 16 **d.** 8 **e.** 11

19.
a. F **b.** F **c.** V **d.** V

20.
a. $-\frac{5}{12}$ **b.** $\frac{3}{20}$ **c.** $\frac{85}{36}$ **d.** $-\frac{11}{12}$

21.
Por ejemplo, fila 1: $\frac{4}{7}$; $\frac{9}{14}$; $\frac{7}{2}$.

22.
a. $-\frac{43}{42}$ **b.** –2 **c.** $\frac{15}{4}$ **d.** $\frac{109}{10}$ **e.** $-\frac{28}{81}$

23.
Va **X** en **b.**

24.
a. $-\frac{1}{6}$ **c.** $\frac{11}{2}$ **e.** $\frac{79}{64}$
b. $-\frac{22}{27}$ **d.** $-\frac{85}{2}$ **f.** $-\frac{167}{24}$

25.
Por ejemplo, **a.** con $-\frac{7}{4}$.

26.
a. 15 **d.** $\frac{21}{58}$ **g.** $-\frac{9}{50}$
b. $-\frac{6}{25}$ **e.** $\frac{115}{6}$ **h.** $-\frac{11}{60}$
c. $-\frac{26}{11}$ **f.** $\frac{214}{15}$ **i.** $\frac{13}{3}$

27.
a. $\frac{26}{7}$ **b.** –1 **c.** $\frac{17}{12}$ **d.** 1

28.
a. 160 km; 120 km y 40 km. Total: 320 km.
b. Europeos: $\frac{1}{2}$. 8 argentinos, 16 canadienses y 24 europeos.

29.
Solución a cargo del alumno.

30.
a. $\frac{297}{364}$ **b.** $\frac{5}{11}$ **c.** $-\frac{162}{25}$ **d.** $-\frac{2\,369}{627}$

29. Potenciación y radicación. Propiedades

31.
Por ejemplo, **a.** $\frac{1}{4}$.

32.
Por ejemplo, **a.** $-\frac{1}{4}$.

33.
Por ejemplo, **a.** 5.

34.
Por ejemplo, **a.** $\frac{1}{729}$.

35.
Por ejemplo, **a.** $\frac{1}{3}$.

30. Operaciones combinadas II

36.
Por ejemplo, **a.** con $\frac{79}{54}$.

37.
a. $\frac{36}{25}$ **b.** $\frac{31}{27}$

38.
a. $-\frac{55}{54}$ **c.** $\frac{62}{15}$ **e.** $-\frac{171}{49}$
b. $\frac{1}{4}$ **d.** $\frac{13}{50}$

39.
Por ejemplo, **a.** $-\frac{23}{144}$.

31. Ecuaciones

40.
Por ejemplo, **a.** x = $-\frac{19}{2}$.

41.
a. x = 3 cm **b.** x = 2 cm

42.
Por ejemplo, **a.** x = $\frac{13}{3}$.

43.
Juan tiene 15 años.

44.
a. 150 libros.
b. Sueldo: $2 000. Impuestos: $500.
c. 6 azules; 9 verdes y 15 blancos.

45.
Solución a cargo del alumno.

46.
a. x = $\frac{13}{9}$ **c.** x = $-\frac{26}{25}$
b. x = $\frac{3}{2}$ **d.** x = $\frac{41}{20}$

47.
Por ejemplo, **a.** $\frac{14}{25}$.

48.
a. Lado: $\frac{7}{10}$ cm = 0,7 cm.
b. Altura: $\frac{73}{10}$ cm = 7,3 cm.

49.
Solución a cargo del alumno.

50.
a. x = $\frac{11}{14}$ **d.** x = $\frac{55}{64}$
b. x = $-\frac{10}{33}$ **e.** x = $\frac{1}{2}$
c. x = –2 **f.** x = $-\frac{129}{152}$

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

INTEGRACIÓN 29·30·31

51.
a. $\frac{81}{16}$ **e.** $-\frac{8}{3}$
b. $-\frac{3\,375}{1\,000}$ **f.** No tiene solución.
c. $-\frac{7}{12}$ **g.** No tiene solución.
d. $-\frac{81}{4\,096}$ **h.** $\frac{2}{3}$

52.
Por ejemplo, **a.** –3.

53.
a. F **b.** V **c.** V **d.** F

54.
a. $-\frac{2\,809}{900}$ **b.** $\frac{55}{81}$ **c.** $-\frac{125}{2\,646}$

55.
Por ejemplo, **a.** 1.

56.
a. $-\frac{47}{60}$ **d.** $-\frac{20}{9}$ **f.** $-\frac{11}{15}$
b. $-\frac{319}{100}$ **e.** $-\frac{173}{14}$ **g.** $\frac{1}{6}$
c. $-\frac{251}{49}$

57.
Solución a cargo del alumno.

58.
a. $x = \frac{35}{4}$ **d.** $x = \frac{15}{16}$
b. $x = -1$ **e.** $x = \frac{1}{23}$
c. $x = \frac{165}{8}$

59.
a. $x = -\frac{9}{5}$ **c.** $x = \frac{27}{64}$
b. $x = \frac{81}{55}$ **d.** $x = \frac{107}{32}$

60.
Va **X** en **b.** Tienen 1 200 fichas (lu: 150; ma: 600; mi: 75; ju: 125).

61.
Al despejar $-\frac{11}{15}$, hay que dividir por $-\frac{11}{15}$. $x = -\frac{65}{22}$

62.
a. $\frac{3}{16}$ **c.** $\frac{25}{3}$ **e.** $\frac{71}{3}$
b. 0 **d.** $-\frac{5}{4}$ o $\frac{5}{4}$

63.
Solución a cargo del alumno.

64.
a. 120 profesores. 10 profersores.
b. 24 km; 16 km. **c.** $8,50

AUTOEVALUACIÓN

65.
a. $\frac{15}{9} > \frac{5}{9} > -0,\widehat{2} > -\frac{5}{18} > -\frac{4}{3} > -\frac{7}{3}$
b. Solución gráfica.

66.
a. $-\frac{26}{21}$ **b.** $\frac{59}{3}$ **c.** $\frac{44}{3}$ **d.** $\frac{55}{3}$

67.
a. $\frac{19}{72}$ **b.** $-\frac{45}{4}$

68.
a. $\frac{8}{9}$ cm **b.** Fútbol: 4 alum. Vóley: 5 alum. Rugby: 15 alum.

69.
a. $x = \frac{85}{53}$ **b.** $x = \frac{31}{6}$

CAPÍTULO 5

32. Representación de puntos en el plano

1.
Solución a cargo del alumno.

2.
Por ejemplo, a = (4;3).

3.
Por ejemplo, **a.** se puede ser: a = (3;–4) y (2;–3).

33. Interpretación de gráficos

4.
Solución a cargo del alumno.

5.
Solución a cargo del alumno.

34. Funciones: tablas y gráficos

6.
Va **X** en **b.** y **c.**

7.
Por ejemplo, **a.** 4; 2; 0; –2. Corresponde al tercer gráfico.

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

INTEGRACIÓN 32·33·34

8.
Solución a cargo del alumno.

9.
Rombo: (–5;2), (–3;3), (–1;2), (–3;1); triángulo: (2,5;1), (4;0), (2,5;–1); triángulo: (0;–1), (–2;–3), (2;–3).

10.
Por ejemplo, **a.** (–3;–6).

11.
a. d = (–4;3) **b.** g = (3;1)

12.
Solución a cargo del alumno.

13.
a. A **b.** B **c.** 4 y 8 horas.

14.
Va **X** en el segundo gráfico.

15.
a. Fila 1 con 0 y fila 2 con 1.

16.
a. A = b . (12 – b)
b. $A = h^2$ **c.** $A = \frac{l \,.\, 3{,}5 \,.\, n}{2}$

17.
a. F **b.** V **c.** V **d.** V **e.** V

35. Función lineal

18.
Por ejemplo, **a.** –3, –6.

19.
Solución a cargo del alumno.

20.
Solución a cargo del alumno.

21.
a. No.
b. Solución a cargo del alumno.
c. Por ejemplo, y = 5. **d.** 0.

22.
a. y = 81x. **b.** 6 480 b. y 8 100 b.
c. 12,35 m^2
d. Solución a cargo del alumno.

23.
a. A las 2 horas y media.
b. El de la línea azul.
c. El de la línea roja.

24.
y = 150x + 3 500

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

36. Función de proporcionalidad directa

25.
Por ejemplo, **a.** no es posible.

26.
Va **X** en **a.** y **c.**

27.
a. Por ejemplo, 2,83 kg de harina.
b. Sí.
c. Por ejemplo, para calcular la cantidad de harina: $y = \frac{1}{60}x$.

28.
Primera tabla: 9, 30, 1 440.

37. Función de proporcionalidad inversa

29.
Por ejemplo, **a.** k = –5; $y = -\frac{5}{x}$.

30.
Por ejemplo, **a.** k = 1; $y = \frac{1}{x}$.

31.
a. A 88 km/h. **b.** A 440 km/h.
c. Sí.

32.
Por ejemplo, **a.** 17,5; 10; 3,5; 1.

INTEGRACIÓN 35·36·37

33.
Solución a cargo del alumno.

34.
a. $y = 4x$ **c.** $y = -\frac{1}{2}x - 3$
b. $y = -x + 5$

35.
Por ejemplo, **a.** $f(x) = 6x$, $g(x) = \frac{100}{x}$.

36.
a. A veces. **c.** Nunca.
b. Siempre. **d.** A veces.

37.
Solución a cargo del alumno.

38.
Solución a cargo del alumno.

39.
a. 280 hojas. **c.** 533 vasos.
b. 24 s. **d.** No se puede.

40.
2 100; 3 150; 5 250; 8 400; 12 600.

41.
250; 135; 315,5; 53,8.

42.
a. Lineal. **c.** 3 **e.** $x > -1$ **g.** No.
b. No. **d.** -2 **f.** $(-1;0)$

43.
a. Por ejemplo, fila 1: 1; 1,5; 0,375.
b. Sí. En el caso de 1,25 litros.

44.
a. PI. **b.** 2 **c.** 4 **d.** No. **e.** $y = \frac{4}{x}$

45.
a. Por ejemplo, fila 1: 15; 25; 12.
b. Sí. Proporcionalidad inversa.

AUTOEVALUACIÓN

46.
a. 1,5 km; 14 h.
b. 4 h. **d.** 10 h.
c. 400 m. **e.** No.
f. De 3 a 4 h y de 5 a 6 h.

47.
a. 16:00 h.
b. 2 veces. 3 veces. **c.** 200 m
d. Entre las 11 h y las 12 h.

48.
a. No es función $x = 4$.
b. PD: $y = 0,75$. PI: $y = \frac{5}{x}$.

CAPÍTULO 6

38. Circunferencia y círculo

1.
Solución gráfica.

2.
Solución gráfica.

3.
Solución a cargo del alumno.

39. Posiciones relativas de dos rectas. Mediatriz

4.
Por ejemplo, **a.** $\not\perp$.

5.
Por ejemplo, $C \perp A$ y $D \not\perp A$.

6.
Solución gráfica.

MENTEACTIVA

Solución a cargo del alumno.

40. Ángulos. Sistema sexagesimal

7.
Por ejemplo, **a.** 97° 47' 35''.

8.
Por ejemplo, **a.** $\hat{a}$ = 72° 18' 40''; $\hat{b}$ = 72 18' 40''.

9.
Por ejemplo, **a.** 35° 12' 55''.

10.
a. 312° 34' 7'' **c.** 180° 37' 10''
b. 79° 14' 29''

41. Ángulos congruentes. Bisectriz

11.
Solución a cargo del alumno.

12.
Solución gráfica.

13.
Por ejemplo, **a.** $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ = 29°.

INTEGRACIÓN 38·39·40·41

14.
Solución gráfica.

15.
a. // **c.** $\not\perp$ **e.** $\not\perp$ **g.** $\not\perp$
b. $\perp$ **d.** // **f.** $\perp$ **h.** $\not\perp$

16.
Solución gráfica.

17.
a. $\overline{ab}$ = 28 m **c.** $\overline{ef}$ = 36 m
b. $\overline{cd}$ = 70 m

18.
a. 175° 36' 27'' **e.** 14° 20' 21''
b. 11° 30' 12'' **f.** 77° 45' 15''
c. 1° 9'' **g.** 45° 1' 39''
d. 15° 28' 48'' **h.** 84° 35'

19.
a. V **b.** F **c.** V **d.** F

20.
Solución gráfica.

21.
Por ejemplo, **a.** a veces.

22.
Solución gráfica.

23.
a. $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ = 40° **b.** $\hat{\delta} = \hat{\gamma}$ = 60°
c. $\hat{\omega}$ = 150°; $\hat{\pi}$ = 60°
d. $\hat{\lambda}$ = 212°; $\hat{\pi}$ = 74°

24.
$\hat{a}$ = 67° 22' 48''; $\hat{b}$ = 124° 27';
$\hat{c}$ = 43° 43' 12''; $\hat{d}$ = 124 27'

25.
2 lugares.

42. Clasificación de ángulos

26.
Va **X** en **b.**

27.
Por ejemplo, **a.** op. por el vértice.

28.
Por ejemplo, **a.** F.

29.
Por ejemplo, **a.** 90° – $\hat{\alpha}$.

30.
$\hat{\lambda}$ = 51°; $\hat{\omega}$ = 112°

31.
Por ejemplo, **a.** $\hat{\alpha}$ = 37° 49' 22'';
$\hat{\beta} = \hat{\pi}$ = 71° 5' 19''; $\hat{\omega}$ = 90°;
$\hat{\lambda}$ = 52° 10' 38''

32.
Por ejemplo, **a.** $\hat{\alpha}$ = 50°; $\hat{\beta}$ = 40°.

33.
a. $\hat{\alpha}$ = 45° **b.** $\hat{\alpha}$ = 45° **c.** $\hat{\alpha}$ = 60°

43. Ángulos determinados por dos rectas y una transversal

34.
Solución a cargo del alumno.

35.
Solución a cargo del alumno.

36.
Por ej.: **a.** $a\hat{b}d$ y $b\hat{d}c$ son alt. int.

37.
Solución a cargo del alumno.

38.
Por ejemplo, **a.** $\hat{\alpha}$ = 100°; $\hat{\beta}$ = 80°.

INTEGRACIÓN 42·43

39.
Solución gráfica.

40.
Solución a cargo del alumno.

41.
Por ejemplo, **a.** 180° – 2$\hat{\alpha}$.

42.
Por ej., **a.** $\hat{\alpha}$ = 10° 20'; $\hat{\beta}$ = 79° 40'.

43.
a. 240° **b.** 180° **c.** 90°

44.
Solución a cargo del alumno.

45.
Por ejemplo, **a.** a veces.

46.
Por ejemplo, **a.** $\hat{\beta} = 134° 18'$; $\hat{\alpha} = \hat{\omega} = \hat{\delta} = 45° 42'$.

AUTOEVALUACIÓN

47.
Solución gráfica.

48.
Solución gráfica.

49.
a. $\hat{\alpha} = 76° 9' 14''$ **b.** $\hat{\beta} = 360°$

50.
a. $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = 35° 16' 19''$; $\hat{\delta} = \hat{\omega} = 109° 27' 22''$; $\hat{\gamma} = 70° 32' 38''$.
b. $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = \hat{\varepsilon} = 94° 52' 54''$; $\hat{\pi} = \hat{\gamma} = 85° 7' 6''$.

CAPÍTULO 7

44. Triángulos

1.
Por ej., **a.** escaleno y acutángulo.

2.
Solución a cargo del alumno.

3.
Por ejemplo, **a.** a veces.

4.
Va **X** en **a.** y **d.**

5.
Por ejemplo, **a.** puede ser 29.

6.
Por ejemplo, **a.** $\hat{\alpha} = 107°$ y $\hat{b} = 73°$; acutángulo.

7.
Por ejemplo, fila 1: 22° 12'; 54° 30'; 147° 42'; 157° 48'; obtusángulo.

8.
Por ejemplo, **a.** $\hat{a} = 55°$; $\hat{b} = 65°$.

9.
a. Lado = 12 cm.
b. Lados iguales = 38 m.

10.
Solución gráfica.

11.
Solución gráfica.

12.
Solución a cargo del alumno.

45. Alturas y medianas. Puntos notables del triángulo

13.
Solución gráfica.

14.
Solución gráfica.

15.
Solución gráfica.

46. Criterios de congruencia. Construcciones

16.
Solución gráfica.

17.
Solución gráfica.

18.
Sí.

19.
a. No. **b.** Infinitos. **c.** Uno.

20.
a. Sí. **b.** Sí. **c.** Sí. **d.** No.

21.
Sí.

22.
Sí.

23.
a. Congruentes. **b.** 90°
c. Solución a cargo del alumno.

47. Triángulos rectángulos. Teorema de Pitágoras

24.
Solución gráfica.

25.
a. 10 cm **b.** 5 m

26.
Va **X** en **b.** y **c.**

27.
Solución a cargo del alumno.

INTEGRACIÓN 44·45·46·47

28.
Por ejemplo, **a.** $\hat{a} = 44° 50'$; $\hat{b} = 44° 50'$; $\hat{c} = 90° 20'$.

29.
a. $\hat{\beta} = 125°$; $\hat{a} = 55°$; $\hat{b} = 53°$; $\hat{c} = 72°$.
b. $\hat{d} = 85°$; $\hat{e} = 55°$; $\hat{f} = 40°$.

30.
Solución gráfica.

31.
Solución gráfica.

32.
No.

33.
Solución gráfica.

34.
Solución gráfica.

35.
a. $\hat{\omega} = 105° 45'$; $\hat{\alpha} = 35° 15'$; $\hat{\theta} = 144° 45'$; $\hat{\beta} = 70° 30'$; $\hat{\pi} = 74° 15'$.
b. $\hat{\alpha} = 130° 1'$; $\hat{\beta} = 65° 30''$; $\hat{\gamma} = 24° 59' 30''$.

36.
Va **X** en **a.**, **b.** y **d.**

37.
a. $\hat{b} = 22° 37' 11''$; $\hat{c} = 67° 22' 49''$; $\overline{ac} = 5$ cm.
b. $\hat{e} = 73° 44' 23''$; $\overline{df} = 28$ cm.

38.
a. 45 cm **b.** 36,69 m
c. 45 cm y 77,94 cm.

39.
57,16 cm

48. Paralelogramos. Construcciones

40.
Solución gráfica.

41.
Por ejemplo, **a.** F.

42.
Solución gráfica.

43.
Solución a cargo del alumno.

44.
No.

45.
a. $\hat{a} = \hat{c} = 85°$; $\hat{b} = \hat{d} = 95°$.
b. $\hat{d} = \hat{f} = 142° 40'$; $\hat{e} = \hat{g} = 37° 20'$.

46.
a. Sí. **b.** No. **c.** Sí. **d.** Sí.

47.
Por ejemplo, **a.** F.

49. Trapecios y romboides

48.
Solución gráfica.

49.
a. $\overline{ab} = 20{,}5$ cm; $\overline{cd} = 11{,}5$ cm.
b. $\overline{ab} = 51$ m; $\overline{mn} = 35$ m.

50.
Solución a cargo del alumno.

51.
Solución gráfica.

50. Perímetro de figuras planas

52.
Va **X** en **c.**, **d.** y **f.**

53.
a. P = 24 m **c.** P = 16 m
b. P = 0,12 m **d.** P = 10 m

54.
a. P = 84 m **b.** P = 17,5 cm

51. Área de figuras planas

55.
Por ejemplo, **a.** 230 000.

56.
a. A = 1 560 m^2 **c.** A = 150 m^2
b. A = 4,5 m^2

57.
a. A = 2 645 mm^2 **b.** A = 6 750 m^2

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

INTEGRACIÓN 48·49·50·51

58.
Por ejemplo, **a.** F.

59.
a. No. **b.** Sí. **c.** Sí. **d.** Sí.

60.
Va **X** en **b.**

61.
Solución gráfica.
a. Infinitas. **b.** Solución única.

62.
Solución gráfica.

63.
Solución gráfica. Infinitos.

64.
Solución a cargo del alumno.

65.
a. $\overline{ac} = \overline{bd}$ = 128 cm
b. $\overline{hf}$ = 34 cm; $\overline{ge}$ = 24 cm

66.
Por ejemplo, **a.** 23.

67.
a. $\overline{ab}$ = 29 cm; $\overline{cd}$ = 11 cm.
b. ef = 40 cm; gh = 24 cm;
op = 32 cm.

68.
$\hat{a} = \hat{c}$ = 70°; $\hat{b} = \hat{d}$ = 110°

69.
$\hat{a} = \hat{b}$ = 70°; $\hat{c} = \hat{d}$ = 110°

70.
D = 30 m; d = 10 m.

71.
6,25 m^2

72.
A = 6,75 cm^2. P = 18,7 cm.

73.
112,5 cm^2

AUTOEVALUACIÓN

74.
a. $\hat{a}$ = 65°; $\hat{b}$ = 35°; $\hat{c}$ = 80°.
b. $\hat{d}$ = 55° 40'; $\hat{e}$ = 59°;
$\hat{f}$ = 65° 20'.

75.
Solución a cargo del alumno.

76.
a. 13 cm **b.** 8 cm **c.** 21 cm

77.
$\overline{ab}$ = 5cm; $\overline{dc}$ = 3,5 cm;
mn = 4,25 cm.

CAPÍTULO 8

52. Clasificación de los cuerpos

1.
Solución a cargo del alumno.

2.
Solución a cargo del alumno.

3.
a. Por ej., fila 1: tetraedro; 4; 6.
b. Sí.

53. Área lateral y total

4.
a. AL = 140 m^2; AT = 190 m^2
b. AL = 61,5 dm^2; AT = 82 dm^2

5.
a. AL = 117,8 m^2; AT = 363,23 m^2
b. AL = 58,9 dm^2; AT = 181,61 dm^2

6.
Por ej., **a.** Ar = 5 cm; Al = 100 cm^2.

7.
a. 57,24 mm^2 **c.** 238,14 cm^2
b. 13 dm^2 **d.** 49 680 dm^2

8.
a. AL = 900 cm^2; AT. = 1 350 cm^2
b. AL = 64 cm^2; AT = 80 cm^2
c. AL = 113,04 cm^2; AT = 120,1 cm^2

9.
Por ej., **a.** x = 5 cm.

10.
Solución a cargo del alumno.

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

INTEGRACIÓN 52·53

11.
Solución a cargo del alumno.

12.
Por ejemplo, **a.** 90.

13.
a. 148,95 dm^2 **c.** 3,66 cm^2
b. 312,12 m^2

14.
Por ejemplo, **a.** tetraedro: 6 pal. y **b.** tetraedro: 4 esferas.

15.
a. V **b.** F **c.** F **d.** V **e.** V

16.
a. 8,25 cm. Prisma.
b. g = 10,3 cm. 28 papeles. $42.

17.
a. Ap = 1,5 dm **c.** Ap = 2,5 m
b. R = 3 mm **d.** Ap = 8,66 cm

18.
a. 320,28 m^2 **c.** 544,8 dm^2
b. 1 356,48 cm^2

19.
a. 322 **b.** 112 **c.** 102

20.
a. No. **b.** No. **c.** No.

21.
682,55 cm^2

54. Volumen del prisma y del cilindro

22.
Por ejemplo, fila 1: 1,34 . 10^{-6};
1 340; 1,34 . 10^9

23.
a. 122,5 m^3 **c.** 96 m^3
b. 74 cm^3 **d.** 29 437,5 cm^3

24.
a. V = $14x^3$ **b.** V = $3{,}14z^3$

25.
a. x = 3 dm **b.** z = 3 dam

55. Volumen de la pirámide, del cono y de la esfera

26.
a. 21,37 m^3 **c.** V = 5 mm^3
b. 3 052,08 dam^3 **d.** 150,72 cm^3

27.
a. 111,2 cm^3 **c.** 12 mm
b. 5 803,54 cm^3

56. Unidades de capacidad y masa

28.
Por ejemplo, **a.** 12.

29.
a. < **b.** > **c.** = **d.** = **e.** > **f.** <

30.
Por ejemplo, **a.** 600 hl.

31.
a. 3,69 . 10^{-6} **b.** 2,53 . 10^{-4} m^3

INTEGRACIÓN 54·55·56

32.
Por ejemplo, **a.** V = 30 cm^3.

33.
a. V = 3pqs **b.** $V = n \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot a$

34.
Solución a cargo del alumno.

35.
a. 78,4 kg **b.** 4 320 g
c. 15 hojas; 5,04 g aprox.; pesa 2 520 g; den = 0,08 g/cm^3

36.
Por ejemplo, **a.** 64 cm^3.

37.
f. < b. < e. < a. < d. < c.

38.
a. Cono. Esfera. Cilindro.
b. 83,6 cm^3 **c.** 65,42 dm^3
d. 250,8 dm^3

39.
a. 9,81 kl, 9 810 kg de masa.
b. Por kg. **c.** No. 700 kg.
d. 12,12 l. Un balde.

40.
Solución a cargo del alumno.

41.
a. 520 ml **b.** 288 l

AUTOEVALUACIÓN

42.
Solución a cargo del alumno.

43.
a. AT = 106,93 m^2;
V = 78,02 m^3; Cap = 78,02 kl.
b. AT = 188,34 cm^2;
V = 126,55 cm^3; Cap = 126,55 ml.
c. AT = 23,8483 km^2;
V = 4,04 km^3; Cap = 4,04 . 10^9 kl.
d. AT = 74,26 mm^2;
V = 42,52 mm^3; Cap = 0,04252 ml.

44.
a. 20 bolitas.
b. V = 1 177,5 cm^3; masa = 624 g.

CAPÍTULO 9

57. Población y muestra. Organización de la información

1.
Solución a cargo del alumno.

2.
Solución a cargo del alumno.

3.
Solución a cargo del alumno.

58. Promedio, moda y mediana

4.
Solución a cargo del alumno.

5.
Solución a cargo del alumno.

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

59. Gráficos

6.
a. Va **X** en el tercer gráfico. **b.** 32%

7.
Solución a cargo del alumno.

8.
Solución a cargo del alumno.

INTEGRACIÓN 57·58·59

9.
a. No. **b.** No. **c.** No.

10.
a. Por ejemplo, fila 1: 0,26; 26,67.
b. Día en que se cumple años. Cuantitativa. **c.** 12,5%

11.
a. 9
b. Mo. y me.: 15 cm; prom.: 17,5.

12.
Solución a cargo del alumno.

13.
Solución a cargo del alumno.

14.
a. Por ejemplo, acción: 135°.
b. Tipo de película. Cualitativa.
c. 25%
d. 30 personas.

15.
Solución a cargo del alumno.

16.
a. Prom.: 6,17; mo. y me.: 6.
b. 11 **c.** 44,1%

17.
Solución a cargo del alumno.

18.
Solución a cargo del alumno.

60. Permutaciones

19.
Por ejemplo, **a.** 6.

20.
Por ejemplo, fila 1: 6; 2; 2; $\frac{1}{2}$; 1.

21.
a. 120 **b.** 4 **c.** 120

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

61. Probabilidad

22.
Va **X** en **a.** y **c.**

23.
Solución a cargo del alumno.

24.
a. I **b.** P **c.** S **d.** P

25.
Por ejemplo, **a.** $\frac{1}{4}$.

MENTEACTIVA
Solución a cargo del alumno.

INTEGRACIÓN 60·61

26.
a. 9^5 **c.** 1 680 **e.** 280
b. 15 120 **d.** 1 260 **f.** 126

27.
a. 720 **b.** 6

28.
a. 24 **b.** 6

29.
a. 12 **b.** 6

30.
$P = \frac{5}{36}$

31.
a. 720 **b.** 24

32.
Por ejemplo, **a.** $\frac{13}{20}$.

33.
a. Solución a cargo del alumno.
b. $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{6}$; 0; $\frac{1}{12}$; 1.

34.
a. 0 **b.** $\frac{2}{5}$ **c.** $\frac{1}{5}$ **d.** 1

35.
a. 360 **b.** $\frac{1}{9}$ **c.** $\frac{7}{9}$ **d.** 1

36.
a. $\frac{1}{5}$ **b.** $\frac{1}{10}$ **c.** $\frac{1}{2}$ **d.** $\frac{3}{10}$

37.
a. $\frac{1}{4}$; $\frac{13}{20}$; $\frac{3}{4}$.
b. Por ejemplo, que al extraer una bolilla sea roja.

38.
Por ejemplo, **a.** $\frac{6}{25}$.

AUTOEVALUACIÓN

39.
Pob.: alum. de 7.° año esc. barrio.
Mues.: alum. de 7.° año de tres escuelas encuestadas.

40.
a. Solución a cargo del alumno.
b. 1,955; 1,96; 1,96
c. Por ejemplo, fila 1: 2; 0,1; 10.
d. Solución a cargo del alumno.
e. Altura de los jugadores. Cuantitativa. **f.** 75%

41.
8 maneras distintas.

42.
a. $\frac{4}{17}$ **b.** $\frac{10}{17}$ **c.** 0



FOTO ActivAdos



MATEMÁTICA

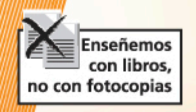




FOTO ActivAdos

CAPÍTULO 1

FOTO ActivAdoS

Foco fue a ver un espectáculo de magia y fotografió el momento en que uno de los magos descubrió cuál era la carta elegida por la persona que se ofreció como voluntaria.



Respondan.

1. ¿Qué observan en la foto? ¿Cómo les parece que podemos relacionarla con la matemática?

Solución a cargo de los alumnos.

2. Lean atentamente y respondan.

El mago realizó el siguiente truco: tomó un mazo de 9 cartas distintas y las distribuyó en 3 columnas de 3 cartas cada una. Pidió a un voluntario que elija una de esas 9 cartas y que solo le diga en qué columna estaba: izquierda, centro o derecha.

Luego, juntó las cartas por columnas ubicando en el medio las cartas de la columna elegida. Por último, colocó las cartas en fila: una a la izquierda, otra en el centro y otra a la derecha, hasta completar las tres filas. Para finalizar, le pidió al voluntario que le diga en qué columna estaba la carta. ¡Sorpresa!... pudo averiguar la carta que había elegido él. ¿Cómo pueden explicar el truco?

Las cartas de la columna elegida quedan siempre en medio de las columnas del siguiente paso. Como las columnas son de tres cartas, cuando el voluntario indica en qué columna está la carta por segunda vez, el mago sabe que es la carta del medio de esa columna.

3. **Si el mago quiere repetir el truco, pero con 27 cartas, ¿le alcanza, como antes, con hacer dos veces la elección entre las tres columnas? ¿Cuántos pasos necesita hacer?**

No le alcanza con dos veces, necesita hacerlo tres veces (no se espera que en esta pregunta sepan cuántas veces hay que hacerlo, sino que vean que con dos veces no alcanza).

4. **Practiquen el truco con un compañero. Pueden escribir en una hoja los posibles pasos si se tienen las cartas con los números del 1 al 27 y eligen una. ¿Alcanza con hacerlo tres veces? ¿Dónde queda la carta elegida?**

Sí, alcanza con hacerlo tres veces y la carta queda en medio del grupo elegido en el último paso.

5. **¿Cómo funciona el truco?**

Las cartas de la columna elegida quedan siempre en medio de las columnas del siguiente paso. En el segundo paso, quedan en las tres cartas del medio de cada columna las cartas de la columna elegida en el paso 1. En el tercer paso, quedan en medio de cada columna las tres cartas posibles; por lo tanto, la carta será la que esté en medio de la columna elegida en este paso.

6. **¿Se puede realizar el truco con más cartas y hacerlo en la misma cantidad de pasos? ¿Cuál es el máximo de cartas que se pueden usar si se hacen cuatro pasos?**

En el último paso queda una carta posible en cada columna (que son 3), en el paso anterior tuvieron que quedar como máximo 3 cartas posibles en cada columna (9), y en el anterior, 9 cartas posibles en cada una (27). El máximo con 2 pasos es de 9 cartas; con 3 pasos es de 27 cartas y con 4 pasos, de 81 cartas.

7. **Luego, el mago dejó las cartas e hizo un truco donde adivinó la fecha de cumpleaños de otro voluntario.**

Esto fue lo que le pidió al voluntario:

- Elija un número del 1 al 9 y multiplíquelo por 9.
- Sume sus cifras y a ese resultado multiplíquelo por 10.
- Súmele 10 y a ese resultado multiplíquelo por el mes de su cumpleaños.
- Súmele el día de su cumpleaños. ¿Qué número obtuvo?

El voluntario le respondió: “707” y el mago le dijo “Usted cumple años el 7 de julio”.

¿Cómo hizo para averiguarlo? Descubran cómo funciona el truco.

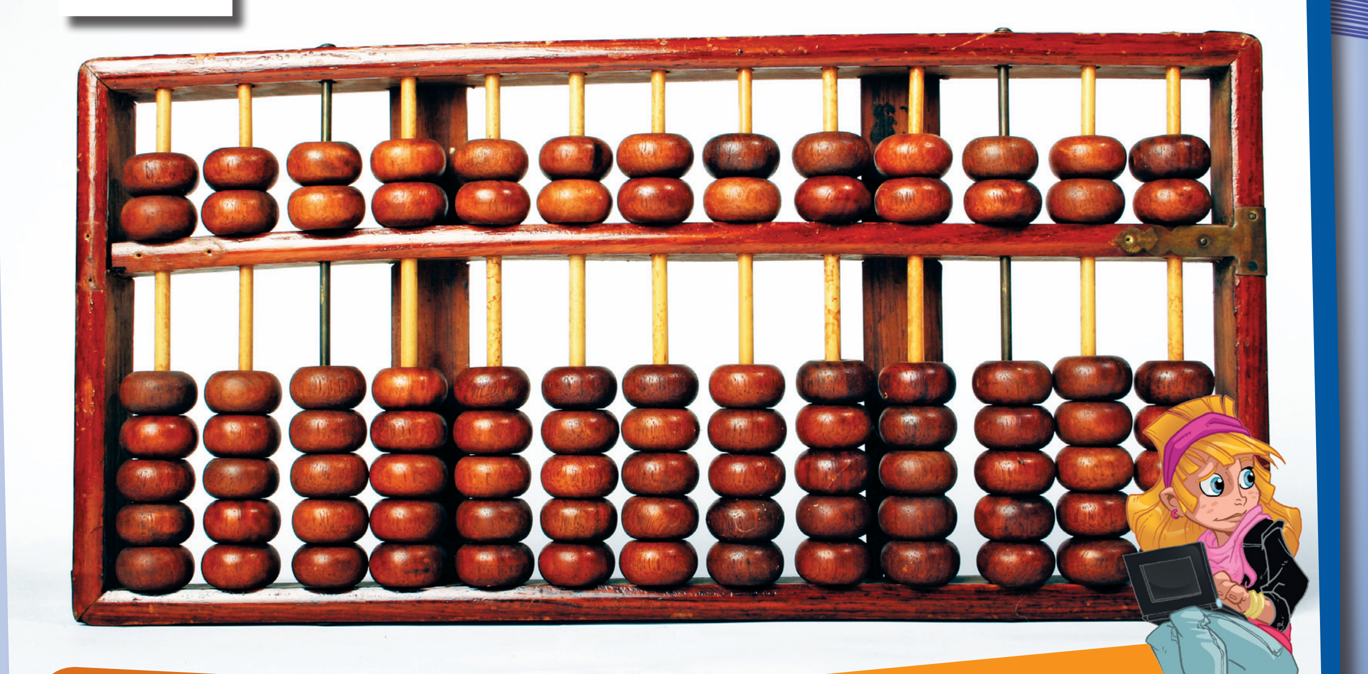
Las últimas dos cifras del número obtenido indican el día de nacimiento y las restantes el mes de nacimiento. El truco funciona porque luego de hacer los dos primeros pasos, siempre se obtiene el 90 (la suma de las cifras de un múltiplo de 9 siempre es 9 y al multiplicar por 10 da 90). Luego, al sumar 10, se obtiene el 100 con lo que al multiplicarlo por el mes de nacimiento, éste aparecerá en las centenas seguido por 2 ceros. Finalmente, al sumarle el día, quedará en esos últimos dos dígitos.

8. **Hay muchos trucos de “magia” como los anteriores que tienen una explicación matemática. ¿Se animan a inventar alguno? Si les interesa conocer trucos como estos, pueden buscar en internet, donde seguramente encontrarán muchos más.**

CAPÍTULO 2



Mira fotografió un antiguo ábaco que tenía un vendedor en su negocio. El ábaco es un dispositivo que se usaba para hacer operaciones matemáticas.



Respondan.

1. **¿Qué observan en la foto? ¿Cómo les parece que se puede relacionar con la matemática?**

Solución a cargo de los alumnos.

2. **En el ábaco, cada columna tiene 7 bolas (5 abajo y 2 arriba). Cada bola superior es igual a 5 bolas inferiores. Además, el valor de cada bola de una columna es 10 veces el valor de la que se encuentra a su derecha. Para mover una bola, hay que acercarla al eje central.**
¿Cómo se representa el número 22? ¿Hay una única manera de hacerlo?

De la columnas 1 y 2, 2 bolas inferiores. De la columna 1, 2 bolas superiores y 2 inferiores y de la 2, 1 inferior.

3. **La siguiente expresión permite representar un número a usando las dos columnas de la derecha del ábaco: $a = 50x + 10y + 5z + w$.**

a. ¿Qué representan las letras x, y, z, w? ¿Qué valores pueden tomar?

Representan cantidades de bolas. x, z pueden ser 0, 1 o 2; y, w pueden ser 0, 1, 2, 3, 4 o 5.

b. ¿Qué valores deben tomar x, y, z, w para representar el número 22?

$x = 0$, $w = 2$, $y = 2$, $z = 0$ o bien $x = 0$, $w = 2$, $y = 1$, $z = 2$.

4. **Para representar el número 65. ¿Cuál es el mayor número de bolas que se pueden usar?**

12 bolas. 5 bolas de uno, 2 de cinco y 5 de diez.

CAPÍTULO

3



Foco fotografió a los miembros de una familia vecina mientras preparaban unas ricas galletitas de chocolate.

RESPONDAN.

1. **¿Qué observan en la foto? ¿Cómo les parece que podemos relacionarla con la matemática?**

Solución a cargo de los alumnos.

2. **Lean atentamente y resuelvan.**

La familia de la foto está preparando unas galletitas de chocolate para la merienda, según esta receta:

GALLETITAS DE CHOCOLATE
Rinde 18 galletitas
Manteca, 150 g
Azúcar, 150 g
Harina 0000, 275 g
Chocolate, 125 g

a. ¿Cómo tendrían que modificar la cantidad de ingredientes para hacer 12 galletitas?

$18 \cdot x = 12$ $\quad x = \frac{2}{3}$ Se debe multiplicar por $\frac{2}{3}$ la cantidad correspondiente a cada ingrediente.

b. Si solo tuvieran 75 g de manteca, ¿qué cantidad de cada ingrediente deberían agregar?

Como 75 es la mitad de 150, hay que poner la mitad de todos los ingredientes.

3. **En la receta para 18 galletitas, ¿qué relación hay entre la cantidad de harina y azúcar? ¿Y entre la cantidad de harina y chocolate?**

La cantidad de harina es igual a $\frac{11}{6}$, la cantidad de azúcar y la cantidad de chocolate es igual a $\frac{5}{6}$ la cantidad de azúcar.

4. **Escriban la cantidad de ingredientes que se necesitan para hacer las galletitas con 1,1 kg de harina.**

Habría que poner 600 g de manteca, 600 g de azúcar y 500 g de chocolate.

5. **¿Cuánto costaría hacer la receta del punto anterior con los precios que se indican?**

100 g de manteca $3

100 g de chocolate $4

1 kg de azúcar $5

1 kg de harina $3

$6 \,.\, 3 + \frac{6}{10} \,.\, 5 + 5 \,.\, 4 + 1{,}1 \,.\, 3 = 44{,}30$. Costaría $44,30.

6. **Mariana invitó a sus amigos a comer las galletitas de chocolate. Si tiene $52 para gastar en total, ¿cuál es la mayor cantidad de galletitas que puede preparar?**

Como con 1,1 kg de harina se gasta $44,30, se puede hacer $1{,}1 \,.\, \frac{52}{44{,}30} = 1{,}29$ para calcular cuánta harina hay que comprar con $52. Luego, se puede hacer $18 \,.\, \frac{1{,}29}{0{,}275} = 84{,}43$. Se pueden hacer 84 galletitas.

7. **Los alumnos de una escuela quieren preparar esas galletitas para venderlas y reunir dinero para un viaje.**

a. Si al venderlas, quieren obtener un 65% de ganancia, ¿qué precio deberá tener cada caja de 72 galletitas?

Para 72 galletitas se necesita 1,1 kg de harina y en la pregunta 5 se vio que el costo de preparación es $44,30 (35% del precio). Entonces: $44,30 . 100 : 35 = $126,57 es el 100% (el precio al que deben vender cada caja para obtener el 65% de ganancia.

b. ¿Cuántas cajas debe vender cada uno para obtener una ganancia de $900?

Por cada caja se gana $82,30. Para ganar $900, cada uno debe vender al menos 11 cajas.

CAPÍTULO

4

FOTO ActivAdoS

Mira fotografió a su primo Nicolás mientras jugaba una partida de ajedrez con su papá.



RESPONDAN.

1. ¿Qué observan en la foto? ¿Cómo les parece que podemos relacionarla con la matemática?

Solución a cargo de los alumnos.

2. De acuerdo con una leyenda, el creador del juego de ajedrez le presentó su invento al rey y pidió ser recompensado con granos de trigo de la siguiente manera: 1 grano por la primera casilla del tablero, 2 granos por la segunda, 4 por la tercera y así sucesivamente, hasta completar las 64 casillas. Sin hacer la cuenta: un saco de trigo ¿será suficiente para completar la cantidad de trigo que pidió el inventor? No.

Es muy probable que respondan que sí, la idea es no contradecirlos y avanzar con el resto de las preguntas.

3. Si se considera como casilla 1 a aquella donde está ubicada la torre blanca (cerca de la mano derecha del niño), ¿cuántos granos de trigo corresponden por la casilla en donde está ubicada la reina blanca? ¿Y la otra torre blanca? 8 granos por la casilla de la reina y 128 por la de la otra torre blanca.

4. Expresen en forma general la cantidad de granos que recibirá por una casilla *n*. $2^{(n-1)}$

5. ¿Cuántos granos corresponden al tablero completo? El resultado ¿coincide con la respuesta **2.**?

$2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{62} + 2^{63}$. No se espera que hagan esta cuenta. Alcanza con que sepan que es un número más grande que 2^{63}, que ya es muy grande.

CAPÍTULO

5



Foco sacó una foto mientras esperaba en la caja del supermercado.

Respondan.

1. **¿Qué observan en la foto? ¿Cómo les parece que podemos relacionarla con la matemática?**

Solución a cargo de los alumnos.

2. **¿De qué depende el tiempo que tarda el cajero en atender a cada persona?**

Depende de la cantidad de productos, del tiempo que tarda en pasar cada producto para leer el precio, del tiempo que demora en cobrar. Existen otras posibilidades que pueden plantear los alumnos.

3. **Lo que escribieron en el punto anterior, ¿cómo podrían relacionarlo a través de un cálculo que dé como resultado el tiempo que tarda un cajero en atender a una persona?**

Por ejemplo, tiempo que tarda en atender a una persona = cantidad de productos . tiempo que tarda en pasar cada producto + tiempo que tarda en cobrar. Las siguientes preguntas se responden en función de esta respuesta.

4. **Si el señor a quien está atendiendo el cajero lleva 8 productos, ¿cómo se puede calcular el tiempo teniendo en cuenta la suposición que hicieron en el punto anterior?**

Podemos suponer que pasar cada producto le lleva 5 segundos y cobrarnos, 1 minuto (hay que dejar que los alumnos decidan qué sería razonable suponer). De este modo le llevará 1 minuto y 40 segundos para atender al cliente. Las siguientes preguntas se responden en función de esta respuesta.

5. **Escriban el cálculo anterior como una función. Identifiquen las variables y las unidades. Luego, realicen una tabla de valores y grafíquenla.**

Tiempo (en segundos) = cantidad de productos . 5 + 60

Se debe hacer que los alumnos realicen la adecuación del minuto para trabajar con la misma unidad.

6. **Si una persona fue atendida en 2 minutos, ¿cuántos productos compró?**

12 productos.

7. **Muchas veces vamos al supermercado y dudamos en elegir qué caja nos conviene para tardar menos. A partir de lo trabajado en los puntos anteriores, podemos mejorar nuestra elección usando la matemática.**

Si en el supermercado hay 3 cajas:
Caja 1 = hay una persona con 12 productos, otra con 20 productos y otra con 15 productos.
Caja 2 = hay una persona con 75 productos.
Caja 3 = hay una persona con 5 productos, otra con 2 productos, otra con 3 productos, otra con 1 producto y otra con 4 productos.
¿Qué caja conviene elegir? ¿Cuánto habrá que esperar para ser atendido?

Conviene elegir la caja 3 y hay que esperar 375 segundos en ser atendido (6 minutos y 15 segundos).

En la caja 1 habrá que esperar 415 segundos. En la caja 2 habrá que esperar 435 segundos.

8. **En la caja rápida de un supermercado se puede pasar como máximo 5 productos. ¿Hasta cuántas personas puede haber en esta caja para que convenga elegirla frente a otra que tiene 1 persona con 100 productos?**

Como máximo en la caja rápida una persona tiene 5 productos y tarda 85 segundos en ser atendida. Una persona con 100 productos tarda 560 segundos.

Conviene elegir la caja rápida cuando hay hasta 6 personas.

9. **¿Qué otras situaciones de la vida cotidiana se pueden modelizar a través de las funciones? Escriban ejemplos.**

Hay muchísimos ejemplos, solo hay que tener en cuenta que deben ser funciones lineales, es decir, de la forma $f(x) = ax + b$. Algunos ejemplos son: tiempo que se tarda en pasar el peaje en función a la cantidad de personas que hay en la fila, lo que hay que pagar de teléfono o de luz en función del consumo, el sueldo de una persona en función de lo que vende, tiempo que se tarda en llegar a un lugar en función de la cantidad de cuadras de distancia.

CAPÍTULO

6

FOTO ActivAdos

Mira fue a ver un partido de fútbol del campeonato interescolar.



Respondan.

1. **¿Qué observan en la foto? ¿Cómo les parece que podemos relacionar esta foto con la matemática?**

Solución a cargo del alumno.

2. **En el fútbol, la regla del *offside* dice que si entre un jugador y la línea de meta rival se encuentran menos de 2 jugadores rivales, no se puede hacer un pase hacia adelante al jugador porque hay infracción.**

Dibujen en sus carpetas (como vista desde arriba) una situación en la que el jugador de uno de los equipos se encuentre en *offside*.

3. **En el fútbol profesional, además del árbitro hay dos jueces de línea que, entre otras cosas, se ocupan de señalar cuando hay *offside*. ¿Por qué esto es así?**

Porque desde el costado de la cancha pueden observar todo el ancho y detectar mejor el *offside*.

4. **¿Por qué a veces desde la televisión se ve un *offside* que el juez de línea no puede detectar? ¿De qué depende?**

Por ejemplo, la televisión puede detener la imagen mientras que el juez de línea debe mirar cuándo sale el balón y la ubicación de los jugadores al mismo tiempo, además de estar ubicado correctamente.

5. **¿Cuál es la mejor posición para que un juez de línea advierta el *offside*? Prueben ubicando en distintas posiciones a los jugadores y a los jueces de línea.**

La ubicación ideal es en línea con el penúltimo jugador del equipo que defiende (en general, el último defensor antes del arquero), es decir, la recta entre el juez de línea y ese jugador debería ser paralela a la línea de meta.

CAPÍTULO 7

FOTO ACTIVAdos

Foco sacó la siguiente foto desde un edificio muy alto y registró la hermosa vista de la ciudad.



RESPONDAN.

1. **¿Qué observan en la foto? ¿Cómo les parece que podemos relacionarla con la matemática?**

Solución a cargo del alumno.

2. **Si Maxi vive en el edificio marcado con un puntito verde, ¿de cuál de las dos autopistas les parece que vive más cerca? ¿Qué punto de la autopista se debe tener en cuenta para calcular esa distancia?**

Aparentemente vive más cerca de la autopista que está horizontalmente. Para calcular la distancia hay que tener en cuenta el punto de la autopista que se encuentra a menor distancia del edificio. Ese punto está ubicado en la recta perpendicular a la autopista que pasa por el edificio de Maxi.

3. **Maxi se quiere mudar por la misma zona, es decir, la determinada por las dos autopistas. Si quiere vivir a la misma distancia de ambas autopistas, ¿por dónde tiene que buscar su casa?**

Tiene que buscar su casa en la bisectriz del ángulo que determinan ambas autopistas. En toda esta parte no es necesario que sepan los nombres sino que puedan marcar esos lugares gráficamente.

4. **Con el pasar de los años se construye una tercera autopista que une los puntos marcados con rojo en la foto y queda así determinado un triángulo cuyos lados son estas tres autopistas. Como el ruido de allí es muy fuerte, ahora Maxi quiere vivir dentro de ese triángulo, pero lo más lejos posible del ruido de estas autopistas: ¿dónde tiene que vivir?**

En la bisectriz del ángulo formado por dos de esas autopistas estoy a la misma distancia de ambas. Si me muevo hacia un lado quedo más lejos de una, pero más cerca de la otra. Como en este caso Maxi quiere vivir lo más lejos posible de las tres, debe hacerlo en el punto donde se cortan las bisectrices de los ángulos formados por las autopistas tomadas de a dos. Es decir, debe vivir exactamente en el incentro.

5. **Siguen pasando los años y dos de los hijos de Maxi se mudan a vivir solos. Para ser justo con ellos, él quiere estar a la misma distancia de las casas de sus dos hijos y ya no le preocupa la distancia a las autopistas. ¿Dónde tiene que buscar ahora su casa Maxi?**

Maxi tiene que vivir en la mediatriz del segmento determinado por las casas de sus hijos.

6. **Unos años más tarde, su tercer hijo también se muda a vivir solo. ¿Adónde se tiene que mudar Maxi?**

Por un lado tiene que vivir en la mediatriz del segmento de las dos casas de sus hijos, pero por el otro también tiene que vivir en la mediatriz del segmento formado por la tercera casa y alguna de las otras dos, con lo cual tiene que vivir en la intersección de esas mediatrices, es decir, en el circuncentro del triángulo cuyos vértices son las casas de sus tres hijos.

7. **¿Es razonable lo obtenido en las respuestas 4. y 6.? ¿En qué se diferencian las preguntas?**

Si bien en ambos casos quiere obtener el punto que está a la misma distancia de tres casas, en la pregunta 4. quiere la misma distancia a 3 segmentos y en la pregunta 6. quiere la misma distancia a 3 puntos. Es por eso que en una nos quedó como respuesta el incentro y en la otra el circuncentro.

8. **Supongamos ahora que Maxi tiene un cuarto hijo. ¿Adónde se tiene que mudar para vivir a la misma distancia de todos?**

Sabemos que si Maxi vive en el circuncentro del triángulo cuyos vértices son las tres casas de sus hijos, entonces Maxi vive a la misma distancia de las tres casas. Si buscamos todos los puntos que están a la misma distancia de otro, esto determina una circunferencia; en este caso, si queremos todos los puntos que estén a la misma distancia del circuncentro nos quedará la circunferencia circunscripta al triángulo cuyos vértices son las casas de los tres primeros hijos. Si el cuarto hijo se muda a cualquier parte de esa circunferencia, Maxi seguirá viviendo a la misma distancia de sus cuatro hijos.

Por otro lado, si el cuarto hijo se muda a cualquier lugar que no sea la circunferencia circunscripta, Maxi no podrá estar a la misma distancia de los cuatro, pues el único lugar posible para ser justo con los tres primeros no se encontrará a igual distancia de la casa del cuarto hijo.

CAPÍTULO

8

FOTO ActivAdos

Mira hizo un largo viaje con sus padres y sacó una foto desde el auto.

Respondan.

1. **¿Qué observan en la foto? ¿Cómo podemos relacionarla con la matemática?**

Solución a cargo de los alumnos.

2. **¿Para qué sirve el GPS? ¿Qué significan esas siglas?**

Sirve para saber la posición, con pocos metros de error, de un objeto o persona. También pueden tenerlo asociado a que sirve para indicar cómo llegar a un lugar, pero acá se les puede hacer notar que para dar ese recorrido tiene que saber en qué posición estamos en ese momento.

Las siglas GPS significan *Global Positioning System.*

3. **¿Cómo funciona el GPS? Escriban todas las ideas que tienen sobre el tema.**

A esta altura no se espera que respondan nada muy específico, pero sí sería interesante que surja la idea de que tiene que ver con los satélites.

4. **El GPS es un sistema global de navegación por satélite. Utiliza la red de 24 satélites que hay puestos en órbita sobre la Tierra para poder cumplir su función.**

Estos 24 satélites, ¿tienen que realizar algún recorrido especial? ¿Por qué?

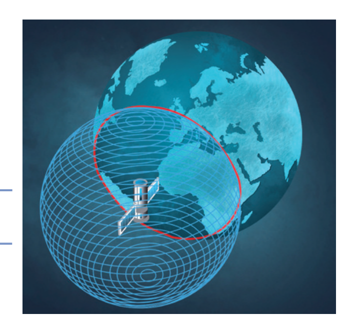
Nuevamente no se espera que contesten con exactitud. Puede suponerse que para cubrir todos los sectores de la Tierra tienen que estar dispuestos de alguna manera especial.

5. **Perdimos un tesoro muy valioso y queremos encontrarlo. Por suerte, antes de perderlo le colocamos un GPS. Si sabemos que nuestro tesoro está a cierta distancia de uno de los satélites, ¿qué figura o cuerpo geométrico representa los lugares posibles en los que está el tesoro?**

Una esfera.

6. **¿Qué figura o cuerpo geométrico representa los lugares posibles en los que está el tesoro, si además de conocer la distancia a uno de los satélites, sabemos que está en la superficie de la Tierra?**

Una circunferencia.



7. **¿Cuántos lugares posibles habrá para ubicar el tesoro si conocemos la distancia a dos satélites?**

Dos puntos.

8. **¿Cuántos satélites son necesarios para ubicar el lugar exacto donde está el tesoro?**

Tres satélites.

9. **Para encontrar los posibles lugares, se calcularon intersecciones de esferas. ¿Cuántas intersecciones se necesitaron para determinar el punto?**

Cuatro esferas. Tres correspondientes a los satélites y una a la Tierra.

10. **¿Siempre la intersección de esa cantidad de esferas determinará un punto?**

No. Por ejemplo, puede que haya dos que no se corten entre sí y entonces no tendrán ningún punto en común.

11. **¿Por qué se puede asegurar que con las esferas de la situación del tesoro perdido siempre se va a encontrar un punto?**

Porque el radio de las esferas es igual a la distancia del centro de cada una (satélite) al tesoro.

12. **Hay muchas más cosas para saber sobre el GPS, como por ejemplo cómo hace el satélite para calcular la distancia al objeto que le manda la señal. Ingresen al siguiente link, donde encontrarán un video con información:**

http://www.nasa.gov/mov/255363main_134_GPS_Work.mov

CAPÍTULO

9

FOTO ACTIVAdos

Foco descubrió una relación matemática muy particular en los elementos de esta fotografía.



Respondan.

1. **¿Qué observan en la foto? ¿Cómo les parece que podemos relacionarla con la matemática?**

Solución a cargo de los alumnos.

2. **El compositor W. A. Mozart ideó una forma para ejecutar un vals de 16 compases muy particular.** Preparó una tabla de 16 columnas con 11 filas de compases diferentes en cada una para que se seleccione al azar un compás de cada columna de la siguiente manera: se arrojan dos dados, se suman los valores obtenidos y se busca el número en la fila de la primera columna (las filas de la tabla están numeradas del 2 al 12). Luego se arrojan otra vez los dados y se busca el número en la segunda columna, y así 16 veces seguidas hasta terminar con la tabla.
¿Les parece que todos los posibles valses que se pueden obtener son igualmente probables?

No, ya que los resultados posibles para la suma de dos dados no tienen la misma probabilidad.

3. **Supongamos que queremos componer un vals muy cortito, usando solo 4 compases que surgen de las cuatro primeras columnas de la tabla. ¿Cuántos valses diferentes se pueden obtener?**

Hay 11^4 valses posibles, es decir: 14 641.

4. **¿Cuántos valses se pueden crear con la idea original de Mozart? Si la ejecución de cada vals lleva medio minuto, ¿cuánto tiempo tardaríamos en tocar uno a continuación del otro?**

El número total es 11^{16}; empleando la calculadora obtenemos el resultado $4,6 \, . \, 10^{16}$, es decir, unos 46 000 000 000 000 000 de valses. La ejecución completa de todos los valses sería de más de $4,3 \, . \, 10^4$ millones de años.


FOTO
ActivAdoS
FIN